機関・可変ピッチプロペラ統合制御 のシミュレーション

— 第2報：プロペラ効率最適化制御* —

守田 栄之** ・ 福場 秀和***

Simulation for Consolidated Control of the Engine and Controllable Pitch Propeller
— 2nd Report : Optimization Control of Propeller Efficiency —

By Shigeyuki Morita, Hidekazu Fukuba

At 1st report, consolidated control of the engine controllable pitch propeller (CPP) was studied with the object of an ordinary use of a shaft generator at any navigation speed by adapting a decoupling control theory.

Content of this paper, 2nd report is the simulation studies to control the propeller efficiency optimally at any speed condition of the voyage. For this, an increased freedom by introducing the CPP which was used as an ordinary use of a shaft generator, namely was used to keep the engine speed constant at 1st report, was put to practical for this optimization control. It means that an engine speed is commanded at each cruising conditions by the propeller efficiency optimized table which has been made beforehand. As a result, the considerable improvement of the efficiency was obtained.

1. はじめに

可変ピッチプロペラ (CPP) の導入は主機レギュレータ・ハンドル位置 (R) という従来からの直進方向操船の入力パラメータにプロペラピッチ角 (P) という今一つのパラメータを追加するもので当然出力パラメータ数も二つ, たとえば第1報¹⁾で取り挙げたプロペラ推力 (F_T) と主機回転数 (n) というように自由度を一つ増加させる。ただし入力 R と P はいずれも図1のように出力 F_T と n に影響 (干渉) するわけで非干渉制御を適用する必要がある。

本報告ではこの非干渉制御した $F_T \cdot n$ 系を基本系 (コアシステム) としてプロペラ効率の最適化制御についてシミュレーション検討を行なった。つまり出力パラメータの一つ F_T は船速 (V_s) 制御に必須のもので乗り物としての目的からこれを他目的のための自由度として使用することはできないが, 今一つの出力パラメータ n は主機の許容回転数範囲内で自由に使い得る。第1報ではこれを軸発電機の常用という目的から $n = \text{一定}$ 制御と

(a) Object system

(b) Cross Interaction of Input signals

図1 CPP推進関係と出力への干渉

したが, 無論任意 n 指令も可能である。そこで本第2報では第3章に述べるプロペラ効率 (η_o) が最適になるような最適化アルゴリズムを求め, n 制御による η_o 最適化制御を試みたわけである。

さらにこれを組み込んだ型での船速制御についてもシミュレートした。以下に使用記号を示す。これ以外はその都度断る。

*原稿受付日 平成3年5月22日

**正会員 大阪市立大学 (大阪市住吉区杉本3-3-138)

***松下電器産業(株) (守口市八雲3-15)

K_Q : プロペラ負荷トルク係数	[—]
K_T : 推力係数	[—]
J : 前進係数	[—]
n : 機関出力軸回転数	[1 / s]
P : 基準プロペラピッチ角よりの変化角	[deg]
R : 機関レギュレータ・ハンドル位置	[mm]
T_e : 機関軸出力トルク	[Nm]
T_Q : プロペラ負荷トルク	[Nm]
τ : 制御周期 (=0.125)	[s]
V_A : プロペラ前進速度	[m/s]
V_S : 船速	[m/s]
ω : 機関出力軸角速度	[rad/s]
η_0 : プロペラ効率	[—]

2. コアシステム

2.1 $F_T \cdot n$ 系概略 入力(操作量)を R, P , 出力を F_T, n とした $F_T \cdot n$ 系のモデリングについては第1報で詳述したのでここでは概略にとどめる. 図2点線内がこの $F_T \cdot n$ 系で状態方程式等は式(1), (2)である.

$$\begin{bmatrix} \Delta \omega(k+1) \\ n(k+1) \\ F_T(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & 0 \\ p_2 & 1 & 0 \\ p_3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega(k) \\ n(k) \\ F_T(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_1 q_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & q_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta R(k) \\ \Delta P(k) \end{bmatrix} \quad \cdots(1)$$

$$\begin{bmatrix} n(k) \\ F_T(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega(k) \\ n(k) \\ F_T(k) \end{bmatrix} \quad \cdots(2)$$

ここで(偏微分係数値等は第1報参照)

$$p_1 = \phi_P + \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\partial T_e}{\partial n} - \frac{\partial T_Q}{\partial n} - \frac{\partial J}{\partial n} \cdot \frac{\partial K_Q}{\partial J} \cdot \frac{\partial T_Q}{\partial K_Q} \right) \psi_P$$

$$p_2 = \frac{1}{2\pi}, \quad p_3 = \left(\frac{\partial F_T}{\partial n} + \frac{\partial J}{\partial n} \cdot \frac{\partial K_T}{\partial J} \cdot \frac{\partial F_T}{\partial K_T} \right) \frac{1}{2\pi}$$

$$q_1 = \frac{\partial T_e}{\partial R} \psi_P, \quad q_2 = -\psi_P \frac{\partial K_Q}{\partial P} \cdot \frac{\partial T_Q}{\partial K_Q},$$

$$q_3 = \frac{\partial K_T}{\partial P} \cdot \frac{\partial F_T}{\partial K_T}$$

図2 コアシステム

2.2 非干渉制御 本 $F_T \cdot n$ 系は図1(b)に示すように2入力2出力それぞれに干渉するので非干渉制御を施す必要があり, 以下これについて述べる.

今, 本 $F_T \cdot n$ 系の推移行列等を P, Q, C で表わすと

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & 0 \\ p_2 & 1 & 0 \\ p_3 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} q_1 q_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & q_3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

また状態量等を x, y, u で表すと,

$$x(k+1) = Px(k) + Qu(k) \quad \cdots(3)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad \cdots(4)$$

今, この対象系に図2点線外の状態FBを施すと操作量 u は

$$u(k) = -Fx(k) + Gr(k) \quad \cdots(5)$$

となり, 閉ループシステムは目標値 $r(k)$ に対して

$$x(k+1) = (P - QF)x(k) + QGr(k) \quad \cdots(6)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad \cdots(7)$$

この伝達関数は z を z 演算子とすると次式であるが,

$$Gc(z) = C(zI - P + QF)^{-1}QG \quad \cdots(8)$$

非干渉制御とはこの $Gc(z)$ を対角要素が零でない対角行列にするように F, G を決定することである²⁾. この決定法については付録1に記すが結果は次式となる.

$$F = \begin{bmatrix} \{(p_1 + 1)q_3 - q_2 p_3\} / q_1 q_3 & 1 / p_2 q_1 & -q_2 / q_1 q_3 \\ p_3 / q_3 & 0 & 1 / q_3 \end{bmatrix} \quad \cdots(A.7), (9)$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 / p_2 q_1 & -q_2 / q_1 q_3 \\ 0 & 1 / q_3 \end{bmatrix} \quad \cdots(A.8), (10)$$

ただしこれは図3(a)に示すように非干渉化, 分離されているが, 各サブシステム(r_1 =操作量 R , 出力 y_1 =回転数 n のサブシステム1, および r_2 =操作量 P , 出力 y_2 = F_T のサブシステム2)は z^{-1} のみで構成され非常に不安

(a) Decoupling subsystems

(b) Subsystems with feedback loop

図3 非干渉系と応答性改善

定である。

したがって各サブシステムに図3(b)のごとく状態FBを施し極指定によって動特性を改善する。この改善法については付録2に記すが、結局非干渉化と極指定を施した最終的な閉ループ系を図2の記号で表わすと、

$$F = \begin{bmatrix} \{(p_1 + 1 + f_2)q_3 - q_2p_3\}/q_1q_3 & (f_1 + f_2 + 1) \\ p_3q_3 & 0 \\ p_2q_1 & -(1 + f_3)q_2/q_1q_3 \\ (1 + f_3)q_3 & \end{bmatrix} \quad \dots\dots(A.22), (11)$$

$$G = \begin{bmatrix} g_1/p_2q_1 & -q_2g_2/q_1q_3 \\ 0 & g_2/q_3 \end{bmatrix} \quad \dots\dots(A.23), (12)$$

となる。これらFBゲインは τ 時間毎の状態によって、 p_i 等の変化により自動的に変わり動特性の良好な非干渉制御系を実現する。

制御周期は $\tau = 125\text{ms}$ と固定であるが、たとえ τ を変えても動的挙動が変化しないように時間 T で式(13)のごとく極指定した。

$$\alpha = \exp(-\tau/T) \quad \dots\dots(13)$$

実指定値は $T_1 = 5\text{s}$, $T_2 = 5\text{s}$, $T_3 = 5\text{s}$ である。

以上、 $F_T \cdot n$ 系に非干渉制御を施した図2全体（一点鎖線内）が本報での基本であるコアシステムとなる。

3. プロペラ効率最適化のアルゴリズム

本研究では、前進時のみについて考えることとする。プロペラ効率 η_0 は機関出力と船体運動仕事率との比で定常状態を考えると式(14)で定義される。

$$\eta_0 = \frac{F_T V_A}{2\pi n T_Q} \quad \dots\dots(14)$$

推力 F_T 、負荷トルク T_Q はそれぞれ式(15)、(16)で表わされる。

$$F_T = K_T (1 - t_r) \rho D^4 n^2 \quad \dots\dots(15)$$

$$T_Q = K_Q (1/\eta_R) \rho D^5 n^3 \quad \dots\dots(16)$$

前進速度 V_A と V_S の関係式(17)、前進係数 J と V_A の関係式(18)を考慮して式(15)、(16)を式(14)に代入すると、式(19)を得る。

$$V_A = V_S (1 - t_r) \quad \dots\dots(17)$$

$$J = V_A / nD \quad \dots\dots(18)$$

$$\begin{aligned} \eta_0 &= \frac{F_T V_A}{2\pi n T_Q} = \frac{K_T (1 - t_r) \rho D^4 n^2 V_A}{2\pi K_Q (1/\eta_R) \rho D^5 n^3} \\ &= \frac{K_T J (1 - t_r) \eta_R}{2\pi K_Q} \quad \dots\dots(19) \end{aligned}$$

自航要素 ω_T , t_r , η_R は船が前進状態にあるときは基準ピッチ固定時の値に大差ないと考えられるので³⁾一定とし、他の定数とともに k' で表わすと、

$$\eta_0 = k' \frac{K_T J}{K_Q} \quad \dots\dots(20)$$

したがって J を制御することによって η_0 を最適に制御できる。

ところで本制御は図2にも示したように2自由度の内、第2自由度のサブシステム2は入力として推力 $\tilde{F}_T$ 、操作量 P で船速 V_S （したがって V_A ）を制御する系である。今一つの自由度のサブシステム1は、入力が $\tilde{n}$ 、操作量は R 、最適化目的関数は η_0 であり、したがって最適化制御アルゴリズムとしては $\tilde{F}_T$ 拘束条件内で J を間接的に制御する必要がある、以下これについて説明する。

F_T の式(15)に J の式(18)を代入し各定数および $(1 - t_r)$ を定数扱いし、まとめて k'' として推力係数 K_T を求めると

$$K_T = \frac{F_T J^2}{\rho V_A^2 D^2 (1 - t_r)} = k'' \frac{F_T}{V_A^2} J^2 \quad \dots\dots(21)$$

F_T は所望の V_A になるように時々刻々計測・指令されるので式(21)を当該時刻、つまり当該航行条件 F_T , V_A の関数 $f_i (i = 1, 2, 3 \dots)$ として表現すると

$$K_T = f_i(J^2) \quad \dots\dots(22)$$

つまり図4(a)に定性的に示す2次曲線 f_i に沿って J を制御する必要がある、またそうすれば所望の推力 F_{Ti} が得られることになる。

更に J には図4(b)に示す主機回転数の上下限 $n_{\max}$, $n_{\min}$ と J の上限 $J_{\max}$ および図4(a)のピッチ角の上限 $P_{\max}$ による制限が存在する（これらの例として V_{A1} , f_2 の時と V_{A2} , f_3 の時の場合を太線で示す）。したがって f_i 上で、かつこれら制限範囲内で J を変化させた時に式(20)の最大 η_0 を求め、式(19)により J を n 表現に変換すれば最適アル

図4 f_i 曲線(a)と制限範囲(b)

ゴリズムが求まる。ただしこれは単純な関数形ではなかったで、本研究では数値計算法に依って求めた。

対象とした推進系の制限条件 $0 \leq J \leq 1.2$, $2.8 \leq n \leq 3.8$, $0 \leq P \leq 38$ と各特性曲線¹⁾より求めたオフライン最適化マップを図5に示す。また図6は、この η_0 最適化マップのアクセスを説明するブロック線図である。無論マップ検索は補間法（格子点間是一次補間で求める）によって実行される。

4. シミュレーション結果

以上の η_0 最適化制御を施した対象系全体のシミュレーション結果の一例を図7～図12に示す。各図は左側が機関関係、右側が船体関係である。また上側は機関面

($T_e \sim n$ 面)と船体面($F_T \sim V_s$ 面)で、下側は対象系内の各種状態量等の時間挙動である。

図5 η_0 最適化マップ

図6 最適化マップアクセス法と V_s 制御系概略図

図7 $\tilde{F}_T$ ステップ入力時の時間応答等（増力）

図8 $\tilde{F}_T$ ステップ入力時の時間応答等（減力）

図9 $\tilde{F}_T$ ランプ入力の時応答等 (増力) 図11 $\tilde{F}_T$ ランプ入力の時応答等 (他船を曳く場合) 図10 $\tilde{F}_T$ ランプ入力の時応答等 (減力) 図12 $\tilde{F}_T$ ランプ入力の時応答等 (静的条件に近い)

また①記号は本 η_o 最適化制御を行わず第1報での n ＝一定制御（軸発電機使用）を実行しつつ入力 $\tilde{F}_T$ を変化させたもので、本 η_o 最適化制御を行った②との比較のために重ね書きしたものである。

まず図7は $\tilde{F}_T$ ステップ入力の場合である。プロペラ関係 P 、 η_o を除く船体関係は①、②とも同一（時間応答、船体面共）であり、航行条件は同じであることが確認される。その上で主機またはプロペラ関係は全て異なり、①は n ＝一定を目的として、また②は η_o 最適化を目的としてそれぞれ制御されていることが判る。時間挙動右下の η_o は②のほうが向上していることが認められる。

図8は $\tilde{F}_T$ をステップ減少させた場合で、 η_o の向上は低出力時に大きいことが図7と共に認められる。

図9と図10は $\tilde{F}_T$ の正・負のランプ入力を加えた場合である。 η_o 向上の具体的数値は、機関条件・航行条件によって異なるが、たとえば図10の時刻 $t=900$ s時では数パーセントにおよぶ。

図11はCPP装備の多い曳船を想定したシミュレーションである。つまり船体面軌跡から判るとおり、本船の船体抵抗 R_a 曲線と関係なく巨大な相手船を曳く場合で $\tilde{F}_T$ ランプ入力増に関わらず V_s はほとんど増速しない。

図12は船体運動の時定数と同じくらいの時間をかけた $\tilde{F}_T$ ランプ入力の場合で、 R_a 曲線上を軌跡が通り静的条件と考えてもよい（時間スケールに注意）。

以上、いずれの場合も②の η_o が①のそれを上回り、所期の目的が達せられている。

なお、レシプロ機関は一般に同一出力で運転する場合、高負荷・低回転で運転するほうが低負荷・高回転で運転するよりも主として摩擦低減効果により燃料消費率（ b_o ）が向上する。本主機の等 b_o 曲線群を詳しく検討したわけではないが、図7～図12の機関面の①軌跡と②軌跡をこのような目で眺めると、当初目的とした η_o 最適化（無論、量的にはこれのほうが大きいと考える）による効果以外にこの b_o 向上効果が付加されているのではないかと考えられる。

5. 船速制御

現用CPP制御アルゴリズムに R_a が多少変化してもこれを自動的に P で微調するAutomatic Load Controlという方式があり、更にこれを V_s 制御閉ループに組み込んだAutomatic Speed Controlが用いられているのは周知の通りである⁴⁾。

これと同様に図6（全体）に概略を示す本 η_o 最適化制御を内蔵する V_s 制御閉ループを構築しシミュレーションを行なった。結果の一例を図13、図14に示す。前述図までの①挙動は重ね書きしていないが η_o 最適化されているものである。その上で $\tilde{V}_s$ 指令どうりの結果が得

図13 $\tilde{V}_s$ ステップ入力の時間応答等（増速）

図14 $\tilde{V}_s$ ステップ入力の時間応答等（減速）

られている。

ただしこのような巨大な時定数の V_S 制御には多少のテクニックが必要である。つまり本研究のモデルは非線形対応のため第1報記述のとうり偏微分型取り扱いで、この場合制御周期 $\tau = 125\text{ms}$ では出力が常に零になる。このようなことを回避する措置や各種のリミッター、 R_a の多少の変化も克服するための I 制御の導入、可変ゲインの状態FBなどが必要であった。しかし紙面の都合もあり、本第2報の主たる目的でもないでここでは割愛する。

6. む す び

以上、 $F_T \cdot n$ 非干渉制御系をコーサシステムとして η_0 最適化制御のシミュレーションを行い所期の結果を得た。第1報の軸発使用と切り替えて用いることができる。

船舶の機関・推進系統も遠隔操作機器の導入によって自動化・省力化が推進されつつある。更に省エネルギー、排気公害防止の要求もますます大きくなると思われる。本報記述のCPPハードウェア積極活用もこの改善の一環と考えられる。

本報告をまとめるに当たって本学大学院生松本 久君の協力を得た。謝意を表する次第である。

文 献

- 1) 守田, 福場, 日本用機関学会誌, Vol. 26, No. 11, 10.
- 2) たとえば, 小郷・美多: システム制御理論入門, (1979), 実教出版
- 3) 中島 稔編: マリン・プロペラ, (1971), ナカジマプロペラ(株) 発行
- 4) 海津, 日本舶用機関学会第26回特別基金講演前刷集, 19.

付録 1

まず非干渉化の可能性を検する目的で C 行列を行ごとに分離して

$$c_1 = [0 \ 1 \ 0], \quad c_2 = [0 \ 0 \ 1] \quad \cdots \cdots (A.1)$$

とし,

$$\eta_i = \min\{j \mid c_i P^{j-1} Q \neq 0\}$$

なる $\eta_i (i=1, 2, j=1, \dots)$ を調べると,

$$\begin{aligned} \eta_1 &= c_1 Q = [0 \ 0] = 0 \\ \eta_1 &= c_1 P Q = [p_2 q_1 \ p_2 q_2] \neq 0 \end{aligned} \quad \cdots \cdots (A.2)$$

$$\eta_2 = c_2 Q = [0 \ q_3] \neq 0$$

で、初めて非零になるのは $\eta_1 = 2, \eta_2 = 1$ で、判定のための行列式 $|Q^*|$ は,

$$\begin{aligned} |Q^*| &= \begin{vmatrix} c_1 P Q & c_2 Q \\ c_2 Q & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} p_2 q_1 & p_2 q_2 \\ 0 & q_3 \end{vmatrix} \\ &= -q_3 p_2 q_1 \neq 0 \end{aligned} \quad \cdots \cdots (A.3)$$

となり、非干渉化が可能である。

更に次の P^* 行列を作ると,

$$\begin{aligned} P^* &= \begin{bmatrix} c_1 P^{\eta_1} \\ c_2 P^{\eta_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 P^2 \\ c_2 P \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (p_1+1)p_2 & 1 & 0 \\ p_3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \cdots \cdots (A.4)$$

非干渉FBゲイン F, G の無数の組み合わせの内の基本的な一組は次式で求められる。

$$F = Q^{*-1} P^*, \quad G = Q^{*-1} \quad \cdots \cdots (A.5)$$

本両系の $p_1 \sim p_3, q_1 \sim q_3$ を代入すると,

$$\begin{aligned} F &= Q^{*-1} P^* \\ &= \begin{bmatrix} \{(p_1+1)q_3 - q_2 p_3\} / q_1 q_3 & 1 / p_2 q_1 \\ p_3 / q_3 & 0 \\ -q_2 / q_1 q_3 & 1 / q_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \cdots \cdots (A.6)$$

$$G = Q^{*-1} = \begin{bmatrix} 1 / p_2 q_1 & -q_2 / q_1 q_3 \\ 0 & 1 / q_3 \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (A.7)$$

ちなみに、これを対象系の式(3), (4)に代入すると

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \begin{bmatrix} -1 & -1/p_2 & 0 \\ p_2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(k) \\ &\quad + \begin{bmatrix} 1/p_2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} r(k) \end{aligned} \quad \cdots \cdots (A.8)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x(k) \quad \cdots \cdots (A.9)$$

となって伝達関数 $G_c(z)$ は式 (A.10) となり、非干渉化されている。

$$G_c(z) = \begin{bmatrix} z^{-2} & 0 \\ 0 & z^{-1} \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (A.10)$$

式 (A.10) は図3(a)のごとく対象系が二つのサブシステムに分離されていることを示す。

付録 2

これは対象系が3次で、また $\eta_1 + \eta_2 = 3$ と同次数であるので極指定が可能である。

今、極指定のために新しい状態量 X を導入し、そのための変換行列 S を次式とする。

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ p_2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (A.11)$$

このとき $X(k)$ は式 (A.12) の内容である。

$$\begin{aligned} X(k) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ p_2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega(k) \\ n(k) \\ F_T(k) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \Delta \omega(k) \\ p_2 \Delta \omega(k) + n(k) \\ F_T(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \cdots \cdots (A.12)$$

S の逆行列は式 (A.13) で、したがって変数変換した新しい状態方程式は式 (A.14), (A.15) となる。

$$S^{-1} = \begin{bmatrix} -1/p_2 & 1/p_2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (A.13)$$

$$X(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} X(k) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} r(k) \quad \cdots \cdots (A.14)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X(k) \quad \cdots \cdots (A.15)$$

これをブロック線図で表わすと図3(a)のようになり、図3(b)のように状態FBすることで極指定が可能である。

今FBベクトルを次式の記号で書き、FBゲイン等を決定する。

$$F^* = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & 0 \\ 0 & 0 & f_3 \end{bmatrix}, \quad G^* = \begin{bmatrix} g_1 & 0 \\ 0 & g_2 \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (A.16)$$

本FBを施した変換システム式(A.14)、(A.15)は式(A.17)、(A.18)となる。 $r'(k)$ は新しい目標値である。

$$X(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -f_1 & -f_2 & 0 \\ 0 & 0 & -f_3 \end{bmatrix} X(k) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} r'(k) \quad \cdots \cdots (A.17)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X(k) \quad \cdots \cdots (A.18)$$

式(A.17)の状態推移行列 H は

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -f_1 & -f_2 & 0 \\ 0 & 0 & -f_3 \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (A.19)$$

で、その固有値は式(A.20)左辺、したがって中間辺となる。今、機関回転数 n のサブシステムの極を α_1, α_2 , $F_T \cdot n$ サブシステムの極を α_3 とし、乗り物という観点からオーバーシュートしないように実数とすると、式(A.20)右辺となる。

$$\begin{aligned} |zI - H| &= (z + f_3)(z^2 + f_2z + f_1) \\ &= (z - \alpha_3)\{z^2 - (\alpha_1 + \alpha_2)z + \alpha_1\alpha_2\} \end{aligned} \quad \cdots \cdots (A.20)$$

両辺の対比より式(A.21)を得る。

$$f_1 = \alpha_1\alpha_2, \quad f_2 = -(\alpha_1 + \alpha_2), \quad f_3 = -\alpha_3 \quad \cdots \cdots (A.21)$$

更にオフセットがないように、図3(b)より $t \rightarrow \infty$ なる時は

$$\begin{aligned} X_1(\infty) &= X_2(\infty) \\ X_2(\infty) &= g_1X_2(\infty) - f_2X_2(\infty) - f_1X_2(\infty) \\ X_3(\infty) &= g_2X_3(\infty) - f_3X_3(\infty) \end{aligned}$$

なる関係より式(A.22)を得る。

$$g_2 = 1 + f_1 + f_2, \quad g_2 = 1 + f_3 \quad \cdots \cdots (A.22)$$

結局、非干渉化と極指定を施した最終的な閉ループ系を図2の記号で表すと、式(A.6)、(A.7)と(A.16)および $X(k) = Sx(k)$ を考えて、

$$\begin{aligned} F &= Q^{*-1}[P^* + F^*S] \\ &= \begin{bmatrix} \{(p_1 + 1 + f_2)q_3 - q_2p_3\}/q_1q_3 & (f_1 + f_2 + 1)/p_2q_1 \\ p_3/q_3 & 0 \\ -(1 + f_3)q_2/q_1q_3 & (1 + f_3)/q_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \cdots \cdots (A.23)$$

$$G = Q^{*-1}G^* = \begin{bmatrix} g_1/p_2q_1 & -q_1g_2/q_1g_3 \\ 0 & g_2/q_3 \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (A.24)$$

となる。