追従制御問題の一解法と、 マニピュレータ制御への応用*

宮 島 啓 一** 師 玉 康 成***
江 口 正 義**** 荻 谷 安 正*****

A Solving Method of Tracking Control Problem and Applications to Manipulator Control

by Keiichi Miyajima, Yasunari Shidama, Masayoshi Eguchi, Yasumasa Ysohitani

As a tracking control method of control system, the method of improving control input successively by the repetition trial is actively researched. When the tracking control is carried out by the repetition trial, the classic optimal control theory can be applied. The authors research a successive approximation method of tracking control problem and simulate the 3-link robot manipulator. This note reports the results of these researches.

制御系の追従制御方式として、反復試行によって制御入力を逐次改善する方法が研究されている。反復試行により追従制御を行なう場合は古典的な最適制御理論が適用できる。筆者等は追従制御問題の逐次近似解法を研究し、3リンクロボットマニピュレータをシミュレートした。本論文はこれらの結果を報告する。

1. はじめに

筆者らは、制御の反復を前提とすれば、従来の最適制御を追従制御問題にも適用できると考え、非線形最適制御問題の数値計算法¹⁾を追従制御に適用する方法を考察してきた²⁾。本稿では、この方法を、3-リンクアームの追従問題に適用し、計算機シミュレーションで良好な結果を得たので報告する。制御則は繰り返し計算の収束値として与えられるが、

この計算の収束性についても解析し、収束の十分条件として、線形系のフィードバック解の指数安定性と非線形項の大きさに関する不等式を得た。

2. 非線形追従最適制御の逐次近似解法

2.1 非線形追従最適制御 まず、筆者らが考察してきた非線形追従制御の逐次近似解法について説明する。

以後の議論は非線形項が $g(x) + D(x) \cdot u$ の形 ($D(x)$ は x のみに依存する行列非線形単数) に全く同様に適用できるが、表現が煩雑になるだけなので $D(x) = 0$ としておく。

制御系として線形系に非線形関数 $g(x)$ が加えられた

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + g(x(t)) \quad (1)$$

$$x(t_0) = x_i \quad (2)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (3)$$

を考え、この $y(t)$ を各時刻 t で与えられる連続な $z(t)$ に追従させる問題を扱うことにする。 $x(t)$, $u(t)$, $y(t)$ は状態変数、制御変数、出力でそれぞれ n , m , r 次のベクトル、 A , B ,

*原稿受付 平成7年10月31日

**正会員 信州大学大学院工学系研究科博士前期課程 (長野市)

***正会員 信州大学工学部情報工学科 (長野市)

****正会員 東京商船大学商船学部 (東京都江東区)

*****正会員 大阪府立工業高等専門学校 (大阪府寝屋川市)

C は $n \times n$, $n \times m$, $r \times n$ 次の定数行列(但し, $m \leq n$)とする. また, $g(x)$ は C^2 級関数であり, 一階微分及び二階微分の一様有界性, 即ちある正数 K_1 , K_2 が存在して

$$\forall x \in R^n \left| \frac{\partial g(x)}{\partial x} \right| \leq K_1, \left| \frac{\partial^2 g(x)}{\partial x^2} \right| \leq K_2$$

が成り立つことを仮定する. この追従制御問題を評価関数式(4)を定義して最適制御問題として扱う.

$$\begin{aligned} J(u) = & \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} \{ \{y(t) - z(t)\}^T Q \\ & \{y(t) - z(t)\} \\ & + u^T(t) Ru(t) \} dt \\ & + \frac{1}{2} \{y(t_f) - z(t_f)\}^T Q_f \\ & \{y(t_f) - z(t_f)\} \end{aligned} \quad (4)$$

ここで R , Q , Q_f はそれぞれ $m \times m$, $r \times r$, $r \times r$ 次の対称な正定, 準正定, 準正定行列とする. 評価関数(4)の終端値評価項は, 以後の議論を容易にするために付加している.

これに最適性の必要条件を適用する. ハミルトニアン H の形は

$$\begin{aligned} H(p, x, u, t) = & \frac{1}{2} \{z(t) - Cx\}^T \\ & Q \{z(t) - Cx\} \\ & + u^T Ru + p^T \{Ax \\ & + Bu + g(x)\} \end{aligned} \quad (5)$$

であり, これから誘導される最適制御の2点境界値問題は,

$$\dot{x}(t) = F(x(t), p(t), t) \quad (6)$$

$$x(t_0) = x_i \quad (7)$$

$$\dot{p}(t) = G(x(t), p(t), t) \quad (8)$$

$$p(t_f) = C^T Q_f \{Cx(t_f) - z(t_f)\} \quad (9)$$

ただし

$$F(x, p, t) = Ax - BR^{-1}B^T p + g(x) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} G(x, p, t) = & -A^T p - \frac{\partial g^T}{\partial x} p \\ & - C^T Q \{Cx - z(t)\} \end{aligned} \quad (11)$$

となる. この問題の解 x , p が存在すれば, 制御量 $u(t) = -R^{-1}B^T p(t)$ は最適性の必要条件を満たす. この2点境界値問題(6)~(9)の解の一意存在を前提として, 以下の逐次近似計算法を適用する.

2.2 逐次近似 変数変換式 $p(t) = S(t)$

$x(t) + h(t)$ を(6)~(9)式に代入すると,

$$\dot{x}(t) = \tilde{A}(t)x(t) + \tilde{g}(x(t),$$

$$h(t), t) \quad (12)$$

$$x(t_0) = x_i$$

$$\dot{h}(t) = -\tilde{A}^T(t)h(t) + \tilde{y}(x(t),$$

$$h(t), t) \quad (13)$$

$$h(t) = -C^T Q_f z(t_f) \quad (14)$$

を得る.

ここで $S(t)$ は周知のようにリカッチ型行列微分方程式

$$\begin{aligned} \dot{S}(t) = & -C^T Q(t) C \\ & -A^T S(t) - S(t) A \\ & + S(t) BR^{-1}(t) B \\ & S(t) \end{aligned} \quad (15)$$

$$S(t_f) = C^T Q_f C$$

の解である.

$\tilde{A} = A - BR^{-1}BS$ は周知のように線形問題(式(1)で非線形項 $g(x)$ がない場合)の解を構成するフィードバック係数である.

$\tilde{g}$, $\tilde{y}$ は g , $\frac{\partial g}{\partial x}$ などにより合成される関数で,

$$\tilde{g}(x, h, t) = g(x) - BR^{-1}Bh \quad (16)$$

$$\tilde{y}(x, h, t) = -S(t)g(x)$$

$$\begin{aligned} & - \frac{\partial g(x)}{\partial x} \{S(t)x + h\} \\ & + C^T Q_f z(t) \end{aligned} \quad (17)$$

で定義される.

そこで, この x , h を求めるため, 次の逐次近似を実行する.

• Step 0 連続関数 x_0 , $h_0: [t_0, t_f] \rightarrow R^n$ を与える. $k=1$ と置く.

• Step 1 h_k についての終端値問題

$$\begin{aligned} \dot{h}_k(t) = & -\tilde{A}^T(t)h_k(t) \\ & + \tilde{y}(x_{k-1}(t), h_{k-1}(t), \\ & t) \end{aligned}$$

$$h_k(t_f) = -C^T Q_f z(t_f) \quad (18)$$

の解 $h: [t_0, t_f] \rightarrow R^n$ を求める.

• Step 2 x_{k-1} , h_k を用いて x_k についての初期値問題

$$\begin{aligned} \dot{x}_k(t) = & \tilde{A}(t)x_k(t) + \tilde{g}(x_{k-1}(t), \\ & h_k(t), t) \end{aligned}$$

$$x_k(t_0) = x_i \quad (19)$$

の解 $x: [t_0, t_f] \rightarrow R^n$ を求める.

• Step 3 $k=k+1$ としてStep 1に戻る.

この逐次近似の収束値(関数)を x , h とすると, x と $p = Sx + h$ は2点境界値問題(6)~(9)の解であ

図1 非線形制御系

る。この解法は $g(x)$ がいない場合の線形2次形式問題の解法の自然な拡張になっており、それを図式化すると図1のようになる。 h 非線形関数 g に対する補正值である。

式(19)の非線形項 $\tilde{g}$ の第1引数を x_{k-1} の代わりに x_k を用いることも考えられる。こうしても、以後の議論は全く同様に行なうことができる。またこの場合には、 x_k は数値積分ではなく系の実際の運転によって観測された状態量を使うことも可能になる。ここでは議論を簡単にするため x_{k-1} としておく。

3. 逐次近似の収束性

前章で述べた、逐次近似の収束性について、検討する。逐次近似の収束は $[t_0, t_f]$ から R^n への連続関数全体の空間 $C[t_0, t_f]$ の直積空間 $C[t_0, t_f] \times C[t_0, t_f]$ で扱うことができる。周知のように関数空間 $C[t_0, t_f]$ には一様ノルム

$$x : [t_0, t_f] \rightarrow R^n, \in C[t_0, t_f] \quad (20)$$

$$\|x\| = \sup_{t \in [t_0, t_f]} |x(t)| \quad (21)$$

が定義される。この空間では任意のコーシー列が収束する。

直積空間 $C[t_0, t_f] \times C[t_0, t_f]$ のノル

ムは

$$\|(x, h)\| = \max\{\|x\|, \|h\|\} \quad (22)$$

で定義される。

まず、逐次近似によって得られる関数列 $\{(x_k, h_k)\}$ は、その初期値 (x_0, h_0) を $C[t_0, t_f] \times C[t_0, t_f]$ から選べば、 g が C^1 級であることなどから各 k の (x_k, h_k) も $C[t_0, t_f] \times C[t_0, t_f]$ に含まれることがわかる(付録1参照)。

$\dot{x}_1(t) = \tilde{A}x(t)$ の基本解行列を $\Phi(t, r)$ とすれば、逐次近似により生成される関数 x_1, h_1 の積分による表現は(18, (19)式より、以下で与えられる。

$$\begin{aligned} x_1(t) = & \Phi(t, t_0)x_i \\ & + \int_{t_0}^t \Phi(t, r) \tilde{g}(x_0(r), \\ & h_1(r), r) dr \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} h_1(t) = & -\Phi^T(t_f, t) C^T Q_f z(t_f) \\ & - \int_{t_0}^t \Phi^T(r, t) \tilde{y}(x_0(r), \\ & h_0(r), r) dr \end{aligned} \quad (24)$$

ここで

$$\dot{x}(t) = \tilde{A}(t)x(t) \quad (25)$$

の指数安定すなわち正数 c が存在して任意の $t, r \in [t_0, t_f]$ について不等式

$$|\Phi(t, r)| \leq M_0 \exp\{-c(t-r)\}$$

が成り立つことを仮定し、逐次近似の関数列が一様有界であるための十分条件を求めると、次の不等式が得られる。(付録2参照)

$$\begin{cases} \frac{M_0}{2} \tilde{M}_g^2 + \frac{M_0}{2} \tilde{M}_y^2 (\tilde{M}_y + \tilde{M}_y^2) < 1 \\ \frac{M_0}{2} (\tilde{M}_y^2 + \tilde{M}_y^2) < 1 \end{cases} \quad (26)$$

ただし、

$$\tilde{M}_g = K_1, \tilde{M}_y^2 = |BR^{-1}B^T|, \tilde{M}_y^3 = |g(0)|$$

$$\tilde{M}_y^4 = LK_1 + LK_2$$

$$\tilde{M}_y^5 = K_2$$

$$\tilde{M}_y^6 = L|g(0)|$$

$$L = \max_{t \in [t_0, t_f]} |S(t)|$$

次に、 g に関する条件及び各 $\|x_k\|, \|h_k\|$ の一様有界性から、以下のリプシッツ条件

$$\begin{aligned} |\tilde{g}(x', h', t) - \tilde{g}(x, h, t)| \\ \leq L_{gx} |x' - x| + L_{gh} |h' - h| \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} |\tilde{y}(x', h', t) - \tilde{y}(x, h, t)| \\ \leq L_{yx} |x' - x| + L_{yh} |h' - h| \end{aligned} \quad (28)$$

が成り立つものとしてよい。

この条件を前提にして、不等式

$$\begin{cases} \frac{M_g}{c} L_{gx} + \frac{M_h}{c} L_{gh} (L_{yx} + L_{yh}) < 1 \\ \frac{M_g}{c} (L_{yx} + L_{yh}) < 1 \end{cases} \quad (29)$$

が成り立てば、

$$\begin{aligned} & \max \{ \|x_{k+1}' - x_{k+1}\|, \|h_{k+1}' - h_{k+1}\| \} \\ & \leq \varepsilon \max \{ \|x_k' - x_k\|, \|h_k' - h_k\| \} \end{aligned}$$

となる(付録3参照)。ただし

$$0 \leq \varepsilon < 1$$

すなわち、不等式(29)が成り立てば、逐次近似による関数列 $\{x_k, h_k\}_{k=1, 2, \dots}$ はコーシー列であり収束する。

4. 係数の選択と収束条件

評価関数(4)を定義した目的は $y(t)$ を $z(t)$ にできるだけ近づけることであり、 $\{y - z\}^2$, u^2 に掛けられる係数 Q , R は設計者が制御の目的に応じて決めることができる。

ここで、これらの係数と前章で述べた収束条件との関係についての見通しを得るために、式(1)をスカラー系に限定して考察する。すなわち、 $x, u, g, A=a, B=b, C=c$ などはすべてスカラーとし、 $z(t)$ に $y(t)$ を追従させるためにスカラー係数 $R=r, Q=q, Q_f=q_f$ を適用に与えるものとする。

ここで

$$\tilde{a}(t) = a - \frac{b^2}{r} S(t) \quad (30)$$

$$\tilde{g}(x, h, t) = g(x) - \frac{b^2}{r} h \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \tilde{y}(x, h, t) = & -S(t) g(x) \\ & - \frac{\partial g(x)}{\partial x} \{S(t) x \\ & + h\} + c g(x) z(t) \end{aligned} \quad (32)$$

である。

ここで $S(t)$ をこれの定常値にとり、即ち $S(t) = S$ と置くと

$$S = -\frac{(a+d)r}{b^2} \quad (33)$$

が得られる。ただし

$$d = \sqrt{a^2 + \frac{b^2 c^2 q}{r}} \quad (34)$$

である。これから $\tilde{a}(t) = -d$ となる。

さらに $S(t)$ が終端条件 $S = c^2 q_f$ を満たさねばならないので、

$$q_f = \frac{S}{c^2} \quad (35)$$

と決めれば良い。

さらに、第2章でも述べた様にある正数 $K_1, K_2 > 0$ が存在して

$$\left| \frac{dg}{dx} \right| \leq K_1, \quad \left| \frac{d^2 g}{dx^2} \right| \leq K_2 \quad (36)$$

が成り立つとする。こうすると $\tilde{g}, \tilde{y}$ の x, h に関するリプシッツ定数 $L_{gx}, L_{gh}, L_{yx}, L_{yh}$ はそれぞれ

$$\begin{aligned} L_{gx} & \leq K_1, \quad L_{gh} \leq \frac{b^2}{r} \\ L_{yx} & \leq \frac{(|a| + d)r}{b^2} K_1 + f(K_1, K_2), \\ L_{yh} & \leq K_1 \end{aligned}$$

で評価される。ただし、 $f(K_1, K_2)$ は K_1, K_2 のみに依存する正数である。

これらの関係式をすでに述べた収束の十分条件式に適用すると前述の逐次近似が収束するための十分条件は

$$\begin{aligned} & \frac{K_1 + 1}{d + d^2} \left\{ (|a| + d) K_1 + \frac{r}{b^2} f(K_1, K_2) + K_1 \right\} < 1 \\ & \frac{1}{d} \left\{ \frac{(|a| + d)r}{b^2} K_1 + f(K_1, K_2) + K_1 \right\} < 1 \end{aligned}$$

となる。式(34)から q を大きく選び、 r を十分小さく選ぶとき、 d が大きくなりこの十分条件が満たされることが解る。

このことは評価関数

$$\begin{aligned} J(u) = & \int_0^{t_f} \frac{1}{2} \{ q \{ y(t) - z(t) \}^2 \\ & + r u^2(t) \} dt + \frac{1}{2} q_f \{ y(t_f) \\ & - z(t_f) \}^2 \end{aligned} \quad (37)$$

の意味を考えると、

相対的に $y(t)$ と $z(t)$ の誤差の評価 $\{y(t) - z(t)\}^2$ に大きな重みを掛け、制御量 u の評価は重要視しないことを意味する。

5. 3 リンクアームの状態方程式表現

ここでは例として、前章までに説明した逐次近似

解法を以下のような 3 リンクアームの追従制御に適用してみる。

2 章の冒頭でも述べたように本稿で述べる逐次解法は、系の非線形項が $g(x) + D(x) \cdot u$ のものにも、全く同様にして適用できる。

ここでは数値シミュレーション結果について報告するが、本稿の方法を使って実際のロボットアームを制御するには、2 章で述べた逐次近似を系の制御と数値計算による制御量補正の繰り返し作業によって実現する必要がある。その手順は例えば以下のものが考えられる。

1. 系の状態量 x は実際のロボットアームの繰り返し制御によって観測する。
2. 図 1 に示すように線形フィードバックとそれの補正量 h によって制御量を構成するが、 h は式(18)の数値積分によって作り出す。
3. 最初に例えば線形フィードバックのみで制御した状態量 $x(t)$ (これは x_0 に相当) を観測する。 $h_0(t) = 0$ として式(18)の数値積分を行なって補正量 $h_1(t)$ を作り出して次の制御量を構成し、系を運転する。以後この操作を繰り返す。(この場合、式(19)の非線形項 g の第 1 引数は x_{k-1} ではなく x_k になることに注意を要する。)

無論、以上の方法は状態量 x が観測できること、系の動作を表す非線形方程式が正確に知られていることを前提としている。

ここで扱うアーム (図 2(a)) の状態方程式は(38)式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} J_{11} & 0 & 0 \\ 0 & J_{22} & J_{23} \\ 0 & J_{32} & J_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \left(\dot{\theta}_1^2 [5 \sin 2\theta_2 + 4 \sin (2\theta_2 + \theta_3)] + \sin (2\theta_2 + 2\theta_3) \right) - 4 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_3 \\ \left(-\dot{\theta}_1^2 [\sin (2\theta_2 + 2\theta_3) + 4 \sin \theta_2 \cos (\theta_2 + \theta_3)] \right) + 4 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_3 \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 \\ 0 & 0 & B_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} & + \begin{bmatrix} 0 \\ -6 g \sin \theta_2 - 2 g \sin (\theta_2 + \theta_3) \\ -2 g \sin (\theta_2 + \theta_3) \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (38)$$

上式第 1 項の行列要素は次のように表される。

$$\begin{aligned} J_{11} &= 4 + 2 \sin^2 \theta_2 \\ &+ 2 [2 \sin \theta_2 + \sin (\theta_2 + \theta_3)]^2 \\ J_{22} &= 16 + 8 \cos \theta_3 \\ J_{23} = J_{32} &= 4 + 4 \cos \theta_3 \\ J_{33} &= 4 \\ B_{11} &= 10 \sin 2\theta_2 + 8 \sin (2\theta_2 + \theta_3) \\ &+ 2 \sin (2\theta_2 + 2\theta_3) \\ B_{12} &= 8 \sin \theta_2 \cos (\theta_2 + \theta_3) \\ &+ 2 \sin (2\theta_2 + 2\theta_3) \\ B_{23} &= -8 \sin \theta_3 \end{aligned}$$

$\theta_1, \theta_2, \theta_3$ は台座から 1, 2, 3 番目のリンクの回転角と関節角を表し τ_1, τ_2, τ_3 は各リンクを制御する制御トルクを表す。

ここで系の状態変数及び制御量を

$$\begin{aligned} x^T &= [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6] \\ &= [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3] \\ u^T &= [\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3] \end{aligned}$$

で定義すれば上記のロボットの運動方程式から系の状態方程式が

$$\dot{x} = g_1(x(t)) + D_1(x(t)) \cdot u(t) \quad (39)$$

の形で与えられる。ここで $g_1(x)$, $D_1(x)$ はそれぞれ 6 次ベクトル関数、 6×6 次行列関数である。とくに D_1 は(38)式第 1 項の行列の逆行列によって作られる。

この方程式を更に

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ &+ g(x(t)) \\ &+ D(x(t)) \cdot u(t) \end{aligned} \quad (40)$$

の形に書き直すため以下の可制御行列対を導入する。これは x, u の平均的位置のまわりの線形化になっている。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1.0 & -0.5 & 1.0 & -1.0 & 1.0 \\ 0 & 0.35 & -0.1 & 1.0 & 2.0 & 2.0 \\ 0 & 0.2 & 0.2 & 1.0 & -1.0 & -2.0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.001 & 0.001 \\ 0.001 & 0.4 & 0.7 \\ 0.001 & -0.05 & 0.2 \end{bmatrix}$$

そしてこの A , B を用いて

$$\begin{aligned} & g(x(t)) + D(x(t)) \cdot u(t) \\ &= \{g_1(x(t)) - Ax(t)\} \\ &+ \{D_1(x(t)) - B\} \cdot u(t) \end{aligned}$$

により g 及び D を定める。先ほどのロボットアームに、規範軌道 $z(t)$, $t \in [t_0, t_f]$ を与え、この軌道に $x(t)$ を追従させることを考える。この問題を、次の評価関数 $J(u)$ を定義し、これを最小化する $u(t)$ を求める問題として扱う。

$$\begin{aligned} J(u) = & \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} \{x(t) \\ & - z(t)\}^T Q \{x(t) - z(t)\} \\ & + u^T(t) R u(t) \} dt + \frac{1}{2} \{x(t_f) \\ & - z(t_f)\}^T Q_f \{x(t_f) \\ & - z(t_f)\} \end{aligned} \quad (41)$$

ここで Q , R は対称な正定行列で各々、追従誤差に対する重み係数と制御量に対する重み係数である。また Q_f は準正定行列で終端誤差の重み係数である。

図2はこの方法による式(38)の3リンクアームの追従制御の数値実験を表している。

この例では規範の軌道として、わん曲した円一部を与え(図2(a))、また繰り返しの最初の制御入力を $u_0(t) = 0$ とし、 $h_0(t) = 0$ とする線形フィードバックを与えた。

例えば、正数 q , r を選び

$$Q = \begin{pmatrix} q & & & & 0 \\ & q & & & \\ & & q & & \\ & & & 0 & \\ & & & & 0 \\ 0 & & & & & 0 \end{pmatrix}$$

(a) Teaching trajectory

(b) Trial number 1

(c) Trial number 2

(d) Trial number 5

図2 制御軌道

$$R = \begin{pmatrix} r & 0 \\ & r \\ 0 & r \end{pmatrix}$$

として q/r の値を大きくとることにより系の軌道も規範の軌道上をほとんど誤差なく運動し、収束性が改善された。

図2(b)~(d)はそれぞれ、繰り返しの1回目、2回目、5回目における軌道を表している。2回目以降はほとんど収束していることがわかる。

6. おわりに

本報告では、線形系に非線形項が加わった系の追従制御問題について、筆者らが提案してきた逐次計算法の概要を述べた。

そして、収束性については以下のような結果を得ている。

1. 収束の十分条件として線形系のフィードバック解の指数安定性と非線形項の大きさに関する不等式(29)が得られている。
2. 少なくともスカラー系については、評価関数の重み係数が任意に選べれば、1.の十分条件は満たされ得る。(一般の n 次元については現在考察中である。)

また、その方法を3リンクロボットアームの追従制御問題に適用したシミュレーション結果を結果を示した。

謝辞 本研究に関し、有益な御意見、御協力を頂いた、信州大学山浦教授に感謝する。

参考文献

- 1) 師玉・山浦, 電子情報通信学会 第3回回路とシステム軽井沢ワークショップ, (1990-5), 348.
- 2) 松尾ほか3名, 計測自動制御学会第13回DSTシンポジウム, (1991-1), 251.
- 3) 師玉・山浦・太田, 電子情報通信学会論文誌, J71-A-9 (1988-9), 1697.
- 4) 師玉・太田, 計測自動制御学会論文集, 25-3 (1989-3), 290
- 5) 師玉・太田, 電気学会論文誌, 109-C-4 (1989-4), 203.
- 6) 師玉・山浦・太田, 計測自動制御学会論文集, 25-10, 1137.

付録 1

x_0, h_0 が $C[t_0, t_f]$ の元, 即ち連続関数なら, $\bar{y}(x_0, h_0, t) : t \in [t_0, t_f] \rightarrow \bar{y}(x_0(t), h_0(t), t) \in R^n$ も連続関数. よって線形方程式(18)の C^1 級関数である解 $h_1 : [t_0, t_f] \rightarrow R^n$ が唯一存在する. 同様にこの h_1 と x_0 による $\bar{g}(x_0, h_1, t) : t \in [t_0, t_f] \rightarrow \bar{g}$

$(x_0(t), h_1(t), t) \in R^n$ も連続関数だから線形方程式(19)の C^1 級関数である解 $x_1 : [t_0, t_f] \rightarrow R^n$ が唯一存在する.

結局, この逐次近似により $C[t_0, t_f]$ の元 x_0, h_0 から $C[t_0, t_f]$ の元 x_1, h_1 が生成される.

以後, $x_2, h_2, x_3, h_3 \dots$ についても全く同様である.

付録 2

第2章で述べた g についての仮定, 即ち一階及び二階微分の一様有界性により,

・正の定数 $\tilde{M}_1^1, \tilde{M}_g^2, \tilde{M}_g^3, \tilde{M}_y^1, \tilde{M}_y^2, \tilde{M}_y^3$ が存在し

$$\forall x, h \in R^n, \forall t \in [t_0, t_f] \\ |\bar{g}(x, h, t)| \leq \tilde{M}_1^1 |x| + \tilde{M}_g^2 |h| + \tilde{M}_g^3 \quad (42)$$

が成り立つ. ただし,

$\tilde{M}_1^1 = K_1, \tilde{M}_g^2 = |BR^{-1}B^T|, \tilde{M}_g^3 = |g(0)|$ 同様に,

$$\forall x, h \in R^n, \forall t \in [t_0, t_f] \\ |\bar{y}(x, h, t)| \leq \tilde{M}_y^1 |x| + \tilde{M}_y^2 |h| + \tilde{M}_y^3 \quad (43)$$

が成り立つ. ただし,

$$\begin{aligned} \tilde{M}_1^1 &= LK_1 + LK_2 \\ \tilde{M}_y^2 &= K_2 \\ \tilde{M}_y^3 &= L |g(0)| \\ L &= \max_{t \in [t_0, t_f]} |S(t)| \end{aligned}$$

これらの条件を(23), (24)に適用すれば

$$|x_1(t)| \leq M_0 |x_i| + \frac{M_0}{c} (\tilde{M}_g^1 \|x_0\| + \tilde{M}_g^2 \|h_1\| + \tilde{M}_g^3) \quad (44)$$

$$|h_1(t)| \leq \frac{M_0}{c} (\tilde{M}_y^1 \|x_0\| + \tilde{M}_y^2 \|h_0\| + \tilde{M}_y^3) \quad (45)$$

が得られる. 式(45)で $\tilde{M}_y^3 + c |C^T Q_f z(t_f)|$ を新たに $\tilde{M}_y^3$ と置き直している.

式(44), (45)から

$$\begin{aligned} \|x_1\| &\leq (M_0 |x_i| + \frac{M_0}{c} \tilde{M}_g^3 + \frac{M_0}{c^2} \tilde{M}_g^2 \tilde{M}_y^3) \\ &\quad + \frac{M_0}{c} \tilde{M}_g^1 \|x_0\| \end{aligned}$$

$$+ \frac{M_0^3}{c^2} \tilde{M}_g^2 (\tilde{M}_y^1 \|x_0\| + \tilde{M}_g^2 \|h_0\|) \quad (46)$$

$$\|h_1\| \leq \frac{M_0}{c} \tilde{M}_y^3 + \frac{M_0}{c} (\tilde{M}_y^1 \|x_0\| + \tilde{M}_y^2 \|h_0\|) \quad (47)$$

を得る。ここで不等式

$$\begin{cases} \frac{M_i}{c} \tilde{M}_g^1 + \frac{M_i}{c} \tilde{M}_g^2 (\tilde{M}_y^1 + \tilde{M}_y^2) < 1 \\ \frac{M_i}{c} (\tilde{M}_y^1 + \tilde{M}_y^2) < 1 \end{cases} \quad (48)$$

が成り立てば、

$$\begin{aligned} \max \{ \|x_1\|, \|h_1\| \} \\ \leq \max \{ c_x, c_h \} \\ + r \max \{ \|x_0\|, \|h_0\| \} \end{aligned} \quad (49)$$

ただし

$$0 \leq r < 1$$

$$c_x = M_0 \|x_i\| + \frac{M_0}{c} \tilde{M}_g^3 + \frac{M_0^3}{c^2} \tilde{M}_g^2 \tilde{M}_y^3 \quad (50)$$

$$c_h = \frac{M_0}{c} \tilde{M}_g^3 \quad (51)$$

が成立する。同様にして、

$$\begin{aligned} \max \{ \|x_{k+1}\|, \|h_{k+1}\| \} \\ \leq \max \{ c_x, c_h \} \\ + r \max \{ \|x_k\|, \|h_k\| \} \end{aligned}$$

が示せる。 ($k=0, 1, 2, \dots$)

これより、

$$\begin{aligned} \max \{ \|x_k\|, \|h_k\| \} \\ \leq (1 + r + \dots + r^{k-1}) \\ \max \{ c_x, c_h \} \\ + r^k \max \{ \|x_0\|, \|h_0\| \} \end{aligned}$$

ゆえに $\|x_k\|, \|h_k\|$ ($k=1, 2, \dots$) は (k に関し一様に) 有界である。

付 録 3

連続関数 x'_0, h'_0 を最初に与えて、逐次計算を行なった時の x, h を x'_k, h'_k と書き、式(23), (24) にリプシッツ条件(27), (28)を適用して、

$$\begin{aligned} |x'_{k+1}(t) - x_{k+1}(t)| \\ \leq \frac{M_0}{c} (L_{gx} \|x'_k - x_k\| + L_{gh} \|h'_{k+1} - h_{k+1}\|) \end{aligned} \quad (52)$$

から

$$\begin{aligned} \|x'_{k+1} - x_{k+1}\| \\ \leq \frac{M_0}{c} (L_{gx} \|x'_k - x_k\| + L_{gh} \|h'_{k+1} - h_{k+1}\|) \end{aligned} \quad (53)$$

を得る。同様に

$$\begin{aligned} |h'_{k+1}(t) - h_{k+1}(t)| \\ \leq \frac{M_0}{c} (L_{yx} \|x'_k - x_k\| + L_{yh} \|h'_k - h_k\|) \end{aligned} \quad (54)$$

から

$$\begin{aligned} \|h'_1 - h_1\| \\ \leq \frac{M_0}{c} (L_{yx} \|x'_0 - x_0\| + L_{yh} \|h'_0 - h_0\|) \end{aligned} \quad (55)$$

を得るさらに式(53), (55)から

$$\begin{aligned} \|x'_1 - x_1\| &\leq \frac{M_0}{c} L_{gx} \|x'_0 - x_0\| \\ &+ \frac{M_0^3}{c^2} L_{gh} (L_{yx} \|x'_0 - x_0\| + L_{yh} \|h'_0 - h_0\|) \end{aligned} \quad (56)$$

を得る、よって不等式

$$\begin{cases} \frac{M_i}{c} L_{gx} + \frac{M_i^3}{c^2} L_{gh} (L_{yx} + L_{yh}) < 1 \\ \frac{M_i^3}{c^2} (L_{yx} + L_{yh}) < 1 \end{cases} \quad (57)$$

が成り立てば、

$$\begin{aligned} \max \{ \|x'_{k+1} - x_{k+1}\|, \|h'_{k+1} - h_{k+1}\| \} \\ \leq \varepsilon \max \{ \|x'_k - x_k\|, \|h'_k - h_k\| \} \end{aligned}$$

となる。

~~~~~メッセージ~~~~~

宮 島 啓 一

師 玉 康 成

江 口 正 義

葭 谷 安 正

- ・宮島啓一 平6信州大・工・情報卒・同大学院工学系研究科博士前期課程在学中。
- ・師玉康成 昭53法政大・工・建築卒，昭60防衛大学理工学研究科電子工学電子計算了。現在信州大学工学部情報工学科教授，工博。主として最適化理論の研究に従事。
- ・江口正義 昭40東工大，数卒，昭42同大学院修士課程了。現在東京商船大学商船学部助教授，工博。主として最適制御理論，適応制御理論および電力系統の制御への運用に関する研究に従事。
- ・葭谷安正 昭57東京理大・理・2部数学卒，昭60防衛大学校理工学研究科応用確率了，平6信州大学大学院博士後期課程了。現在大阪府立工業高等専門学校システム制御工学科助教授，工博。主として最適制御理論に関する研究に従事。