低周波振動解析器に関する一実験*

毛利泰裕**, 葉山真治**

概 要

一般に舶用機関などで計測される振動の振動数は、可聴周波数帯（オーディオ周波数帯）の振動数と比較して非常に低いために、オーディオの周波数分析器のような専用の周波数分析器を使用することができず、ふつうは、データを読み取り数値計算によってフーリエ解析し、周波数分析を行なう方法がとられている。これは低周波域で帯域幅の狭いバンドパスフィルタを、通常の方法で製作することが非常に困難なためである。

そこで、この点を解決する一つの方法として、帯域消去形の Twin Bridge 回路によって、増幅器に帰還をかけたいわゆる能動フィルタを使用して、低周波の振動解析器を試作してみた。能動フィルタの中心周波数は、電話用セレクトスイッチによって抵抗 R と容量 C とを切り換え、1/12オクターブごとに順次移行させていく方法を使用し、1.00Hz から 241.8Hz までの周波数範囲を解析の対象とした。

本試作器に、あらかじめ振動数と振幅とがわかっている正弦波を合成して作った入力信号をいれて解析してみた。また、この信号をペンオシログラフに描かせて、その一周期を読み取り、数値計算でフーリエ解析したものと比較してみた。その結果、つぎのことがわかった。

- (1) 本試作器は振動数成分については一応正しく解析できた。
- (2) 振幅については、含まれている成分の比率もほぼ正しく解析しているが、数値計算によるもののほうがややよい。
- (3) しかし、数値計算で求めたものについては、読み取り誤差のため、高調波成分において大きな誤差が現われる。

この試作器により、能動フィルタ方式による低周波振動解析器が実際に使用し得るとの見通しが得られた。

An Experiment on Low Frequency Spectrum Analyser

by Yasuhiro Mori, Shinji Hayama

Abstract

The vibrations which are produced in marine engines consist of, in general, very low frequency components, compared with those of audio frequencies. As, in the low frequency band, it is very difficult to make a narrow band-pass filter by the use of usual inductances, capacitances and resistances, we can not utilize a suitable frequency spectrum analyser, as used in audio frequency band, and must use tiresome numerical methods in order to analyze the spectra of such vibrations as mentioned above.

As one of the methods to solve this difficulty, an active filter is introduced, which consists of a DC amplifier and its feed-back circuit with the R-C twin bridge. By using the active filters, a low frequency spectrum analyser is built, in which the center frequency of the filter is shifted step by step by 1/12 octave automatically through selector switches and the frequency band is covered from 1 to 241.8 Hz.

The spectrum analyser is tested with the input signals which consist of sinusoidal waves whose frequencies and the ratio of their amplitudes are known beforehand. The results are also compared with those obtained by Fourier expansion method. The following results are obtained.

*原稿受付 昭和44年4月1日 **正会員, 東京大学工学部 (東京都文京区本郷 7-3-1)

The low frequency spectrum analyser built in this experiment can detect almost exactly the frequency components contained in the test signals. The analyser can give the nearly exact ratio of amplitudes of the components contained. The numerical results give rather good values. However, the numerical ones give also higher harmonic components which are, in reality, not contained in the test signals. It can be expected that the low frequency spectrum analyser built in this experiment may be used in practice.

1. ま え が き

従来、船用機関などで計測される振り振動や架構の振動のスペクトル解析を行なうには、たとえば、その波形を電磁オシログラフやペンオシログラフに描かせて、機関の一回転分をいくつかに分割して、その値を読み取りフーリエ解析を行なうか、または、データレコーダに記録し、テープ速度を数倍から数十倍にあげて、これを可聴周波数帯（オーディオ周波数帯）のアナライザ（周波数分析器）にかけて、その振動のスペクトルを求めるといった方法が用いられてきたようである。その理由として、船用機関、特に低速ディーゼル機関で問題となる振動の振動数がオーディオの振動数と比較して非常に低いということ、たとえば、120 rpm で回転している機関の6次の高調波、すなわち6次の成分を考えたとすれば、 12Hz 、16次のものをみても、たかだか 32Hz であり、低周波数（ $0.5\sim 100\text{Hz}$ ）の振動解析器を通常のバンドパスフィルタ（以下BPFと略する）を用いて製作することが実用上困難であること、さらに、その通過帯域の極度に狭いものをも製作することが困難であるために、オーディオのスペクトルアナライザほど比較的容易に製作できないことなどがあげられる。

そこで、従来のオーディオアナライザについての原理を考えてみると、おおむね二通りの方法に分けることができる⁽¹⁾。

(A) BPF を1個内蔵し、入力信号を変調などして一定の周波数として取り出し記録する。

(B) 解析に必要な周波数範囲（たとえば、オーディオにおいては $20\text{Hz}\sim 20\text{KHz}$ ）を包括するのに必要な数のBPFをそろえる。

したがって、たとえば、通過帯域 $1/3$ オクターブのBPFを使用し、上記の周波数範囲を包括するためには、中心周波数が 20Hz のBPFを1番目のBPFとし、2番目には 25Hz 、3番目には 31.5Hz 、4番目には 40Hz 、というように、 20KHz まで合計31個のBPFが必要である。

これらの方法は互いに長所短所をもっており、どちらがよいかということはいちがいにはいえない。まず(A)について考えてみると、BPFが1個であるため

その通過帯域は入力信号の振動数が高くなるにしたがって分析能力がよくなり、また高価なBPFが1個で済み、さらにスーパーヘテログイン方式などによって、BPFの中心周波数を高くすることもできる。もちろん、中心周波数を高くすれば通過帯域を狭くすることは困難になるが、メカニカルフィルタの発達によって、通過帯域の狭いBPFの製作が容易になった。そのかわり、変調などの回路が必要となり、回路構成が複雑となるなどの短所があげられる。

(B)については、(A)の場合とまったく逆の立場になる。通過帯域が $1/3$ オクターブあるいは1オクターブのBPFを多数内蔵しているために、これらBPF特性より、入力信号の振動数が低い所においても高い所においても、その分析能力は一定であり、BPF自体の設計は複雑であっても回路構成は簡単である。またBPFを多数内蔵していることから、高価となるなどがあげられる。

低周波数のBPFを、通常のインダクタンス L 、容量 C 、抵抗 R によって製作しようすると、極度に値の大きな L と C が必要になり、従来の方式、とくに(B)の方法によっては、低周波振動解析器は実用上製作することができない。

そこで、この点を解決する方法として、ここでは、 R 、 C による帯域消去形 Twin Bridge 回路を直流増幅器の帰還回路に入れることによってできる、いわゆる、能動フィルタを使用することにした。この方法により、全体の構成としては(B)の方法を用い、能動BPFの中心周波数は電話用セレクトスイッチを使用して R と C とを切り換えることにより、 $1/12$ オクターブごとに順次移行するようにした。

このようにして、 1.00Hz から 241.8Hz までの低周波振動解析器を試作し、実験してみた結果、一応、実用の目安がついたので、ここに報告する。

2. 帯域消去形 Twin Bridge 回路と BPF の特性

図1に帯域消去形 Twin Bridge 回路を示す。図1のように回路定数を決めると、入力インピーダンス $Z_i \approx 0$ 、出力インピーダンス $Z_o \approx \infty$ のとき、この回路の伝達関数 $G_i(s)$ はつぎのようになる。

図1 帯域消去形 RC Twin Bridge 回路

$$G_1(S) = \frac{e_o}{e_i}(S) = \frac{S^2 + 1}{S^2 + 4S + 1} \quad (S = j\omega CR) \quad \dots\dots\dots(1)$$

したがって、正弦波入力に対する定常解の振幅比

$$G_1(\omega) = 1 - \frac{4\omega/\omega_0}{\sqrt{\{1 - (\omega/\omega_0)^2\}^2 + (4\omega/\omega_0)^2}} \quad \left(\omega_0 = \frac{1}{CR}\right) \quad \dots\dots\dots(2)$$

図2 帯域消去形 Twin Bridge 回路の周波数振幅特性

となる。これを ω/ω_0 の関数として図に示せば、図2のように左右対称となり、中心周波数では鋭くとなる。

この Twin Bridge 回路で直流増幅器に負帰還を施すことによって、BPFを製作することができる。図3において、増幅度 μ の直流増幅器に帰還量 β を施すと、その入出力比 e_o/e_i は

$$\frac{e_o}{e_i} = \frac{\mu}{1 + \beta\mu} \quad \dots\dots\dots(3)$$

となる。式(3)において、帰還量 β の代わりに、前に求めた式(1)を代入すれば、BPFの特性を表わす伝達関数が得られる。これを $G_2(S)$ とすると、

$$G_2(S) = \frac{\mu}{1 + \mu} \frac{S^2 + 4S + 1}{S^2 + 4S/(1 + \mu) + 1} \quad \dots\dots\dots(4)$$

となる。

図3 帰還増幅器

式(4)において、正弦波入力に対する定常解の振幅比 $G_2(\omega)$ は

$$G_2(\omega) = \frac{\mu}{1 + \mu} \left\{ 1 + \frac{4}{1 + \mu} \frac{\omega/\omega_0}{\sqrt{\left\{ 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right\}^2 + \left(\frac{4}{1 + \mu} \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}} \right\} \quad \dots\dots\dots(5)$$

となる。式(5)がBPFの周波数振幅特性を表わすものでこれを図4に示す。

図4 BPF の周波数振幅特性

本来なら(B)の方式のBPFの特性としては、通過帯域が平たんとなることが望ましいが、図4からわかるように、このBPFでは平たんとならず鋭くとなる。通過帯域を平たんにするには、負性回路などを使用することによって実現できるが、そのためには、非常に精度の高い回路素子为数多く必要となるので、ここでは図4に示す特性をもつBPFをそのまま使用した。

このBPFを1オクターブ当たりなん個使用すればよいかが問題となるが、本試作器においては12個/オクターブとし、図4に示すように、一つのBPFとつぎに並ぶBPFの特性曲線の交点が、その特性曲線の最大値の半分、すなわち $\mu/2$ となるように選んだ。一般にはこの交点の値を70%とするが、通過帯域をあまり広くするとBPFが鋭い周波数振幅特性をもてなくなるということと、1オクターブ当たりのBPFの数をこれ以上多くすると、あまりに回路素子の数が多くなり切り換えて使用しにくいという点を考慮して前述のように決めた。

ところで、このBPFの通過帯域の幅は直流増幅器の増幅度 μ によって決定されるのでこの μ を求める。前述のように12個/オクターブのBPFが互いに $\mu/2$ で交わるようにするための μ の値は、図4に示すように、一つのBPFの中心周波数を ω_{10} 、 $\mu/2$ となる周波数をそれぞれ ω_{11} 、 ω_{12} とすれば、 ω_{11}/ω_{10} 、 ω_{12}/ω_{10} はおのおの式(6)、(7)のようになる。

$$\frac{\omega_{11}}{\omega_{10}} = \sqrt{1 - \frac{8}{(1+\mu)^2} \left\{ 1 - \frac{4\mu^2}{(1-\mu)^2} \right\} - \frac{4}{1+\mu}}$$

$$\sqrt{\left\{ 1 - \frac{4\mu^2}{(1-\mu)^2} \right\} \left[-1 + \frac{4}{(1+\mu)^2} \left\{ 1 - \frac{4\mu^2}{(1-\mu)^2} \right\} \right]}} \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{\omega_{12}}{\omega_{10}} = \sqrt{1 - \frac{8}{(1+\mu)^2} \left\{ 1 - \frac{4\mu^2}{(1-\mu)^2} \right\}}$$

$$+ \frac{4}{1+\mu} \sqrt{\left\{ 1 - \frac{4\mu^2}{(1-\mu)^2} \right\} \left[-1 + \frac{4}{(1+\mu)^2} \left\{ 1 - \frac{4\mu^2}{(1-\mu)^2} \right\} \right]}} \dots\dots\dots (7)$$

ここで $\mu \gg 1$ とすれば、上式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\omega_{11}}{\omega_{10}} &\approx 1 - \frac{2\sqrt{3}}{1+\mu} \\ \frac{\omega_{12}}{\omega_{10}} &\approx 1 + \frac{2\sqrt{3}}{1+\mu} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

となる。

また、BPFの数を12個/オクターブとするためには、隣り合ったBPFの中心周波数の比は1.06となる必要がある。これより、 $\omega_{11}/\omega_{10} \approx 0.97$, $\omega_{12}/\omega_{10} \approx 1.03$ となり、 $\mu \approx 115$ を得る。

なお、図5にBPF用直流増幅器の回路図を示す。

図5 BPF用直流増幅器の回路

3. 試作した低周波振動解析器の回路構成

実際の回路を組み立てる場合、Twin Bridge 回路のR、Cの値は計算値と比較して誤差を伴う。とくに容量Cには漏れ抵抗があるのでBPFの周波数振幅特性は計算値のように鋭くとがることなく、頭の部分が多少丸くなり、このため増幅器の増幅度は計算によって求めた値より多少大きく選ばなければならない。これは、R、Cの精度に依存するものであるから、実験的に求めなければならない。実験により、前述の条件を満足させるに必要な増幅度は $\mu = 160$ となった。実験により求めたBPFの周波数振幅特性を図6に示す。

BPFの中心周波数の移行は、25接点4回路(リレー1)と5接点4回路(リレー2)の2個の電話用セレクトスイッチを用いて行なう。すなわち、前者では抵抗Rを、後者では容量Cを切り換え1.00Hzから241.8 Hzまで 1/12 オ

図6 試作器BPFの周波数振幅特性

表1 リレー1, 2の端子番号とBPFの中心周波数との関係

BPFの 番号	BPFの中 心周波数 Hz	リレー1 端子番号 リレー -2-1	BPFの 番号	BPFの中 心周波数 Hz	リレー1 端子番号 リレー -2-2	BPFの 番号	BPFの中 心周波数 Hz	リレー1 端子番号 リレー -2-3	BPFの 番号	BPFの中 心周波数 Hz	リレー1 端子番号 リレー -2-4
1	1.00	1	25	4.00	1	49	16.00	1	73	64.0	1
2	1.06	2	26	4.24	2	50	16.96	2	74	67.8	2
3	1.12	3	27	4.48	3	51	17.92	3	75	71.7	3
4	1.19	4	28	4.76	4	52	19.04	4	76	76.2	4
5	1.26	5	29	5.04	5	53	20.16	5	77	80.6	5
6	1.33	6	30	5.32	6	54	21.28	6	78	85.1	6
7	1.41	7	31	5.64	7	55	22.56	7	79	90.2	7
8	1.50	8	32	6.00	8	56	24.00	8	80	96.0	8
9	1.59	9	33	6.36	9	57	25.44	9	81	101.8	9
10	1.68	10	34	6.72	10	58	26.88	10	82	107.5	10
11	1.78	11	35	7.12	11	59	28.48	11	83	113.9	11

クターブごとに順次中心周波数を移行させる。

BPFの中心周波数とリレー1, リレー2の端子番号との対応は表1に示すとおりである。

図7 試作器のブロックダイアグラム

図7が試作器のブロックダイアグラムであり、図7にしたがって、試作器の動作について説明する。

(イ) 入力信号 機関振動などを記録した磁気テープを約4m(テープ速度7.5インチ/秒)切り取り、両端を継ぎ合わせ、エンダレステープとし、これを入力信号とする。このとき、継目に約5mmの間隙を取っておき、この部分をフォト・トランジスタで検出しこのパルスをBPFの中心周波数を移行させる制御信号とする。

(ロ) 周波数解析部(BPF) データレコーダの出力は、減衰器で解析につごうのよい電圧にされ、BPFにはいる。BPFの出力は整流され、保持回路への入力となる。この保持回路は整流した後の電圧の最大値を保持するようになっており、テープが一巡すればそのときまで保持していた値はリセットされてゼロとなる。また、同時にリレー1の接点が1コマ移行

してBPFの中心周波数は表1に示すように1/12オクターブ高くなる。テープが一巡するたびに、この操作がくり返される。

リレー1の接点が#1の端子から1コマずつ移行して#25の端子までくると、この#25の端子から、約0.2秒の時間で#1の端子へ移行する。この時間中はBPFは動作しないようになっている。このときリレー2の接点は1コマ移行し、Twin Bridge回路の容量Cの値は、リレー2における前のCの値の1/4となるように定めてあり、これによって、リレー1の接点が一巡すれば、BPFの中心周波数は2オクターブ高くなる。そして、おのおのの中心周波数に対する出力電圧は、XYレコーダのY軸に振幅として記録される。

(ハ) 周波数軸発生部 周波数軸の出力はリレー1, リレー2の4番目の回路(1~3番目の回路は、Twin Bridge回路のR,Cを切り換えていくのに使用している)を使用する。

リレー1の#1~#25端子間に10Ω抵抗を順次接続し、また、リレー2の#1~#4の端子間には240Ωの抵抗を順次接続してあり、リレー1の接点が1コマずつ移行するたびに0Vより約0.15Vずつ電圧が高くなる。これをXYレコーダのX軸に周波数軸として記録する。したがって、周波数軸に通し番号を記載することによって、表1のBPFの番号からその周波数に対する出力がわかる。

(ニ) リレー1, リレー2駆動部 データレコーダのテープの継目をフォト・トランジスタで検出し、これをパルス増幅器で増幅し、このパルスでリレー1の接点を1コマずつ移行させる。このときリレー1の作動時間が約0.1秒のために、フォト・トランジスタからのパルス時間では短かすぎて作動しないために単安定マルチを使用してパルス幅を0.1秒にのばす。#25

12	1.89	12	36	7.56	12	60	30.24	12	84	121.0	12
13	2.00	13	37	8.00	13	61	32.00	13	85	128.0	13
14	2.12	14	38	8.48	14	62	33.92	14	86	135.7	14
15	2.24	15	39	8.96	15	63	35.84	15	87	143.4	15
16	2.38	16	40	9.52	16	64	38.04	16	88	152.3	16
17	2.52	17	41	10.08	17	65	40.32	17	89	161.3	17
18	2.67	18	42	10.68	18	66	42.72	18	90	170.9	18
19	2.83	19	43	11.32	19	67	45.28	19	91	181.1	19
20	3.00	20	44	12.00	20	68	48.00	20	92	192.0	20
21	3.17	21	45	12.68	21	69	50.72	21	93	202.9	21
22	3.36	22	46	13.44	22	70	53.76	22	94	215.0	22
23	3.56	23	47	14.24	23	71	56.96	23	95	227.8	23
24	3.78	24	48	15.12	24	72	60.48	24	96	241.8	24
25			25			25			25		

の端子には+12Vの電圧が印加されており、リレー1の接点が#25の端子にセットされたときに、この電圧を増幅してリレー2を作動させる。このリレー2の接点が1コマ移行することによって、BPFの中心周波数は4倍となる。またリレー1の接点が#25の端子にセットされているとき、この電圧が周波数軸出力に混入するのを防ぐため、約0.2秒の時間で#1の端子へ移行する回路が必要である(図7には省略してある)。

解析を始めるとき、リレー1の接点が#1の端子に、リレー2の接点が#1の端子にあることが必要である。これを指示するために、リレー1、リレー2の接点がそれぞれの#1端子にあるとき始点表示の電球が点灯するようになっている。この電球が点灯しているときには、BPFの中心周波数が1.00 Hzにあることを示す。

また、リレー1、リレー2の接点を1コマずつ手動で作動できるように押しボタンを付けてある。

(ホ) 較正回路 較正回路として、周波数1.00 Hzまたは2.00 Hz、出力電圧2.0V_{p-p}の矩形波発振器を内蔵している。この矩形波を試作器の入力として周波数分析し、その出力を用いて、XYレコーダのY軸、すなわち、おのおのの周波数成分の出力の値と比較較正する。

なお、BPFの通過帯域は非常に狭いため、BPFの出力が定常値に達するまでに約20波数は必要であり、1Hz近傍の周波数成分を解析するためには約20秒を要する。したがって、テープ速度7.5インチ/秒のデータレコーダを使用するものとすれば、3.8m以上のエンドレステープが必要となる。

4. 実験結果

試作器の性能を調べるために、既知の入力波形を使用して、これを試作器によって解析してみた。また参考のため、この入力波形をペンオシログラフに描かせ、これを読み取り、デジタル計算機によってフーリエ解析したものと比較してみた。

入力信号は6台の低周波発振器を用いて、これをアナログ計算機用加算器で合成したもので、このときの周波数および各発振器の出力電圧の比率を表2に示す。

表2 基本波(2.0Hz)に対する各高調波成分の振幅比

周波数 Hz	2.00	4.00	6.00	10.0	14.0	20.0
入力信号	1.00	0.50	0.75	1.50	1.00	1.00
試作器の解析出力	1.00	0.58	0.83	1.60	0.96	0.70
数値計算による解析	1.00	0.55	0.61	1.46	0.95	0.98

図8 入力信号の合成波形

す。図8がその合成波形である。なお、フーリエ解析を行なった結果については、一周期を50等分し、20番目までの高調波成分について求めた。

図9 試作器による解析出力の(BPF 出力)

図9は表2の入力信号を試作器で解析した結果を示す。図9は保持回路にはいる前の電圧をペンオシログラフに描かせて、そのときの出力振幅を読み取ったものである。これはBPF自体の精度を調べるために、保持回路以前の出力を記載した。

図10 数値計算による解析結果

図10に数値計算によってフーリエ解析した結果を示す。数値計算による解析では、実際には含まれていない高調波成分がかなり出てくることがわかる。これは読み取りにおける誤差が高調波成分として出てくるためと思われる。また、試作器では振動数成分は一応正しく解析している。また、振幅については、各成分の比率もだいたい出ているが、数値計算によるもののほうがややよい。

図8の入力信号を試作器で解析し、保持回路を経由した後の出力をXYレコーダに記録したものを図11に示す。図11において、全周波数が表2と比較して2倍となっているのは、解析時間を短縮するために、データレコーダのテープ速度を記録時の2倍の速度で再生したためである。したがって、実際の入力信号の周波数は図11のBPFの中心周波数の半分となる。

なお、任意の振動数、振幅を合成したものについての解析結果の数例を図12～図14に示す。

図12に1.5Hzの矩形波を解析した結果を示す。矩形波には、1. 3. 5. ……と奇数次高調波成分が含まれ、

図11 図8の合成波形の解析結果

図12 解析例1 入力信号 1.5Hz 矩形波

図13 解析例2 入力信号 4, 8, 12, 20, 30, 40, Hz 正弦波の合成波形

図12に示されているように、第11次高調波まで判別できた。

図13は、4.00 Hz, 8.00 Hz, 12.0 Hz, 20.0 Hz, 30.0 Hz, 40.0 Hz の正弦波の合成波形を解析したものである。これらの各周波数成分の振幅は任意に選んだ。

図14は、4.00 Hz, 8.00 Hz, 12.0 Hz, 20.0 Hz の正弦波の合成波形を解析したものである。

図12～14において、入力信号の周波数と解析出力の周波数とが多少一致しないところがあるが、これは試作器のBPFの中心周波数が1/12オクターブごとに階段状に変化するため生じたものである。

図14 解析例3 入力信号 4, 8, 12, 20, Hz 正弦波の合成波形

5. 結 言

RC Twin Bridge 回路による能動フィルタを用いて、低周波振動解析器を試作し、あらかじめ振動数と振幅のわかっている信号を入力として、本試作器で解析してみた。また、この信号をペンオシログラフに描かせ、その一周期を読み取り、計算機でフーリエ解析したものとも比較してみた。その結果つぎのことがわかった。

(1) 本試作器は振動数成分については一応正しく解析している。

(2) 振幅については、各成分の比率もほぼ正しく示されているが、計算機でフーリエ解析を行なったもののほうがややよい。

(3) しかし、計算機で求めたものについては、読み取り誤差により、高次において大きな誤差が現われる。

以上のような結果から判断して、能動フィルタ方式による低周波振動解析器の実用化の見込みが十分あると考えられる。

文 献

- (1) Harry F. Olson Acoustical Engineering
〔西巻訳：音響工学上下巻〕