劣化診断成功率によるシステム保全評価*

石毛 謙三** 堀籠 教夫*** 佐藤 吉信**

Maintenance Assessment Based on Success Ratio in Deterioration Diagnosis

by Kenzo Ishige, Michio Horigome, Yoshinobu, Sato

It is well known any preventive maintenance method is not always useful in cases where system failures roughly follow the exponential distribution. In order to overcome this weakness, the monitoring maintenance was introduced recently and attracted the attention of the engineers as one of the most effective methods to prevent a system from defects and failures. The present authors, Horigome and I, lately introduced the success ratio of fault diagnosis they investigated the characteristics of the preventive maintenance from the viewpoints of the reliability improvement ratio, the maintenance cost and the maintenance numbers. In this case, it is assumed that the system failure occurs through some malfunction, and follows to an exponential distribution. Then the newly obtained results are discussed. Finally it is shown that they are very useful for analysis or investigation on the maintenance in the field.

1. まえがき

システムに関する予防保全は今日でも容易でないため、その状態監視保全に対する要求が強くなっている。周知の通り従来から船舶では乗組員による推進機関システムの状態監視が実施されてきた。もちろん最近では、コンピュータを中枢とした監視システムを装備し、その情報処理結果から保全を決定し実施する。今後とも多少の遅れなどはあろうが、この傾向は進行するものと推測される。特に、状態監視においても劣化/故障診断技術が最も必要とする理由の一つに、システム故障は比較的指数分布に従うことが知られている。しかし、このような場合予防保全に対してそれほど効果が期待できないことは理論的にも経験的にもよく知られている。さらに基本的な問題として、状

態監視技術が保全に有効な手段を提供するための条件、例えば、状態監視下の保全コスト、予防保全や事後保全件数の増減など、不明なところが多い。

本研究ではシステム故障が必ず劣化の発生を通して生ずるという条件のもとで、劣化診断成功の割合（率）が予防保全や事後保全に与える影響などを信頼度改善率、保全コスト、保全件数の観点から考察することを目的とする。また、その考察が現場の特性を説明するのに、極めて有効であることを明らかにする。

2. 理論的背景

2.1 劣化診断モデル 本研究では、システムにまず劣化が発生し、その状態を通して故障が生ずると想定する。（図1参照）。川崎[1]はこのような場合を取り上げ、システムが劣化発生から故障までの期間中に行われた劣化/故障診断が成功した

*原稿受付 平成12年12月6日

**正会員 東京商船大学（江東区越中島2-1-6）

***正会員 広島商船高等専門学校（豊田郡東野町4272-1）

場合を劣化診断成功と呼び、その割合を劣化診断成功率と定義した。そして、瞬間的に劣化診断の可能な場合の保全モデル（瞬間診断保全モデル:モデルA）と診断に時間が要求される保全モデル（時間要求診断保全モデル:モデルB）の2者を取り上げ、診断成功率が平均予防保全間隔や平均事後保全間隔に及ぼす影響などを既に詳細に検討している。さらに、石毛ら[2]はこれらのモデルを支配する分布がすべて指数分布と見なせる場合、診断時間の要不要にかかわらず、予防保全や事後保全は単に劣化診断成功率のみに依存することを明らかにしている。

本研究では、以上の結果に基づいて、さらに劣化診断成功率が予防・事後保全に与える影響等を保全コスト、保全回数、さらに信頼度改善率の立場から理論的に評価する。ただし、この場合もまた、システムを支配する確率分布は全て指数分布であると想定する。ここで、考察に必要な記号をまとめて次に示す。

記号

t_d : 正常を確認した時点から劣化発生までの経過時間

t_e : 劣化発生から故障までの経過時間

t_m : 劣化診断に要する時間

$F(t)$: アイテムの故障分布関数

$F_d(t)$: 正常を確認した時点から劣化発生までの時間分布関数

$F_e(t)$: 劣化発生から故障までの時間分布関数

$F_m(t)$: 劣化診断に要する時間分布関数

$f(t)$: アイテムの故障確率密度関数

$f_d(t)$: 正常を確認した時点から劣化発生までの時間における確率密度関数

$f_e(t)$: 劣化発生から故障までの時間における確率密度関数

$f_m(t)$: 劣化診断に要する時間の確率密度関数

p : 劣化診断成功率

図1 正常状態から劣化を通して故障状態に至る過程

λ_d : 正常を確認した時点から劣化発生までの発生率

λ_e : 劣化発生から故障までの故障率

λ_m : 劣化状態からの正常に戻る修復率

T_d : 正常を確認した時点から劣化発生までの平均時間

T_e : 劣化発生から故障までの平均時間

T_m : 劣化診断に要する平均時間

T : 基本保全モデルで正常から故障までのMTBF

T_{vi} : 平均事後保全間隔($i=a$ or b)

T_{wi} : 平均予防保全間隔($i=a$ or b)

なお、 a, b はモデルAとモデルBをそれぞれ表す。一方、確率で表現すべきところは全て指数分布と想定したから、次のようにおく。

$$\bar{F}_d(t) = 1 - F_d(t) = \exp(-\lambda_d t) \quad (1)$$

$$\bar{F}_e(t) = 1 - F_e(t) = \exp(-\lambda_e t) \quad (2)$$

$$\bar{F}_m(t) = 1 - F_m(t) = \exp(-\lambda_m t) \quad (3)$$

$$\alpha = T_m / T_e > 0 \quad (4)$$

2.2 劣化診断成功率 p 劣化診断成功率とは $t_m < t_e$ ，すなわち、故障発生前に診断が終了する場合である。従って、劣化診断成功率 p は次のように定義される[1]。

$$p = \Pr\{t_m < t_e\} = \int_0^\infty f_e(t) F_m(t) dt \quad (5)$$

(2)式から得られる関数 $f_e(t) = \lambda_e \exp(-\lambda_e t)$ と(3)式を(5)式に代入すると、

$$p = \int_0^\infty f_e(t) F_m(t) dt = \int_0^\infty \lambda_e \exp(-\lambda_e t) \{1 - \exp(-\lambda_m t)\} dt$$

$$\therefore p = \frac{\lambda_m}{\lambda_e + \lambda_m} = \frac{T_e}{T_e + T_m} = \frac{1}{1 + \alpha} \quad (6)$$

$$\alpha = \frac{1}{p} - 1 \quad (7)$$

図2 劣化診断成功率 p と α との関係

さらに、(7)式より $p=1$ ならば $\alpha=0$ であり、 p が0になれば α は無限大になり、 α は常に正である。なお、図2は α と p の関係を示したものである。

さて(6)式から、 p は T_e と T_m の大小関係で決定されることが明らかになる。特に、 $\alpha=1$ であれば、 $p=1/2$ 、 $T_e=T_m$ 、つまり診断時間と劣化状態時間が一致する。従って、劣化診断に成功するためには α はできるだけ小さく、零に近いほどよい。言い換えれば p は1に近い方がよい。

2.3 モデルの設定

2.3.1 基本保全モデル このモデルではシステム故障時のみ保全を行うので、事後保全そのものである。システムの故障分布関数を $F(t)$ とすると、

$$F(t) = \int_0^t F_e(t-\tau) f_d(\tau) d\tau \quad (8)$$

ここで $f_d(t)$ は正常状態から劣化状態に至る時間 t_d の確率密度関数であり、 $F_e(t)$ は劣化から故障までの時間 t_e に関する分布関数である。そこで、(8)式を信頼度関数で表現するために、 $\bar{F}(t) = 1 - F(t)$ 、 $\bar{F}_e(t) = 1 - F_e(t)$ を用いると、

$$\bar{F}(t) = \bar{F}_d(t) + \int_0^t \bar{F}_e(t-\tau) f_d(\tau) d\tau$$

であり、さらにラプラス変換すると(9)式が得られる。

$$\bar{F}(s) = \bar{F}_d(s) + \bar{F}_e(s) - s \bar{F}_e(s) \bar{F}_d(s) \quad (9)$$

ここで(9)式に指数分布を当てはめ、この基本モデルの平均値を求める。そこで、(1)式の $\bar{F}_d(t) = \exp(-\lambda_d t)$ や(2)式の $\bar{F}_e(t) = \exp(-\lambda_e t)$ をラプラス変換すれば次のようになる。

$$\bar{F}_d(s) = 1/(s + \lambda_d)$$

$$\bar{F}_e(s) = 1/(s + \lambda_e)$$

これらを(9)式に代入すると、

$$\bar{F}(s) = \frac{1}{s + \lambda_d} + \frac{1}{s + \lambda_e} - s \frac{1}{(s + \lambda_e)(s + \lambda_d)} \quad (10)$$

このモデルの平均値 T は上式に $s=0$ を代入して得られる。

$$T = T_e + T_d \quad (11)$$

2.3.2 モデルA (瞬間診断保全モデル) このモデルでは劣化診断が瞬時に実行され判断される場合を表し、その平均事後保全間隔 T_{va} と平均予防保全間隔 T_{wa} はそれぞれ次のように与えられる[2]。

$$T_{va} = T_d/(1-p) + T_e \quad (12)$$

$$T_{wa} = T_d/p + (1/p - 1)T_e \quad (13)$$

2.3.3 モデルB (時間要求診断保全モデル)

この場合の平均事後保全間隔 T_{vb} と平均予防保全間隔 T_{wb} はそれぞれ次のようになる[2]。

$$T_{vb} = T_d/(1-p) + T_e \quad (14)$$

$$T_{wb} = T_d/p + (1/p - 1)T_e \quad (15)$$

上の2つのモデルから得られた式から(12)と(14)式さらに(13)と(15)式とが同じ式となることがわかる。システムにおける劣化や故障の発生を支配している分布は指数分布としているので、劣化診断のための時間要求があるなしにかかわらず、平均事後保全間隔と平均予防保全間隔は同一になることが証明されている[2]。このような理論的結果が得られた理由として、不確定な個所は全て指数分布に支配されると想定したからと推測される。すなわち、指数分布は記憶がなく、常にリセットされる特性を有するためと思われるが、今後この件について検討すべきと考えている。

2.3.4 予防保全と事後保全の特性の比較 平均事後保全間隔を、 $T_{va} = T_{vb} = T_v$ 、さらに平均予防保全間隔を $T_{wa} = T_{wb} = T_w$ とおく。

まず、事後保全間隔 T_v に関する特性は次のようになる。

(i) $p=0$ では基本保全モデルと同じになる。つまり、劣化診断が実施されない場合と等価となるが、これは当然の結果である。

(ii) p が1に近づくと、第1項が極めて大となり T_v は増加する。つまり、劣化診断成功率 p の増加につれて平均事後保全間隔は増大し、事後保全件数が減少することになる。

一方、平均予防保全間隔 T_w の特性は次のようになる。

(iii) p が限りなく零に近いと $1/p$ は増大するから T_w もまた増加する。これは予防保全間隔が大きくなり、劣化検出に失敗し予防保全件数が減少することを意味する。

(iv) p が1に近づくと、(13)式あるいは(15)式の第2項は0となり T_w は T_d に近づく。つまり、劣化診断成功率が高いと、平均予防保全間隔は平均劣化発生間隔に近づき、ついに $p=1$ で両者は等しくなる。

3. 劣化診断成功率 p による保全評価法

いままで得られた理論結果に新しく導入した

$\alpha=T_m/T_e$ を用いて平均事後保全間隔 T_v と平均予防保全間隔 T_w の関係や、さらに保全件数、保全コスト、信頼度改善率の観点から評価するための新しい手法について考察する。

3.1 平均間隔 T_v と T_w の関係 さて、 T_v や T_w の式を α で表すと、それぞれ次のようになる。

$$T_v = \frac{T_d}{1-p} + T_e = \frac{1+\alpha}{\alpha} T_d + T_e = \frac{1}{\alpha} \{ (1+\alpha)T_d + \alpha T_e \} \quad (16)$$

$$T_w = \frac{T_d}{p} + \left(\frac{1}{p}-1\right)T_e = (1+\alpha)T_d + \alpha T_e \quad (17)$$

従って、

$$T_v = T_w / \alpha \quad (18)$$

という関係が得られる。従って、 T_w は T_v と α の積に等しい。さらに、(4)式と(18)式とから、

$$\alpha = \frac{T_m}{T_e} = \frac{T_w}{T_v} \quad (19).$$

3.2 保全件数比 m による場合 長期間にわたるシステム稼働の単位時間当たりの保全件数を M とすると、 $M=M_v+M_w$ となり、ここで M_v と M_w はそれぞれ事後保全と予防保全に関する単位時間当たりの保全件数であるから、

$$M_v = 1/T_v = \frac{1-p}{T_d + (1-p)T_e} = \frac{\alpha}{(1+\alpha)T_d + \alpha T_e}$$

$$M_w = 1/T_w = \frac{p}{T_d + (1-p)T_e} = \frac{1}{(1+\alpha)T_d + \alpha T_e}$$

$$M = \frac{1}{T_d + (1-p)T_e} = \frac{1}{T_d + \{\alpha/(1+\alpha)\}T_e} \quad (20)$$

いま、基本保全モデルは監視状態にない（事後保全のみ）ので、この時の単位時間当たりの保全件数 M_0 とする。これは(20)式に $p=0$ を代入して容易に得られる。

$$M_0 = 1/(T_e + T_d) \quad (21)$$

従って、(20)式および(21)式から保全件数比 m は、

$$m = \frac{M}{M_0} = \frac{T_d + T_e}{T_d + (1-p)T_e} \quad (22)$$

これらの結果に基づいて次のような特性等が得られる。

(i) $p=0$ の時 ($\alpha \rightarrow \infty$)、すなわち、劣化診断能力が皆無の場合、(22)式の分母は $T_d + T_e$ となり、保全件数比 m は1となるがこれは極めて当然の結果である。

(ii) $p=1$ の時 ($\alpha \rightarrow 0$) つまり診断能力が優れている場合、保全件数比 m は $1+T_e/T_d$ となるから、

T_e と T_d の大小関係によって決まる。

(iii) 保全件数比 m を p で微分すると、

$$\frac{dm}{dp} = \frac{(T_d + T_e)T_e}{\{T_d + (1-p)T_e\}^2} \quad (23)$$

となるから、(23)式の値は常に正となる。こうして、 p の増加と共に単調増加し $p=1$ で最大値 $(T_d + T_e)/T_d$ をとる。従って、 m の取り得る領域は次のようになる。

$$1 \leq m \leq 1 + T_e/T_d \quad (24)$$

3.3 信頼度改善率 k 劣化診断成功率 p によって事後保全件数は減少し、そのため平均事後保全間隔は増加する。そこで、川崎[1]はその増加量を評価するため信頼度改善率 k を導入した。

$$k = \frac{T_v - T}{T} = \frac{p}{1-p} \left(\frac{T_d}{T_d + T_e} \right) = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{T_d}{T_d + T_e} \right) \quad (25)$$

(25)式から次のような k の特性が見られる。

(i) $p=0$ ($\alpha \rightarrow \infty$) では $k=0$ となる。すなわち、診断に成功しない場合、信頼度改善率 k は零となり、故障診断が存在しない場合と同じであることを示唆している。

(ii) $p=1$ ($\alpha \rightarrow 0$) の時 k は無限大となるが、これは劣化診断が常に成功するということから、事後保全は存在しないことになる。

(iii) また、

$$\frac{\partial k}{\partial p} = \frac{T_d}{(T_d + T_e)(1-p)^2}$$

だから、 k は p と共に常に増加する。つまり、診断成功率 p が増加すると、信頼度改善率もまた増加する。

3.4 保全コスト比 c 保全コスト C は、事後保全コストと予防保全コストとの和で表わす。1回に要する事後保全コストと予防保全コストをそれぞれ C_v と C_w と置く。従って、総保全コスト C は

図3 劣化診断成功率 p と保全件数比 m との関係

図4 劣化診断成功率 p と信頼度改善率 k との関係

$C = C_w M_w + C_v M_v$ であり、現場における保全コストや経験などから、予防保全コスト C_w は事後保全コスト C_v より小さいことが一般的である。従って、ここで $C_v = l C_w (l > 1)$ とおくと、総保全コスト C は次のようになる。

$$C = C_w \cdot \frac{l(1-p)+p}{T_d+(1-p)T_e} = C_w \cdot \frac{l\alpha+1}{(1+\alpha)T_d+\alpha T_e} \quad (26)$$

診断なしの基本保全モデルにおけるコスト C_0 は(26)式に $p=0$ を代入すればよいから、

$$C_0 = C_w l / (T_d + T_e) \quad (27)$$

こうして、保全コスト比 $c = C/C_0$ は、次式のように得られる。

$$c = C/C_0 = \frac{l(1-p)+p}{l} \cdot \frac{T_d+T_e}{T_d+(1-p)T_e} \quad (28)$$

c について次の特性が得られる。

(i) $p=0$ では、 $c=1$ 。

(ii) $p=1$ では、 $(1+T_e/T_d)/l$ となり、 l と T_e と T_d との大小関係が重要になる。

4. 保全コスト比に関する考察と事例

既述のように、保全件数比 m や信頼度改善率 k の特性は分かりやすい。しかし、保全コスト比の特性はそれほど理解が容易ではないため、まず理論的に考察し次に事例を挙げて検討する。

4.1 保全コスト比の理論的特性 (28)式で保全コスト比 c と診断成功率 p との関係を考察するため、(28)式を p について偏微分すると次のようになる。

$$\frac{\partial c}{\partial p} = \frac{T_e - (l-1)T_d}{\{T_d + (1-p)T_e\}^2} \quad (29)$$

(29)式が0になるのは、

$$T_e/T_d = l-1 (>0) \quad (30)$$

の場合であり、 $T_e/T_d > (l-1)$ では正、 $T_e/T_d < (l-1)$ では負となる。

また、(28)式が(30)式を満足させる c は、

$$c = \frac{(T_d+T_e)(1-p)+pT_d}{T_d+(1-p)T_e} = 1$$

となり、 c は p に依存せず定数1になる。

図5は以上の概要をまとめて示したものであり、曲線①と③は(28)式より双曲線関数を表していることに注意する。

さて、保全コスト比 c は次のような特性をもつ。

(i) $T_e/T_d > (l-1)$ の場合

既に見たように $\partial c/\partial p > 0$ だから、図5の曲線①のように診断成功率 p の増加と共に保全コスト比 c も増加する。そこで、 $p=0$ では $c=1$ あり、 $p=1$ では $c=(1+T_e/T_d)/l$ なので、両者の大小を比較するためにそれらの差を取ると、

$$(1+T_e/T_d)/l - 1 = \frac{(T_e/T_d) - (l-1)}{l} > 0$$

となり、この場合の条件から上式は常に正になる。こうして、保全コスト比 c において $p=0$ より $p=1$ の方が大きいことが明らかである。従って、この条件では診断成功率 p が増加すると、保全コスト比は減少せず、反対に増加することを示唆している。

(ii) $T_e/T_d = (l-1)$ の場合

この時、既に検討したように保全コスト比 $c=1$ だから図の直線②のように常に一定であり、診断成功率 p に全然依存しない。つまり、この条件を満たせば、いくら診断成功率 p を増加させても、保全コスト比は一定で、増減できないことが分かる。

図5 劣化診断成功率 p と保全コスト比 c との関係

なお, $p=1$ で $c=(1+T_e/T_d)/l$ の値に $T_e/T_d=l-1$ を代入すれば $c=1$ が得られる.

(iii) $T_e/T_d < (l-1)$ の場合

この時, $\partial c / \partial p < 0$ だから図5の曲線③のように p の増加と共にコスト比 c は減少する. これは (i) と同様にして $p=0$ の $c=1$ と $p=1$ の $c=(1+T_e/T_d)/l$ との差を取ることで立証できる. すなわち,

$$1 - (1 + T_e/T_d)/l = \frac{(l-1) - T_e/T_d}{l} > 0$$

となり, 条件から上式は常に正になる. 従って, この条件においてはじめて診断成功率 p の増加によって予防保全コストを減少させることが出来ることになる. こうして, 保全コスト比 c において $p=0$ より $p=1$ の方が小さいことが明らかとなる.

4.2 事例 正常から劣化発生までの平均時間

T_d が 1000 (時間), 劣化から故障までの平均時間 T_e が 3 つの値を持つ場合について考察する. また, ここでは検討を簡単にするため, l は常に 2 とする.

Case1: $T_e=3000$ (時間) の場合

これは正常から劣化発生までの平均時間 T_d が, 劣化発生から故障発生までの平均時間 T_e より小さい場合に当たる. つまり, $T_e > T_d$ という状況は一般的なシステムの信頼性から判断すると極めて特殊な場合に相当すると云える. さて, $T_e/T_d = 3000/1000 = 3$ であり, $l=2$ より $l-1=1$ となる. 従って, $T_e/T_d = 3 > (l-1) = 1$ となり, この場合には, 診断成功率 p が増加するほど保全コストが増大することになる.

Case2: $T_e=1000$ (時間) の場合

これは $T_e=T_d$ つまり両者が等しい場合にあたり, 信頼性の観点から判断してそれほど特殊ではないと言える. $T_e/T_d = 1000/1000 = 1$ だから $T_e/T_d = l-1 (=1)$ となり, 診断成功率 p の増減にかかわらず保全コスト c は常に一定となる.

Case3: $T_e=100$ (時間) の場合

これは $T_d > T_e$ に相当し極めて自然な場合である. つまり, 正常状態から劣化発生までの時間 T_d が劣化発生から故障発生までの時間 T_e より長い場合であり, 多くのシステム等でよく見られる特性であ

る. このとき $T_e/T_d = 100/1000 = 0.1$ であるから, $T_e/T_d = 0.1 < l-1 = 1$ となり, 診断成功率 p が上昇するほど保全コスト c は減少することになる.

以上をまとめる.

(i) 一般に取り扱かうシステムやその構成部品などは $T_d > T_e$ と保全基準を定めるのが通常であろう. すなわち, $T_e/T_d < (l-1)$ の場合が殆どだから, 故障診断成功率 p の高い方が保全コストを減少できることになる. 図5では曲線③に相当する.

(ii) 一方, $T_e/T_d \geq (l-1)$ は極めて特殊な場合と考えてよいことも同時に明らかになる. そして, この場合は図5の直線②と曲線①が相当する.

5. あとがき

本研究では, 全ての分布を指数分布と想定したもとの, 劣化診断における成功割合(率)が予防保全と事後保全の保全間隔に与える影響の検討結果を示し, 次に両者における単位時間当たりの保全件数, 信頼度改善率, さらに保全コスト比について検討した. 特に, 保全で最重要な保全コスト比について詳細に検討し, 診断成功率 p が保全コスト比 c に与える影響, つまり条件によって診断成功率 p が保全コスト比 c を増加させる場合もあることなどを明らかにした. これらの結果は, 現場における報告や経験を裏付ける保全特性を示唆しており, ここで提案した理論的結果が妥当であることを実証している. 今後, これらの結果を実データに当てはめること, さらに指数分布以外の場合についても考察を進める予定である.

参考文献

- [1] 川崎, 信学技報, R74-14 (昭48), 27.
- [2] 石毛・堀籠, 電子情報通信学会論文誌A, Vol.J82-A, No.8, (平11-8) 1409.
- [3] 石毛・堀籠, 第12回信頼性シンポジウム発表報文集, (平11-11), 23.
- [4] 石毛・堀籠, 第30回信頼性・保全性シンポジウム発表報文集, (平12-7), 307.