内浦湾の冬季の海面変動に関する統計的特性について —非定常性の観点からみた海面変動の一つの予測量—

甫喜本 司*・木村 暢夫*
天下井 清*・藤井 光昭**

Statistical Properties on the Sea Surface Movement in Winter in *Uchiura Bay, Hokkaido* —A Predictor for Forecasting the Movement Based on the Nonstationarity—

Tsukasa HOKIMOTO, Nobuo KIMURA, Kiyoshi AMAGAI
and Mituaki HUZII

Abstract

This paper concerns with statistical forecasting of the sea surface movement in winter, which generates in *Uchiura (Funka) Bay, Hokkaido*. Traditionally, the above movement is often regarded to be stationary and then an autoregressive model is used to construct the predictor. However, our statistical researches using measured data show the possibility that the movement does not always keep stationarity. From the above reason, in this paper, we consider geographical characteristics around this bay and then propose a predictor for forecasting sea surface movements by taking account of the possibility of nonstationarity. To discuss the validity of our predictor coupled by a locally stationary autoregressive model and Holt-Winters' method, forecasting accuracies are compared numerically among the predictors constructed by an autoregressive model, a locally stationary autoregressive model, a time varying coefficients autoregressive model and Holt-Winters' method. The results showed that our predictor gave the best forecasts among the above predictors.

1. はじめに

我々は、北海道渡島半島内浦湾(噴火湾)における漁船の出漁、及び操業時における海難事故に関する要因分析の一つとして、湾内で発生し、船舶に遭遇すると考えられる波浪に関する特性を究明するため、長期にわたり船舶による風向、風速、及び波浪観測を行い、これらの観測データに基づいて内浦湾周辺域の風が波浪に及ぼす影響について分析を行ってきた。その結果、漁船の海難発生が特に顕著となる冬季については、北西の方角から吹く冬型の季節風によって生成される風波(wind wave)と、太平洋で発生し伝搬されてくるうねり(swell)の成分との合成によって、内浦湾特有の海面変動が生成されていることがわかってきた⁽¹⁾。内浦湾の海面変動の動的特性を明らかにすることは、この湾における波高分布や周期に関する特性をはじめとする様々な分析の基礎となるが、今までに十分な分析が行われてこなかった。そこで本稿では、冬期の内浦湾において船舶観測によって得られた海面変動の観測データが示す動的特性について統計

* 正会員 北海道大学 水産学部 (〒041-8611 函館市港町3-1-1)

**非会員 大学入試センター (〒153-8501 東京都目黒区駒場2-19-23)

学的観点から考察する。

一般的に海面変動については、ある時間幅の時系列データに対して定常性(stationarity)をもつとみなして分析が行われる場合が多いが、上記のような特徴をもつ内浦湾の海面変動が必ずしも定常性を有する保証はない。本稿では、上記の海面変動について非定常性(nonstationarity)をもつ可能性があるという立場から取扱うことを考え、海面変動を予測するための一つ予測量を提案する。本論文の構成は以下の通りである。次章では内浦湾の冬季の海面変動に関して非定常性の可能性があらわれる統計学的な局面を観測データより示す。第3章では、上記で述べた内浦湾の冬季の海面変動の特性を考慮に入れて、海面変動の予測を行うための非定常な一つの予測量を提案する。第4章では、本予測量の予測性能の合理性について観測データを用いて検証する。

2. 内浦湾における海面変動の時系列データが示す非定常性の局面

我々は、内浦湾において船舶が遭遇する海面変動の統計的特性を調査するために、北海道大学水産学部調査研究船うしお丸に設置している超音波式波高計を使用して波浪の観測を行ってきた。図1に1996年11月18日に観測された海面変動の観測データの一例を示す。これは停泊状態において観測されたものであり、縦軸は10分間の平均水位を0(m)とした時の海面水位(m)、横軸は時間でサンプリング時間は0.4秒である。以下では、時点 t における海面水位の値を X_t で表すことにする。従来このような変動を取扱う際に、経験的に10分程度の時間幅に計測された時系列データの全体が定常性をもつとみなし、このデータに p 次の自己回帰モデル(autoregressive model of order p)

$$X_t - m = \sum_{i=1}^p a_i (X_{t-i} - m) + \varepsilon_t$$

をあてはめることが多い。ここで、 a_i は未知の自己回帰係数、 m は平均水位、 ε_t は白色雑音過程(white noise process)に従う確率変数である。

しかしながら変動が定常性を保つ保証は必ずしもなく、上記の時間幅より短い期間であっても、統計学的には非定常性を示す可能性が否定できない。以下では、上記の海面変動に関する非定常性の可能性があらわれる局面について、観測データより示すことにする。まず、 n 個の観測データ $\{X_1, \dots, X_n\}$ を H 個の小区間 $\{X_{(h-1)K+1}, \dots, X_{hK}\}$ ($h = 1, \dots, H$)に分割する。ここで、 K は分割した小区間に属するデータの数である。次に、上記で分割された各小区間の変動が定常性をもつとみなして上記の自己回帰モデルをあてはめ、最小二乗法(least squares method)によって未知パラメータを推定した後、特定の定数に着目して推定値の変動を h を時間パラメータとして横軸にとりプロットする。分析例として、風波が次第に発達し始める際の海面変動に関する観

図1 内浦湾の海面変動の時系列データ
(1996年11月18日観測)

図2 自己回帰係数 a_1 の推定値の時間変動
(1993年1月23日観測)

測データを用いた結果をみることにしよう。図2は、1993年1月23日に停泊状態で約2時間観測したデータに対して、2次の自己回帰モデルをあてはめた際の係数 a_1 の推定値の変動をプロットした結果である。ここで各小区間のデータ数 K については、安定したパラメータの推定値を得ることも考慮に入れて、 $K=225$ (90秒に相当)、及び $K=900$ (360秒に相当)の2通りについて求めた。これらの結果をみると、小区間の幅の大きさにかかわらず、推定された自己回帰モデルの係数は時間パラメータ h と共に傾向をもちながら変化しているように見える。このことは、自己回帰係数の時間的な変化を一定とみなすこと(すなわち、定常とみなすこと)が必ずしも妥当でない可能性を指摘している。

次に周期の時間的な変化をみることにする。上記と同様にして、 H 個の小区間毎に観測データよりピリオドグラム(periodogram)

$$\tilde{P}_{f_j}^{(h)} = \frac{2}{K} \left| \sum_{t=1}^K (X_{(h-1)K+t} - \tilde{m}^{(h)}) e^{-i2\pi f_j t} \right|^2, \\ h = 1, \dots, H, \\ f_j = \frac{j}{K}, \quad j = 0, \dots, \left[\frac{K}{2} \right]$$

を用いて推定する(ただし、 $[x]$ は x を超えない最大の整数を表す)。図3は図2で用いた観測データに対して、上記のピリオドグラムを $K=225$ (90秒)とした下で、 $\{\tilde{P}_{f_j}^{(1)}\}$, $\{\tilde{P}_{f_j}^{(2)}\}$ (270秒後), $\{\tilde{P}_{f_j}^{(7)}\}$ (540秒後), $\{\tilde{P}_{f_j}^{(10)}\}$ (810秒後)を周波数 $f_j(j=0, \dots, [\frac{K}{2}])$ を横軸、 $\tilde{P}_{f_j}^{(h)}$ を縦軸にとり描いたものである。図3をみると、各時点で推定されたピリオドグラムはその形状や卓越周波数が変化しているように見える。この意味からも、海面変動が非定常性をもつ可能性があることが示唆される。

図3 ピリオドグラムの時間変化
(1993年1月23日観測)

3. 非定常性を考慮した海面変動の一つの予測量

前章で冬季の内浦湾の海面変動が非定常性をもつ可能性があることが示されたが、以下ではこの可能性を考慮に入れた海面変動の一つの予測量を提案する。ある時点 t_0 までの海面変動データ $\{X_t; t=1, \dots, t_0\}$ に基づいて、 L 期先までの値 $\{X_{t_0+l}; l=1, \dots, L\}$ を予測することを考える。冒頭でも述べた通り、冬季の内浦湾は北西からの季節風によって風波が発生することが多い。一方、太平洋で発生した波が長周期成分を残しうねりとなって湾の開口部より伝搬されてくるため、この海域は異なる周期をもつ波の合成となることが予想される。実際、図3のピリオドグラムの推定結果は複数の卓越した周波数を有しており、上記の可能性を支持するものとなっている。風波は風速が強まることによってその振幅が発達する波であり、気象海象状況によっては非定常性を示す可能性があるが、確率的な構造の変化は比較的緩やかであることから、局所的には定常であるとみなすことが可能であると考えられる。一方、うねりは他の海域で発生した風波が長周期成分を残して伝搬してきた変動であるため、平均水位の緩やかな変化と強い周期性を有する可能性がある。すなわち、両者の変動はそれぞれ異なる非定常性を有していると考えられる。このことを考慮にいれて、内浦湾の海面変動を風波成分とうねり成分の合成としてとらえることにする。本稿で提案する海面変動の予測量 $\tilde{X}_{t_0+l}^{(LAR, HW)}$ は

$$\tilde{X}_{t_0+l}^{(LAR, HW)} = (1 - w_l) \tilde{X}_{t_0+l}^{(LAR)} + w_l \tilde{X}_{t_0+l}^{(HW)}, \quad l = 1, \dots, L$$

である。ここで、 $\tilde{X}_{t_0+l}^{(LAR)}$ は風波の変動成分の予測量で局所定常自己回帰モデル (locally stationary autoregressive model) に基づく予測量、 $\tilde{X}_{t_0+l}^{(HW)}$ は周期性の強いうねりの変動成分の予測量で Holt-Winters 法⁽²⁾を用いて構成した予測量である (二つの予測量の具体的な構成の方法については後述する)。また、 $\{w_l\}$ ($l=1, \dots, L$) は二つの予測量の合成に関する未知のウェイトで l 毎に異なり、かつ $0 \leq w_l \leq 1$ を満たす。 $\{w_l\}$ は未知であるため、データより合理的な値を選択する必要がある。ここでは、各 l 毎に時間幅 $[t_0-l-T_l, t_0-l]$ における予測誤差平方和

$$SSE^{(l)}(w_l, T_l) = \frac{1}{T_l+1} \sum_{t=t_0-l-T_l}^{t_0-l} (X_{t+l} - \tilde{X}_{t+l}^{(LAR \cdot HW)})^2$$

を最小にするように $\{w_l\}$ を定めることにする。なお、特別な例として $w_l = 1$ のとき $\tilde{X}_{t_0+l}^{(LAR \cdot HW)} = \tilde{X}_{t_0+l}^{(HW)}$ 、 $w_l = 0$ のとき $\tilde{X}_{t_0+l}^{(LAR \cdot HW)} = \tilde{X}_{t_0+l}^{(LAR)}$ となることに注意する。すなわち、うねりの変動成分が支配的な海面変動に対しては大きな w_l の値が、風波成分が支配的な海面変動については小さな w_l の値がそれぞれ選択されることが期待される。

ここで、二つの予測量の構成方法についてそれぞれ考察する。始めに局所定常自己回帰モデルに基づく予測量 $\tilde{X}_{t_0+l}^{(LAR)}$ について述べる。この方法では、時間幅 $[t_0-n', t_0]$ について局所的に定常性を有するとみなすことのできる未知のデータ長 n' をデータより定めて、この区間の時系列データに対して自己回帰モデルをあてはめた後、最小二乗法を用いて推定された平均と自己回帰係数の推定値を用いて予測量を構成する。ここで、未知のデータ長 n' の値として、次の残差平方和

$$SRE^{(l)}(n') = \frac{1}{n'+1} \sum_{t=t_0-n'}^{t_0} (X_t - \tilde{X}_t)^2$$

を最小にする際の n' を用いる。 $\tilde{X}_t$ は上記のあてはめによって得られた予測量を $t-l$ 期より予測した値である。モデルのあてはめの際に得られた平均、及び自己回帰係数の推定値をそれぞれ $\hat{m}_{t_0}$ 、 $\{\hat{a}_i; i=1, \dots, p\}$ とする。このとき予測量 $\tilde{X}_{t_0+l}^{(LAR)}$ は次で与えられる。

$$\tilde{X}_{t_0+l}^{(LAR)} = \hat{m}_{t_0} + \hat{a}_1 Z_{t_0+l-1} + \dots + \hat{a}_p Z_{t_0+l-p}, \quad l=1, \dots, L,$$

ただし、

$$Z_{t_0+l-k} = \begin{cases} X_{t_0+l-k} - \hat{m}_{t_0} & (l \leq k) \\ \tilde{X}_{t_0+l-k}^{(LAR)} - \hat{m}_{t_0} & (l > k) \end{cases}$$

次に、Holt-Winters法による予測量 $\tilde{X}_{t_0+l}^{(HW)}$ について述べる。 $\{X_t\}$ は強い周期性をもつ時系列とし、トレンド成分 (trend component)、周期成分 (periodic component)、及びノイズ成分 (noise component) に分解できるものと仮定する。まず、周期 s の推定値をデータより得る。ここでは、先に述べた局所定常時間幅の時系列データに関してピリオドグラムを求め、その最大値を与える周波数より s の推定値を得ることにする。次に、 $\{X_t\}$ を上記の 3 成分へ分解する。Holt-Winters法のアルゴリズムを適用することにより周期 s の下で、 $\{X_t\}$ をトレンド成分 $\{\tilde{m}_t\}$ 、局所スロープ $\{\tilde{F}_t\}$ 、及び周期成分 $\{\tilde{S}_t\}$ の 3 成分にそれぞれ分解する。

$$\begin{aligned} \tilde{m}_t &= \theta_1 (X_t - \tilde{S}_{t-s}) + (1 - \theta_1) (\tilde{m}_{t-1} + \tilde{F}_{t-1}), \\ \tilde{F}_t &= \theta_2 (\tilde{m}_t - \tilde{m}_{t-1}) + (1 - \theta_2) \tilde{F}_{t-1}, \\ \tilde{S}_t &= \theta_3 (X_t - \tilde{m}_t) + (1 - \theta_3) \tilde{S}_{t-s}, \\ 0 &< \theta_1 < 1, \quad 0 < \theta_2 < 1, \quad 0 < \theta_3 < 1, \quad s \leq t \leq t_0, \end{aligned}$$

ここで、 θ_1 , θ_2 , θ_3 は未知の平滑化定数 (smoothing constant) であり、データより合理的な値をそれぞれ選択する必要がある。ここでは、一期先予測に関する予測誤差平方和

$$\sum_{t=s+1}^{t_0} (X_t - \tilde{X}_t)^2,$$

ただし、

$$\tilde{X}_t = \tilde{m}_{t-1} + \tilde{F}_{t-1} + \tilde{S}_{t-s}$$

を最小にするように選択する。なお、Holt-Winters法を適用する際の初期値は⁽³⁾

$$\tilde{m}_s = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s X_i, \quad \tilde{F}_s = 0, \quad \tilde{S}_t = X_t - \tilde{m}_s \quad (t=1, \dots, s)$$

とする。こうして予測量 $\tilde{X}_{t_0+l}^{(HW)}$ を

$$\tilde{X}_{t_0+l}^{(HW)} = \begin{cases} \tilde{m}_{t_0} + \tilde{F}_{t_0}l + \tilde{S}_{t_0+l-s} & (l=1, \dots, s) \\ \tilde{m}_{t_0} + \tilde{F}_{t_0}l + \tilde{S}_{t_0+l-2s} & (l=s+1, \dots, 2s) \\ \vdots & \\ \tilde{m}_{t_0} + \tilde{F}_{t_0}l + \tilde{S}_{t_0+l-[\frac{L}{s}]s} & (l=[\frac{L}{s}]s+1, \dots, L) \end{cases}$$

によって構成する。

4. 予測に関する有効性

この章では、前章で提案された予測量(以下ではLAR・HWと表記する)の有効性を検証することにする。一般に観測データから推定された予測量のパラメータの推定値が将来の値の予測においてもそのまま使えるとは限らないため、予測の有効性について検証しておく必要がある。本稿では、海面変動の定常性を基にした予測量と非定常性を基にした他のいくつかの予測量との間で、予測効率に関する比較を行うことにより、その有効性を評価することにする。

本稿の計算で用いる観測データは、1995年11月から1997年2月までの冬季(1月、2月、11月、12月)において停泊状態で観測された海面変動の観測データ100系列である。各系列は900個の時系列データからなるが、これらのデータを用いて $t_0=840$ 、 $L=60$ として60期先(24秒先)までの長期予測値の計算を行うことにする。計算された予測値に対して、対応する実測値との間で予測効率を評価する。評価のための統計量として、次に定義される平均二乗予測誤差 $\{MSE_l; l=1, \dots, 60\}$ 、及び実測値と予測値の相関係数 $\{\rho_l; l=1, \dots, 60\}$ を用いる。

$$MSE_l = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} (X_{840+l}^{(i)} - \tilde{X}_{840+l}^{(i)})^2,$$

$$\rho_l = \frac{\sum_{i=1}^{100} (X_{840+l}^{(i)} - \bar{X}_{840+l}^{(i)}) (\tilde{X}_{840+l}^{(i)} - \bar{\tilde{X}}_{840+l}^{(i)})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{100} (X_{840+l}^{(i)} - \bar{X}_{840+l}^{(i)})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{100} (\tilde{X}_{840+l}^{(i)} - \bar{\tilde{X}}_{840+l}^{(i)})^2}},$$

$$\bar{X}_{840+l} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} X_{840+l}^{(i)}, \quad \bar{\tilde{X}}_{840+l} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} \tilde{X}_{840+l}^{(i)}$$

ただし、 $X_{840+l}^{(i)}$ は i 番目の系列の実測値、 $\tilde{X}_{840+l}^{(i)}$ は対応する予測値である。これらの定義より、 MSE_l が小さく、 ρ_l が大きいほど予測値は合理的であると評価される。

ここで、予測効率の比較の対象とする予測量は以下の通りである。まず、定常性の観点から先に述べた自己回帰モデルを用いた予測量(以下、ARと表記する)を用いる。一方、非定常性の観点からは前節で定義した局所定常自己回帰モデルを用いた予測量(LAR)、Holt-Winters法に基づく予測量(HW)に加え、図2で示した自己回帰モデルの推定値が時間と共に有意に変化しているとみなして、以下で定義される時変係数自己回帰モデル(time varying coefficients AR model)⁽⁴⁾

図4 各予測量を用いた海面変動の予測例
(1996年11月13日観測。実線：実測値、点線：予測値)

$$X_t - m = \sum_{i=1}^p b_{i,t}(X_{t-i} - m) + \varepsilon_t$$

$$b_{i,t} = b_{i,t-1} + \delta_{i,t}, \quad i = 1, \dots, p$$

を用いて予測量(TVAR)を構成することにした。ここで、 ε_t は白色雑音過程に従う確率変数であり、 $\delta_{i,t}$ ($i = 1, \dots, p$)は平均0、分散 γ^2 (未知)の正規分布に従う確率変数である。

まず、各予測量を用いた海面変動の予測例についてみることにする。図4は1996年11月13日に停泊状態にて観測された海面変動データについて、AR、LAR、TVAR、及びHWの各予測量を用いて上記の時点 t_0 から60期先までの期間にわたって予測した例である(実線は実測値、点線は予測値を示している)。

これをみると、予測量によって予測結果の特徴が異なることがわかる。また、最初の1、あるいは2振幅程度の短期の予測時点における予測値とそれ以降の長期の予測時点における予測値に関して、予測量毎に性能の差異があるようにみえる。例えば、図4をみると短期の予測にはLARが良い予測値を与え、長期の予測にはHWが有効であるようにみえる。一方、上記のデータを用いてLAR・HWを用いた長期予測の例は図5に示される(実線は実測値、点線は予測値)。この図をみると、予測期間中(865時点周辺)に現れる比較的急激な海面振幅の上昇をとらえることが可能となっている。

次に、上記で述べた1995年11月から1997年2月までの冬季における計測データ(100系列)の全てを用いた予測性能の評価に関する結果について示す。図6は予測期間 l ($l = 1, \dots, 60$)における $\{MSE_l\}$ 、 $\{\rho_l\}$ をそれぞれ l を横軸にとって表示したものである。図中のAR、LAR、HW、TVAR、LAR・HWは上記の各予測量に対応していることに注意する。この結果をみると、 $\{MSE_l\}$ と $\{\rho_l\}$ は共に同様な傾向を示し、その特徴は大きく次の3点に要約される。(1). AR型の予測量(AR, TVAR, LAR)は短期予測($1 < l < 18$ 程度、約2振幅分の変動に相当)の予測効率は良いが、予測期間が長期になるにつれて精度が低下する。(2). HWは短期予測の予測効率は悪いが、長期になると上記のAR型の予測量より効率が改善される。(3). 前章で提案した予測量LAR・HWは、(1)と(2)の双方の長所が反映されて全ての予測期間で他の予測量よりも改善されている。以上より統

図5 予測量LAR・HWを用いた海面変動の予測例
(1996年11月13日観測、実線：実測値、点線：予測値)

図6 MSE_l と ρ_l に関する予測量間の比較(上段： MSE_l 、下段： ρ_l)

計学的には、2つの異なる特性をもった予測量の合成によって予測性能が全体的に向上したと評価される。

5. まとめ

本稿では北海道内浦湾の冬季の海面変動に関して非定常性があらわれる可能性があることを指摘した後、湾内で発生する海洋波の特徴を考慮に入れて非定常な予測量LAR・HWを構築した。その結果、定常性をもつ変動に良く用いられる自己回帰モデルの予測量や非定常性に基づく他の予測量よりも予測性能の点で全体的に改善された。この結果は、LAR・HWの合理性、及び海面変動を非定常性の観点より取り扱うことの有効性を示唆するものである。

本研究で得られた海面変動の予測量は、内浦湾における波高分布の推定や海面周期の推定といった波浪に関わる問題はもとより、船体運動の安全性に関する評価、船体運動に与える影響など多方面の分析における基礎にもなり得る可能性をもっている。

6. 謝 辞

本分析で使用した海面変動データの計測にあたり、北海道大学水産学部練習船研究室の岩森利弘助手、北海道大学水産学部調査研究船うしお丸の大越金蔵船長、及び乗組員の皆様に御尽力いただきました。ここに謝意を表します。

参 考 文 献

- (1) 阿部島直哉・天下井清・木村暢夫・大越金蔵：船舶観測による噴火湾の波浪特性について，日本航海学会論文集，98，pp93-101，1998.
- (2) Makridakis, S. et al., 'The Forecasting Accuracy of Major Time Series Methods', John Wiley, New York, 1984.
- (3) Winters, P.R., 'Forecasting sales by exponentially weighted moving averages', Manage. Sci., 6, pp324-342, 1981.
- (4) Kitagawa, G. and Gersch, W. 'A smoothness priors time varying AR coefficient modeling of nonstationary time series', IEEE Trans. Autom. Control, AC-30, pp48-56, 1985.
- (5) 甫喜本司・天下井清・木村暢夫・藤井光昭：非定常モデルを用いた海面変動時系列の予測について，第62回日本統計学会講演報告集，pp118-119，1994.

質 疑 応 答

久保雅義(神戸商船大学)：

- (1) 予測データの利用法により先の予測期間も変わると考えられます。想定されている利用法と予測時間の目標について教えて下さい。
- (2) 作業海域の予測を行う場合に波高計をどのように設定しておけばよいのでしょうか。

甫喜本司：

- (1) 本研究は、もともと波高分布を考察するための基礎研究として出発したのですが、利用範囲は大変広いと考えます。例えば、本研究の予測で目指した期間(25秒)は船上の乗組員がバランスを崩すのを防止するためのシステムを念頭においたものですが、長期予測の精度を改良していくことによって、様々な予測情報の要求に応えられるものと期待しています。
- (2) 分析の目的にもよりますが、もし様々な作業海域の海面変動をモニターしながら予測を行うということであれば、船上に波高計を設置するのがよいと思います。なお、本研究では、うしお丸に設置されている超音波式波高計を用いました。