確率的なウェザールーティングに関する研究 —航海時間と燃料消費量の標準偏差の推定精度—

萩原 秀樹*・庄司 るり*

A Study on Stochastic Weather Routing —Accuracy of Estimated Standard Deviations of Passage Time and Fuel Consumption—

Hideki HAGIWARA and Ruri SHOJI

Abstract

In carrying out ship weather routing, it is very informative for the shipmaster if the standard deviations of predicted passage time and fuel consumption on the recommended route can be estimated at the departure time.

In this study, the accuracy of forecasted winds, waves and ocean currents was represented as the covariance matrices of the forecast errors and the correlations between successive forecast errors. Based on these covariance matrices and correlations, a method of estimating the standard deviations of passage time and fuel consumption on a particular route was described. Using 10-day wind/wave forecast data and information on the accuracy of the forecast for the North Pacific Ocean, numerous stochastic weather routing simulations were performed. From the results of the simulations, it was concluded that the standard deviations of passage times and fuel consumptions on the various routes could be accurately estimated at the departure time.

1. はじめに

船舶のウェザールーティングにおいて、海上風・波および海流の予測値は誤差を伴うので、計算された最適航路の航海時間や燃料消費量の予測値にも誤差を生じる。この場合、航海時間と燃料消費量の予測誤差を標準偏差として見積もることができれば、船長にとって極めて有益な情報となる。すなわち航海時間の標準偏差が大きな航路は、到着時刻の不確定性が大きく、目的地のバースを長時間確保しなければならないし、次の航海の計画も立てにくいので、不利な航路と考えられる。また燃料消費量の標準偏差が大きな航路は、消費する燃料の不確定性が大きく、出港時に予測値よりもかなり多くの燃料を積載しなければならないため、不利な航路と考えられる。

萩原は、海上風と波および海流の予測精度情報に

基づいて、航海時間と燃料消費量の標準偏差を推定する方法を示し、いくつかの最適航路シミュレーションを行って、それらの標準偏差の推定が可能であることを示した⁽¹⁾。しかし、海上風と波の数値予測データが不足していたため、標準偏差の推定精度を論じることはできなかった。

本研究では、与えられた航路の航海時間と燃料消費量の標準偏差を推定する方法を述べ、北太平洋における10日先までの数値波浪予測の予測精度を調査した結果を示す。そして、多くの確率的な最適航路シミュレーションを行うことにより、航海時間と燃料消費量の標準偏差が正しく推定できていることを検証する。

* 正会員 東京商船大学 (〒135-8533 東京都江東区越中島2-1-6)

2. 航海時間と燃料消費量の標準偏差の推定法

2.1 船位の共分散行列と積算燃料消費量の分散の推定

時刻 t_0 に出発地 $\mathbf{X}_0$ を出発し、目的地 $\mathbf{X}_f$ まで航海する船を考える。この船は、時間間隔 Δt の間は一定の針路とプロペラ回転数で航走するものとする。時刻 $t_i (=t_0 + i\Delta t)$ における船位を $\mathbf{X}_i$ 、時刻 t_i から t_{i+1} までの船の針路を θ_i とすれば、時刻 t_{i+1} における船位 $\mathbf{X}_{i+1}$ は、次式により与えられる。

$$\mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{f}(\mathbf{X}_i, \mathbf{S}_i, \mathbf{W}_i, \theta_i) \quad (1)$$

ここで

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_i &= [\phi_i \quad \lambda_i]^T : \text{時刻 } t_i \text{ における船位ベクトル} \\ &\quad \phi_i : \text{緯度} \quad \lambda_i : \text{経度} \\ \mathbf{S}_i &= [V_i \quad \alpha_i]^T : \text{時刻 } t_i \text{ における船の対水速力} \\ &\quad V_i \text{ とドリフト角 (リーウェイ)} \\ &\quad \alpha_i \text{ から成るベクトル} \\ \mathbf{W}_i &= [N_i \quad E_i]^T : \text{時刻 } t_i \text{ における海流ベクトル} \\ &\quad N_i : \text{海流の北流成分} \\ &\quad E_i : \text{海流の東流成分} \end{aligned}$$

船を $\mathbf{X}_i$ から $\mathbf{X}_{i+1}$ まで航走させるのに漸長緯度航法を用いれば、2次元のベクトル関数 $\mathbf{f}$ は、次式で与えられる。

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \phi_i + \{V_i \cos(\theta_i + \alpha_i) + N_i\} \Delta t / R_m(\phi_i) \\ \lambda_i + \{mp(\phi_{i+1}) - mp(\phi_i)\} \frac{V_i \sin(\theta_i + \alpha_i) + E_i}{V_i \cos(\theta_i + \alpha_i) + N_i} \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここで、 $R_m(\phi_i)$ は緯度 ϕ_i における地球の子午線半径、 $mp(\phi_i)$ は緯度 ϕ_i の漸長緯度である。

船の対水速力とドリフト角は、船の針路とプロペラ回転数および風と波の状態の関数である。風と波の状態をベクトル $\mathbf{C}_i$ で表せば、ベクトル $\mathbf{S}_i$ は次のように書ける。

$$\mathbf{S}_i = \mathbf{S}(\mathbf{C}_i, \theta_i, n_i) \quad (3)$$

ここで、 n_i は時刻 t_i から t_{i+1} までのプロペラ回転数である。風と波の状態ベクトル $\mathbf{C}_i$ は、次のようなパラメータから成る。

$$\mathbf{C}_i = [S_{wi} \quad D_{wi} \quad H_{wa} \quad D_{wa} \quad T_{wa}]^T \quad (4)$$

S_{wi} , D_{wi} , H_{wa} , D_{wa} , T_{wa} は、それぞれ時刻 t_i 、船位 $\mathbf{X}_i$ における風速、風向、有義波高、卓越波向、卓越波周期である。

時刻 t_i から t_{i+1} までの Δt 間の燃料消費量 G_i は、船の対水速力 V_i とプロペラ回転数 n_i の関数なので、 $G(V_i, n_i)$ と表せる。したがって、時刻 t_0 から t_{i+1} ま

での積算燃料消費量 F_{i+1} は、次式により与えられる。

$$F_{i+1} = F_i + G(V_i, n_i) \quad (5)$$

以上の(1), (3), (5)式において、ベクトル $\mathbf{C}_i$ と $\mathbf{W}_i$ は、それぞれ風・波と海流の実現値(真値)である。

ベクトル $\mathbf{C}_i$, $\mathbf{W}_i$ は、予測モデル(もしくは統計的データベース)による予測値 $\hat{\mathbf{C}}_i$, $\hat{\mathbf{W}}_i$ と予測誤差 $\Delta \hat{\mathbf{C}}_i$, $\Delta \hat{\mathbf{W}}_i$ の和として表せる。一般に数値予測においては、 $\Delta \hat{\mathbf{C}}_i$ と $\Delta \hat{\mathbf{W}}_i$ の平均値は $\mathbf{0}$ ではない。すなわち、予測値には統計的なバイアスがあり、実現値(真値)の不偏推定量ではない。これらの予測バイアスを取り除くために、平均誤差 $E[\Delta \hat{\mathbf{C}}_i]$ と $E[\Delta \hat{\mathbf{W}}_i]$ を $\hat{\mathbf{C}}_i$ と $\hat{\mathbf{W}}_i$ に加えたものを、新たに予測値 $\bar{\mathbf{C}}_i$ と $\bar{\mathbf{W}}_i$ とする(E は期待値演算子である)。こうすれば、ベクトル $\mathbf{C}_i$ および $\mathbf{W}_i$ は、次のように表すことができる。

$$\mathbf{C}_i = \bar{\mathbf{C}}_i + \Delta \mathbf{C}_i \quad (6)$$

$$\mathbf{W}_i = \bar{\mathbf{W}}_i + \Delta \mathbf{W}_i \quad (7)$$

ここで、 $\Delta \mathbf{C}_i$ はバイアスを除去した風・波予測ベクトルの誤差、 $\Delta \mathbf{W}_i$ はバイアスを除去した海流予測ベクトルの誤差である。

予測誤差 $\Delta \mathbf{C}_i$ と $\Delta \mathbf{W}_i$ は、平均値が $\mathbf{0}$ のガウス性ランダムベクトルとみなせる。バイアスを除去した予測値 $\bar{\mathbf{C}}_i$ と $\bar{\mathbf{W}}_i$ の予測精度は、それらの共分散行列 $P_c(i)$ と $P_w(i)$ で表現できる。

$$P_c(i) = E[\Delta \mathbf{C}_i \Delta \mathbf{C}_i^T] \quad (8)$$

$$P_w(i) = E[\Delta \mathbf{W}_i \Delta \mathbf{W}_i^T] \quad (9)$$

平均誤差 $E[\Delta \hat{\mathbf{C}}_i]$, $E[\Delta \hat{\mathbf{W}}_i]$ および共分散行列 $P_c(i)$, $P_w(i)$ は、予測時間と船位の関数であり、数値予測の各格子点において、予測値と実況値(解析値)を長期間比較することにより計算できる。

時刻 t_i における船位の予測値 $\bar{\mathbf{X}}_i$ と時刻 t_0 から t_i までの積算燃料消費量の予測値 $\bar{F}_i$ ($i=1, 2, \dots$)は、次式により求められる。

$$\bar{\mathbf{X}}_{i+1} = \mathbf{f}(\bar{\mathbf{X}}_i, \bar{\mathbf{S}}_i, \bar{\mathbf{W}}_i, \theta_i) \quad (10)$$

$$\bar{\mathbf{S}}_i = \mathbf{S}(\bar{\mathbf{C}}_i, \theta_i, n_i) \quad (11)$$

$$\bar{F}_{i+1} = \bar{F}_i + G(\bar{V}_i, n_i) \quad (12)$$

ここで、 $\bar{\mathbf{S}}_i$ と $\bar{V}_i$ は、 $\mathbf{S}_i$ と V_i の予測値である。

次に、(1), (3), (5)式における各ランダム変数を予測値と予測誤差の和として表し、予測誤差は十分小さいものとして、関数 $\mathbf{f}$, $\mathbf{S}$, G を予測値において1次の項までTaylor展開すれば、次の誤差方程式が得られる。

$$\Delta \mathbf{X}_{i+1} = f_x \Delta \mathbf{X}_i + f_s \Delta \mathbf{S}_i + f_w \Delta \mathbf{W}_i \quad (13)$$

$$\Delta \mathbf{S}_i = S_c \Delta \mathbf{C}_i \quad (14)$$

$$\Delta F_{i+1} = \Delta F_i + G_v \Delta V_i \quad (15)$$

ここで、 ΔX_i , ΔS_i , ΔW_i 等は予測誤差であり、平均値 0 のガウス分布を有する。また、 f_x , f_s , f_w , S_c , G_v は時刻 t_i における予測値を用いて計算される偏微分係数である。

一般に、風と波の予測誤差 ΔC_i と ΔC_{i+1} および海流の予測誤差 ΔW_i と ΔW_{i+1} の間には、相関がある。すなわち、船位 X_i とそこから時間 Δt だけ航走した後の船位 X_{i+1} の 2 点における風・波および海流の予測値は、同じような誤差を持つ傾向がある。これらの相関を考慮するために、 ΔC_i と ΔW_i ($i=0, 1, \dots$) を次の Shaping Filter により生成される Gauss-Markov ランダム系列とみなすことにする。

$$\Delta C_{i+1} = \Phi_c(i) \Delta C_i + \Delta C^*_{i+1} \quad (16)$$

$$\Delta W_{i+1} = \Phi_w(i) \Delta W_i + \Delta W^*_{i+1} \quad (17)$$

ここで、 ΔC^*_{i+1} と ΔW^*_{i+1} ($i=0, 1, \dots$) は平均値が 0 のガウス性白色ランダム系列であり、 $\Phi_c(i)$ と $\Phi_w(i)$ は相関の程度を表す正規化相関行列である。Shaping Filter の形を簡単にするために、 $\Phi_c(i)$ と $\Phi_w(i)$ は対角行列とする。 $\Phi_c(i)$ と $\Phi_w(i)$ の対角項は、次式により与えられる。

$$\Phi_c(i)_j = E[\Delta C_{i+1} \Delta C_i^T]_j / P_c(i)_j \quad (18)$$

$$\Phi_w(i)_j = E[\Delta W_{i+1} \Delta W_i^T]_j / P_w(i)_j \quad (19)$$

ここで、下付文字 j は行列の j 番目の対角項を表す。相関行列は、予測時間、船位、さらに時間 Δt の間の船の針路と航走距離の関数である。相関行列は、数値予測の各格子点において、予測値と実況値（解析値）を長期間比較することにより計算できる。

(13)～(17) 式をまとめると、次のベクトル形式の誤差方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \Delta X_{i+1} \\ \Delta F_{i+1} \\ \Delta C_{i+1} \\ \Delta W_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & f_s S_c & f_w \\ 0 & 1 & G_v V_c & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_c(i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Phi_w(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_i \\ \Delta F_i \\ \Delta C_i \\ \Delta W_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta C^*_{i+1} \\ \Delta W^*_{i+1} \end{bmatrix} \quad (20)$$

ここで、 I は単位行列を表す。(20) 式にその両辺を転置したもの、すなわち、その後両辺の期待値を取れば、船位の共分散行列 $E[\Delta X_{i+1} \Delta X_{i+1}^T]$ および積算燃料消費量の分散 $E[\Delta F_{i+1}^2]$ を求めることができる。なお、 $E[\Delta X_{i+1} \Delta X_{i+1}^T]$ の固有値と固有ベクトルを計算することにより、船位 X_{i+1} の標準誤差楕円

が求められる。

(20) 式において、相関行列 $\Phi_c(i)$ と $\Phi_w(i)$ は重要な役割を演じている。すなわち、風・波および海流の予測誤差間の相関が大きくなるほど、同じような予測誤差が連続して起こりやすくなり、船位の共分散行列と積算燃料消費量の分散は大きくなる。

2.2 航海時間と燃料消費量の標準偏差の推定

時刻 t_n における予測船位 X_n が目的地 X_f に十分近づいたとする。 X_n から X_f まではラムライン上を航走するものとする。すなわち、 X_n から X_f までの航海時間 T_n は次式により与えられる。

$$T_n = R_m(\phi_f) (\phi_f - \phi_n) \sec \theta_n \{ [V_n \cos(\theta_n + \alpha_n) + N_n]^2 + [V_n \sin(\theta_n + \alpha_n) + E_n]^2 \}^{-1/2} \quad (21)$$

X_n から X_f までの船の針路 θ_n は、次式により計算できる。

$$\theta_n = \tan^{-1} \{ (\lambda_f - \lambda_n) [\text{mp}(\phi_f) - \text{mp}(\phi_n)]^{-1} \} \quad (22)$$

(21), (22) 式より、 T_n はベクトル X_n , S_n , W_n の関数であることがわかる。したがって、 T_n を $T(X_n, S_n, W_n)$ と表せば、出発地 X_0 から目的地 X_f までの航海時間 T は次式により与えられる。

$$T = n \Delta t + T(X_n, S_n, W_n) \quad (23)$$

X_n から X_f までの燃料消費量 G_n は、船の対水速力 V_n 、プロペラ回転数 n_n および航海時間 T_n の関数である。したがって、 G_n を $G(V_n, n_n, T_n)$ と表せば、出発地 X_0 から目的地 X_f までの総燃料消費量 F は次式により与えられる。

$$F = F_n + G(V_n, n_n, T_n) \quad (24)$$

航海時間の予測値 $\bar{T}$ と総燃料消費量の予測値 $\bar{F}$ は、次式から求められる。

$$\bar{T} = n \Delta t + T(\bar{X}_n, \bar{S}_n, \bar{W}_n) \quad (25)$$

$$\bar{F} = \bar{F}_n + G(\bar{V}_n, n_n, \bar{T}_n) \quad (26)$$

(23), (24) 式において、各ランダム変数を予測値と予測誤差の和として表し、予測誤差は十分小さいものとして、右辺の関数 T および G を予測値において 1 次の項まで Taylor 展開すれば、次の誤差方程式が得られる。

$$\Delta T = T_x \Delta X_n + T_s \Delta S_n + T_w \Delta W_n \quad (27)$$

$$\Delta F = \Delta F_n + G_v \Delta V_n + G_T \Delta T_n \quad (28)$$

ここで、 ΔT , ΔT_n , ΔF は予測値 $\bar{T}$, $\bar{T}_n$, $\bar{F}$ の誤差で、 $\Delta T = \Delta T_n$ である。 T_x , T_s , T_w , G_v , G_T は時刻 t_n における予測値を用いて計算される偏微分係数である。(27), (28) 式を目的地における予測誤差

ΔC_f , ΔW_f に関する Shaping Filter とまとめて表せば、次のベクトル形式の誤差方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \Delta T \\ \Delta F \\ \Delta C_f \\ \Delta W_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_x & 0 & T_s S_c & T_w \\ G_T T_x & 1 & G_V V_c + G_T T_s S_c & G_T T_w \\ 0 & 0 & \Phi_c(n) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Phi_c(n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_n \\ \Delta F_n \\ \Delta C_n \\ \Delta W_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta C_f^* \\ \Delta W_f^* \end{bmatrix} \quad (29)$$

(29) 式にその両辺を転置したものを右から乗じ、その後両辺の期待値を取れば、航海時間の分散 $E[\Delta T^2]$ および総燃料消費量の分散 $E[\Delta F^2]$ が得られる。

このようにして、航海時間の標準偏差 σ_T および総燃料消費量の標準偏差 σ_F を推定することができる。この推定法においては、航海時間と総燃料消費量の予測誤差は、平均値 0 のガウス分布を有することになる。

3. 北太平洋における海上風と波の予測精度

確率的なウェザールーティングでは、上記の方法を等時間曲線法に取り入れて、多くのルートについて航海時間と燃料消費量の予測値および標準偏差を計算し、航海時間や燃料消費量の不確定性を考慮して最適航路を決定する⁽¹⁾。その場合、航海時間と燃料消費量の標準偏差を求めるには、風と波および海流の予測精度情報が必要である。一般に、ウェザールーティングが実施される荒天の多い海域では、風と波による対水船速変化の方が海流による対地船速変化よりはるかに大きいので、風と波に関する予測精度情報が特に重要となる。

そこで本研究では、アメリカのウェザールーティング会社で実際に運用されている数値波浪予測モデルの出力データを解析し、風と波の予測精度を調査した。この波浪予測モデルでは、アメリカの国立気象センター (U.S. National Meteorological Center) から 10 日先までの地上気圧分布データを受信し、それを海上風データに変換する。そして、その海上風データをスペクトル法による波浪予測モデルに入力し、地球の全海洋における 10 日先までの波浪を予測している。海上風と波は、毎日 00GMT を基準時とする予測は 240 時間先まで、12GMT を基準時とする予測は 72 時間先まで 12 時間間隔で行われ、緯度、経度方向とも 2.5 度間隔の格子点において予測される。

1996 年 12 月 1 日から 1997 年 3 月 31 日までの 4 ヶ月

間について、北太平洋をカバーする予測格子点において、風と波の予測精度を調査した。各格子点において、風と波の各パラメータ (風速、風向、有義波高、卓越波向、卓越波周期) の 12, 24, 36, ---, 240 時間予測値の平均誤差 $E[\Delta \hat{C}_i]$ と共分散行列 $P_c(i)$ を計算した。また、それらのパラメータの予測誤差間の相関係数 (相関行列 $\Phi_c(i)$ の対角項) を、時間間隔 Δt が 12 時間の場合と 0 時間の場合について計算した。すなわち、12-24, 24-36, 36-48, ---, 228-240 時間予測の予測誤差間の相関係数と 12-12, 24-24, 36-36, ---, 240-240 時間予測の予測誤差間の相関係数を求めた。

各予測格子点における有義波高の 120 時間予測値の標準偏差を図 1 に、240 時間予測値の標準偏差を図 2 に示す。図 1、図 2 より、当然のことながら、標準偏差は 120 時間予測値よりも 240 時間予測値の方が大きいことがわかる。また有義波高の標準偏差は、

図 1 各格子点における有義波高の 120 時間予測値の標準偏差

図 2 各格子点における有義波高の 240 時間予測値の標準偏差

図3 海上風と波の予測精度を調査したサブエリア

低緯度よりも高緯度の方が大きく、北太平洋の東部よりも西部の方が大きいことがわかる。

北太平洋のいろいろな海域における風と波の予測精度の違いを調べるために、北太平洋を図3に示すような28個のサブエリア (i, j) (i: 緯度のインデックス, j: 経度のインデックス) に分割した。各サブエリア内には、陸地がなければ32個の予測格子点が含まれる。各サブエリアにおいて、風と波の予測値の平均誤差と標準偏差の空間平均を計算した。

41°Nと51°Nの間の緯度帯 (i=2) における各サブエリアについて、有義波高の予測値の平均誤差と標準偏差の空間平均が予測時間に対してどのように変化するかを示したものが、図4である。図中、点線が平均誤差、実線が標準偏差を示す。図4より、平均誤差は±0.5mの範囲内で変動しているが、含まれる格子点数の少ない最も西側 (j=1) と最も東側 (j=6) のサブエリアを除き、ほとんどの予測時間に対し

図4 有義波高の12, 24, ---, 240時間予測値の平均誤差と標準偏差 (41°N~51°Nの緯度帯の各サブエリアにおける平均値)

て正の値となっている。すなわち、有義波高は平均的には実際より低く予測されていることがわかる。予測誤差の標準偏差は、予測時間が長くなるほど大きくなっている。標準偏差は、24, 120, 240時間予測の順に、0.4~0.5m, 1.1~1.5m, 1.4~2.2m程度であった。また、西側のサブエリアの方が東側のサブエリアよりも標準偏差が大きい。つまり、北太平洋の西側の方が東側より有義波高の予測精度が悪いことがわかる。

同様の調査から、風速、風向、卓越波向、卓越波周期の予測値の標準偏差は、予測時間が長くなるにつれて当然のことながら大きくなることがわかった。また、風速は平均的には実際より弱く予測されていること、および卓越波向の予測精度は有義波高と同様に、北太平洋の西側の方が東側より悪いことがわかった。

次に相関係数については、風と波の相次ぐ予測誤差間の相関係数は、予測時間と船位だけでなく、時間 Δt の間の船の針路と航走距離にも依存する。そこで各格子点において、そこから北、東、南、西の4方向に4個先までの格子点を考え、各格子点における予測誤差とその周囲の $4 \times 4 = 16$ 個の格子点における予測誤差との間の相関係数を計算した (図5参照)。

図5 各格子点の周囲における相関係数を計算するための格子点

風速の各予測格子点における120時間予測値の誤差と、そこから2個東側および2個西側の予測格子点における132時間予測値の誤差との間の相関係数を示したものが、図6および図7である。両格子点は経度で5°離れており、その距離は緯度45°で約210マイルである。図6、図7より、30°N~50°Nの緯度帯では、風速の予測誤差間の相関係数は、各格子点とそこから2個東側の格子点におけるもの (図6)の方が2個西側の格子点におけるもの (図7)よりずっと大きい。これは、この緯度帯 (偏西風帯) に

図6 風速の各格子点における120時間予測値の誤差とそこから2個東側の格子点における132時間予測値の誤差との間の相関係数

図7 風速の各格子点における120時間予測値の誤差とそこから2個西側の格子点における132時間予測値の誤差との間の相関係数

における低気圧は東進するものが多く、ある低気圧に伴う風速の予測値は、その低気圧が進行中、同じような予測誤差を持つ傾向があるためと考えられる。

相関係数の海域による違いを調査するために、図3に示す各サブエリアについて、相関係数の空間平均を求めた。サブエリア($i=2, j=3$) ($41^{\circ}\text{N} \sim 51^{\circ}\text{N}$, $171^{\circ}\text{E} \sim 169^{\circ}\text{W}$)において、風速の96-108, 108-120, ---, 168-180時間予測の予測誤差間の相関係数を空間平均したものを、図8に示す。図中、GRID NUMBERが相関係数を計算するための2つの格子点の間隔を表している。GRID NUMBER 0は、2つの格子点が同一であることを意味し、1, 2, 3, 4の順に格子点間隔が長くなる(図5参照)。また、DIRECTIONは相関係数を計算するための格子点の方向を

図8 風速の96-108, 108-120, ---, 168-180時間予測の予測誤差間の相関係数($41^{\circ}\text{N} \sim 51^{\circ}\text{N}$, $171^{\circ}\text{E} \sim 169^{\circ}\text{W}$ のサブエリアにおける平均値)

示している。DIRECTION 0° , 90° , 180° , 270° は、それぞれある格子点における予測誤差とそこから北側、東側、南側、西側にある格子点における予測誤差との間の相関係数であることを意味する(図5参照)。

図8より、風速の12時間間隔の予測誤差間の相関係数は、DIRECTIONが 90° の場合に最大となっていることがわかる。また、DIRECTIONが 90° の場合、GRID NUMBER 2すなわち緯度 45° で約210マイルの格子点間隔において、相関係数が最大となっている。これは、前述したように、このサブエリアにおける低気圧は東進するものが多く、ある低気圧に伴う風速の予測値には、同じような予測誤差が生じやすいためと考えられる。(時間間隔 Δt が12時間なので、210マイルの格子点間隔は、船が速力約18ノットで東進する場合に相当する。低気圧もこの程度の速度で東進するものが多いと考えられる。)

相関係数に関する同様の調査から、風向、有義波高、卓越波向、卓越波周期についても、ある格子点とそこから東側にある格子点との間で、12時間間隔の予測誤差間の相関係数が最大となった。また、風と波のすべてのパラメータについて、予測誤差間の相関係数は、予測時間が長くなるほど大きくなった。

さらに、時間間隔 Δt が0の場合の相関係数、つまり12, 24, 36, ---, 240時間予測の2つの格子点における予測誤差間の空間相関については、風と波のすべてのパラメータについて、相関係数は格子点間隔が長くなるにつれて指数関数的に減少した。また、格子点の方向による違いはほとんど見られなかった。

4. 確率的なウェザールーティングのシミュレーション

前述の10日先までの海上風と波の予測データとその予測精度情報、すなわち予測値の平均誤差と共分散行列および相次ぐ予測誤差間の相関行列を用いて、東京～サンフランシスコ間を航海するコンテナ船の確率的な最短時間航路シミュレーションを数多く行った。これらのシミュレーションでは、出航時を基準時とする風と波の10日間予測データを用い、数値予測の統計的なバイアスを除去するために、風と波の予測値の平均誤差を数値予測モデルの出力の予測値に加えた。船位の予測値とその共分散行列および積算燃料消費量の予測値とその分散は、6時間の間隔で計算された。

海流については、現在のところ大洋全体をカバーする数値予測は行われておらず、海流の予測値や予測精度に関する情報は得られない。そこで、月別のアメリカ版パイロットチャートをデジタル化したデータベースを予測値として使用した。そして、海流の予測値は常に正しいものと仮定し、その平均誤差、共分散行列および相関行列は0とした。

シミュレーションに用いたコンテナ船は、41,144 G/T, 244.8m L_{OA} で、波浪中の速力を計算する際には、船首海水打ち込みとエンジン過負荷による運航限界が考慮された⁽²⁾。またドリフト角は、船体に働く横方向の力と回頭モーメントに関する平衡方程式を解くことにより計算された⁽³⁾。風と波の予測誤差がこのコンテナ船の対水速力やドリフト角にどのような誤差を与えるかは、(14)式の偏微分係数 $S_c = \partial S / \partial C$ により決定される。

4.1 確率的な最短時間航路シミュレーションの例

1996年12月6日00GMTにサンフランシスコを出航し、東京に向かうコンテナ船の確率的な最短時間航路のシミュレーション結果を、図9に示す。図中、予測された最短時間航路 (PMTR: Predicted Minimum Time Route) が実線、大圏航路 (GCR: Great Circle Route) とラムライン航路 (RLR: Rhumb Line Route) が破線で示されており、各航路に付けられている矢印の先端が24時間毎の船位、矢印の向きと長さが卓越波向と有義波高を表している。出航から1, 2, ---, 8日後の等時間曲線が船位の39%誤差楕円として描かれている。39%誤差楕円は、船位誤差の確率密度の等値線で、その中に船位が存在する確率が $0.39347 (= 1 - \exp(-0.5))$ である楕円である。39%誤差楕円の中心が予測船位であ

図9 確率的な最短時間航路シミュレーションの例

る。

図9の上には、PMTR, GCR, RLRにおける航海時間と燃料消費量の標準偏差が±符号の後に示されている。風と波の予測データを用いたシミュレーションの後、PMTR, GCR, RLRの上を風と波の実況データを用いてコンテナ船を再度航走させ、各航路における航海時間と燃料消費量の実際の値を計算した。その値が括弧内に示されている。PMTR, GCR, RLRにおける航海時間の標準偏差は、それぞれ3.2, 6.1, 2.3時間で、航海時間の誤差(実際の値から予測値を引いたもの)は、それぞれ4.6, -6.3, 0.7時間であった。さらに、風と波の実況データを用いて真の最短時間航路 (TMTR: True Minimum Time Route) を計算した。TMTRの航海時間と燃料消費量も図の上に示されている。

図9に示すシミュレーション結果において、サンフランシスコから最終等時間曲線 (東京に最も近い

図10 出発地から最終等時間曲線の各点に至る最短時間航路群

等時間曲線)に至るすべての最短時間航路を示したものが、図10である。図中、太線がサンフランシスコから東京に至るPMTRである。

図9から、出航後、各等時間曲線を形成する39%誤差楕円は、次第に大きくなっていることがわかる。最終等時間曲線が鋭く曲がっている所では、39%誤差楕円の大きさと形が不連続になっている。この等時間曲線が鋭く曲がっている点は、“Double Point”と呼ばれている(この点では等時間曲線に2つの接線が引けるからである)。39%誤差楕円の大きさは、Double Pointの北側の方が南側より大きい。これは、図10からわかるように、Double Pointの北側の39%誤差楕円に到達しているルートは、ベーリング海を通り、その後高い向かい波が予想されたアリューシャン列島の南西を経由しているのに対し、南側の39%誤差楕円に到達しているルートは、ほぼサンフランシスコからのラムラインであり、高い向かい波となる海域を通過していないためである。

一般に、高い向かい波の中では、船の速力は波高や波向きの変化に敏感なので、高い向かい波が予測された場合、船速の予測誤差が大きくなる可能性が高い。したがって、ルート上で高い向かい波が予測された場合、39%誤差楕円が大きくなるのである。図10において、もし目的地が最終等時間曲線のDouble Pointにあれば、ほとんどの船長は到着時刻をより確実に予測できるという理由から、小さな39%誤差楕円を持つ南方のルートを最適航路として選択するだろう。

4.2 航海時間と燃料消費量の標準偏差の推定精度

最適航路の航海時間と燃料消費量の標準偏差が正しく推定できているかどうかを調査するために、上述のような確率的な最短時間航路シミュレーションを、1996年12月1日から翌年3月20日までの毎日、サンフランシスコおよび東京を00GMTおよび12GMTに出航する航海について行った。この期間中、海上風と波の予測データが欠落している日が10日あったため、航海数は西航・東航それぞれ200回であった。

シミュレーションでは、出航時を基準時とする風と波の10日間予測データを用いてPMTRを計算し、さらに図11に示す8本の固定ルート(Route 3が大圏航路、Route 6がラムライン航路)の上をコンテナ船を航走させた。そして、PMTRと8本のルートの航海時間と燃料消費量の予測値を計算し、それらの標準偏差を推定した。その後、風と波の実況データを用いてPMTRと8本のルート上をコンテナ船を再度航走させ、実際の航海時間と燃料消費量を計算した。

図11 航海時間および燃料消費量の標準偏差を推定した8本のルート

図12 西航の最短時間航路における推定した航海時間の標準偏差(縦線)と予測航海時間の誤差(丸印)

図13 西航のラムライン航路における推定した航海時間の標準偏差(縦線)と予測航海時間の誤差(丸印)

各航海における推定した航海時間の標準偏差と予測航海時間の誤差(実際の値から予測値を引いたもの)を、図12(PMTR, 西航)、図13(RLR, 西航)、図14(PMTR, 東航)、図15(RLR, 東航)に示す。図中、縦線の長さが標準偏差の2倍を示し、丸印が

図14 東航の最短時間航路における推定した航海時間の標準偏差（縦線）と予測航海時間の誤差（丸印）

図15 東航のラムライン航路における推定した航海時間の標準偏差（縦線）と予測航海時間の誤差（丸印）

予測航海時間の誤差を示す。推定した航海時間の標準偏差は、西航ではRLRの方がPMTRよりかなり大きい場合が多く、東航ではPMTRの方がRLRより少し大きい場合が多いことがわかる。航海時間の標準偏差の200航海における平均値は、西航ではPMTRが2.27時間、RLRが3.85時間、東航ではPMTRが1.87時間、RLRが1.51時間であった。

RLRに関しては、推定した航海時間の標準偏差と予測航海時間の誤差は、西航の方が東航よりずっと大きくなっている。これは、西航のRLRでは向かい波となる航海が多かったのに対し、東航のRLRではほとんどの航海で追い波だったからである。

シミュレーション期間中のすべての航海について、PMTRと8本のルートにおける推定した航海時間の標準偏差 T_s と予測航海時間の誤差 T_e との関係をプロットしたものが、図16である。プロットされているデータの数は、3,600個（9ルート×200航海×2方向）である。図16より、 T_s が大きくなるにつれ

図16 推定した航海時間の標準偏差と予測航海時間の誤差との関係

図17 各バンドにおける推定した航海時間の標準偏差（平均値）と実際の航海時間の標準偏差との関係

て、 T_e の値はより広い範囲に分布していることがわかる。

推定した航海時間の標準偏差の精度を調べるために、図16の平面を T_s に関して1時間毎の8つの均等なバンドに分割した。そして、 T_s の各バンドに含まれるデータについて、 T_e の平均値（すなわち平均誤差）と標準偏差および T_s の平均値を計算してプロットしたものが、図17である。図中、各バンドにおける T_s の平均値と T_e の標準偏差の関係が黒丸でプロットされており、 T_s の平均値と T_e の平均値の関係が三角印でプロットされている。斜めの破線は、 T_s の平均値と T_e の標準偏差が等しいラインである。図17より、 T_s の平均値（推定した航海時間の標準偏差の平均値）は、 T_e の標準偏差（実際の航海時

図18 推定した燃料消費量の標準偏差と予測燃料消費量の誤差との関係

図19 各バンドにおける推定した燃料消費量の標準偏差（平均値）と実際の燃料消費量の標準偏差との関係

間の標準偏差）にほぼ等しく、航海時間の標準偏差は正しく推定できたことがわかる。

上述の手順で、推定した燃料消費量の標準偏差の精度も調査した。推定した燃料消費量の標準偏差 F_s と予測燃料消費量の誤差 F_e との関係をプロットしたものが、図18である。また、図18の平面を F_s に関して2.5トン毎の12のバンドに分割し、各バンドに含まれるデータについて、 F_e の平均値と標準偏差および F_s の平均値を計算してプロットしたものが、図19である。

図中、各バンドにおける F_s の平均値と F_e の標準偏差の関係が黒丸でプロットされており、 F_s の平均値

と F_e の平均値の関係が三角印でプロットされている。斜めの破線は、 F_s の平均値と F_e の標準偏差が等しいラインである。図19より、 F_s の平均値は F_e の標準偏差にほぼ等しく、燃料消費量の標準偏差は正しく推定できたことがわかる。

なお図19において、 F_s の平均値が大きい場合に F_e の標準偏差が破線のやや下方にプロットされているが、これは海上風と波の実況値が予測値より船にとって遥かに厳しい場合、運航限界を超えないようにプロペラ回転数を大きく落とすため、単位時間あたりの燃料消費量が予測値より大幅に減少してしまうためである。燃料消費量の標準偏差を推定する際には、海上風と波の予測誤差はあまり大きくないという前提のもとに線形の誤差方程式(15)を導いているので、このような現象は考慮できないのである。

5. まとめ

以上、確率的なウェザールーティングにおいて必要となる航海時間と燃料消費量の標準偏差を推定する方法⁽¹⁾を述べ、北太平洋における10日先までの海上風と波の数値予測の精度を調査した結果を示した。そして、その調査により得られた海上風と波の予測精度情報、すなわち予測値の平均誤差、予測誤差の共分散行列および相次ぐ予測誤差間の相関行列を用いて、確率的な最短時間航路シミュレーションを数多く行った。

シミュレーションでは、最短時間航路の他に8本のルートについて、航海時間と燃料消費量の標準偏差を推定し、またそれらの予測誤差を計算した。推定した標準偏差と予測誤差の関係を統計的に解析した結果、出航時において航海時間と燃料消費量の標準偏差を正しく推定できたことが明らかになった。

今後、海上風と波の予測データをさらに収集して解析することにより、予測精度情報の信頼性を高め、確率的なウェザールーティングの実用化を進めたい。最終的には、INMARSATデータ通信を用いて、確率的なウェザールーティングの実船実験を行う予定である。

参考文献

- (1) 萩原秀樹：気象・海象の予測精度情報に基づく確率的なウェザールーティング，日本航海学会論文集，第83号，pp. 155-167(1990)。
- (2) 萩原秀樹：ウェザールーティングによる損傷防止，日本造船学会誌TECHNO MARINE，第787号，pp. 45-48(1995)。
- (3) 萩原秀樹・桑島 進・庄司るり：数値波浪予報

精度情報に基づく確率的な航路選定に関する研究, 平成10・11年度科学研究費補助金(基盤研究(C)(2))研究成果報告書, pp.15-17(2000).

質 疑 応 答

石田廣史(神戸商船大学): 興味深く拝聴させていただきました。以下の点について質問させていただきます。

- (1) 予測値の誤差を検討されていますが、真値は何でしょうか。解析値は予測値ですが。
- (2) 実現値とは何を意味するのでしょうか。観測値でしょうか。
- (3) 風・波の予測値の分布を正規分布と仮定されていますが、分散などの統計値はどのように決定されましたか。これらの値は気象状態に依存しま

すが。

以上についてお教え下さい。

萩原秀樹: ご質問、ありがとうございます。順にお答えいたします。

- (1) 本研究では、数値予測の解析値(実況値)を真値とみなすことにしました。大洋上のすべての予測格子点における予測誤差を検討するには、今のところ解析値を真値とみなす以外に方法がありません。
- (2) 風や波の実現値とは、真値すなわち解析値を意味します。
- (3) 風や波の予測誤差の分散や平均値は、数値予測の予測値と解析値を各予測格子点において4ヶ月間にわたり比較して計算しました。