縦方向衝突危険度モデルの解析的表現に関する一考察

長 岡 栄*

A Note on Analytical Representation of Longitudinal Collision Risk Model

Sakae NAGAOKA

Abstract

This paper deals with a mathematical representation of the longitudinal collision risk model for assessing the safety level of an oceanic route in the North Pacific (NOPAC) in view of the feasibility of a 50 NM longitudinal distance-based separation. Parametric models based on the empirical data are assumed for several distributions used in the collision risk model to facilitate calculating the collision risk. An analytical representation of a function for calculating the collision risk is derived using the proposed parametric distribution models. This paper first describes the method and results of derivation of the function, then some examples of the longitudinal collision risk calculation for a NOPAC route.

1. まえがき

近年の航空輸送の需要増大に伴い、管制間隔基準の短縮が望まれている。北太平洋 (NOPAC) の洋上航空路では、1998 年 4 月に経路間間隔が 50 NM の平行ルートが設定され、2000 年 2 月には垂直間隔が 2,000 ft から 1,000 ft に短縮された。縦間隔 (同一経路上で同一高度 (フライトレベル) を飛行する航空機相互間の前後方向の最小間隔) は時間で 10 分 (Mach Number Technique 使用時) となっている。この縦間隔も短縮しようとする動きがあり、この短縮可能性の検討が望まれている。

マニュアル (Procedural) 管制が行われている洋上航空路では管制の介入の度合いが少ないため Reich の衝突危険度モデル⁽¹⁾ がその空域の衝突危険度の推定に用いられてきた。このモデルでは航空機を直方体とみなし、これらが三次元空間内で重なるときを衝突とみなしている。衝突には一対の航空機の位置関係が前後 (縦)、左右 (横)、上下 (垂直) の三つの場合がある。

縦方向の間隔の喪失による衝突危険度モデルは幾つか提案され、幾つかの空域での衝突危険度の評価例が報告されている⁽²⁾⁻⁽⁸⁾。衝突危険度モデルのパラ

メータの幾つかは空域の特性に強く依存する。このため、危険度の評価には空域の特性を考慮した解析が必要である。こうしたモデルによる計算は複雑で、諸パラメータの分布が明示的な関数でない場合は数値計算に頼らざるを得ない。そこで、筆者は衝突危険度を容易に計算できるようにするため、利用可能なデータに基づき、パラメータの分布モデルを用い、衝突危険度の値を解析的に計算可能とする式を導出した。

本報告ではまずその方法と結果を示す。ついで、NOPAC ルートの場合を例にとり、衝突危険度の計算例を示し、縦間隔基準の値と衝突危険度との関係を明らかにする。

2. 衝突危険度モデル

航空機の衝突モデルの考え方は、船舶の場合と同様、気体分子の衝突の理論に基づいている。ただし、航空路を飛行する航空機の場合は衝突断面積が直方体の断面積に関係し、平均相対速力は各方向毎に一定とし、密度の分布は飛行経路の周りに特定の分布を持つモデル⁽¹⁾⁻⁽⁵⁾ を考えている。

本論文で用いたモデル⁽³⁾⁽⁵⁾ では、図 1 のように同一経路で同一フライトレベルを割り当てられた一対

* 正会員 独立行政法人 電子航法研究所 (〒182-0012 調布市深大寺東町7-42-23)

図1 衝突モデルと縦方向の重なり概念

の航空機（直方体）が前後方向で衝突する場合を考える。ここでは距離に基づく縦間隔が与えられるものとする。

この方法では、一対の航空機に対し、ある地点までの距離（機上の航法装置による情報）をほぼ同時に通信により管制官に通報させ、その距離差から縦間隔を知る。

ここでは、Karppinen & Andersonによるモデル⁽⁵⁾⁽⁶⁾を用いて、この通報による監視と管制指示が時間間隔T毎に行われるとする。いま、或る通報と次の通報との期間 $[0, T]$ に起こり得る空中衝突を考察する。なお、Tには通信や介入の遅延時間を含めて考えることにする。

ここで、パイロットからの通報が時刻 $t=0$ で得られ、次の通報が得られた（または通報に対応した管制官の指示を受けパイロットが操作に従い航空機が危険の回避運動を開始するまで）時刻を $t=T$ とする。衝突は $t=0$ のとき航空機対に与えられた間隔を喪失することにより起こる。

衝突危険度は単位飛行時間あたりに与えられた間隔を喪失して起こる空中衝突事故件数の期待値で定義される。ここで、衝突には2機が関与するので、1衝突は2事故と数える。縦間隔の喪失による衝突危険度 N_{ax} は次式で与えられる⁽³⁾。

$$N_{ax} = 2 \Pi_x P_y(0) P_z(0) \left[\frac{|\bar{x}|}{2\lambda_x} + \frac{|\bar{y}|}{2\lambda_y} + \frac{|\bar{z}|}{2\lambda_z} \right] \quad (1)$$

ここで Π_x は縦方向の重畳確率である。Karppinen & Anderson⁽⁵⁾は距離に基づく間隔を適用したときの衝突危険度モデルを開発した。それによると

$$\Pi_x = \frac{2\lambda_x}{S_m} \int_0^\infty w(s) U(s) ds \quad (2)$$

が用いられる。ここで記号は次のとおりである。

S_m ：縦間隔基準

$\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ ：航空機の全長、全幅、全高

$|\bar{x}|, |\bar{y}|, |\bar{z}|$ ：縦方向、横方向、垂直方向の平均相對速力

T ：考察中の飛行時間

$w(s)$ ：同一フライトレベル上のある航空機対の公称の間隔が s である確率の密度関数

$U(s)$ ：時刻 $t=0$ と $t=T$ の間に初期公称間隔 $S_0=s$ のとき、時刻 $t=0$ と $t=T$ の間に縦方向の重なりが生じる確率

$P_y(0)$ ：横方向重畳確率（同一経路で同一フライトレベルを割り当てられた航空機対が横方向で重なる確率）

$P_z(0)$ ：垂直重畳確率（同一経路で同一フライトレベル上の航空機対が垂直方向で重なる確率）

文献(5)では $U(s)$ を次の形で与えている。

$$U(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_x(v) F(s+vT) dv \quad (3)$$

ここで $\phi_x(v)$ は縦方向相對速度の確率密度関数で、 $F(a)$ は公称の縦間隔が a のとき航空機対の真の縦間隔が航空機の全長 λ_x 以下になる確率である。 $F(a)$ は次式で与えられる。

$$F(a) = \int_{a-\lambda_x}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(u) g(u-x) du dx \quad (4)$$

ここに $g(x)$ は航空機の前（縦）方向の航法誤差の確率密度関数である。すべての航空機に対してこれは同一とする。このとき(2)式は

$$\Pi_x = \frac{2\lambda_x}{S_m} \int_0^\infty w(s) \left[\int_{-\infty}^{\infty} \phi_x(v) \left(\int_{s+vT-\lambda_x}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(u) g(u-x) du dx \right) dv \right] ds \quad (2')$$

となる。

3. 各種分布のモデル

(2')式の計算は見てのとおり複雑である。Andersonらは(2')式の $w(s)$ として区間 $[S_m, 250+S_m]$ NMの一様分布を仮定した計算を行っている。また、それ以外の場合では実測データを用いて数値積分により計算している。しかし、 $w(s)$ の分布として一様分布はオーストラリアの空域で取得されたデータでは比較的良い近似であるが、交通密度の高い北太平洋の洋上航空路では必ずしも良い近似ではない。そこで、筆者は $w(s)$ のモデルとして打ち切り型指数(Truncated Shifted Exponential)分布を採用し、

Π_x の定式化を試みた。以下にその条件と結果を示す。

3.1 航法誤差の分布

慣性航法システムの実測誤差分布⁽⁹⁾は縦方向の航法誤差は正規分布 (Gaussian) ではなく、両側指数 (Double Exponential: DE) 分布のように裾部がもっと長いことが示唆されている。そこで縦方向の航法誤差の確率密度関数として次の両側指数分布を仮定する。

$$g(x) = (2\lambda)^{-1} \exp(-|x|/\lambda) \quad (5)$$

ここで λ は正定数のパラメータである。

3.4節で考察する北太平洋の洋上空域では航法性能要件(RNP: Required Navigation Performance) 10が指定されている。これは全飛行時間の95%で航法誤差が $[-10, 10]$ NMにあることを要求している。これを満たすDE分布のパラメータ $\lambda = 3.34 (= 10/2.996)$ NMとなる。(5)式を(4)式に代入して計算すると次式を得る。

$$F(a) = \begin{cases} e^{-(a-\lambda_x)/\lambda} (2\lambda + a - \lambda_x) / (4\lambda) & \text{for } a \geq \lambda_x \\ 1 - e^{-(a-\lambda_x)/\lambda} (2\lambda - a + \lambda_x) / (4\lambda) & \text{for } a \leq \lambda_x \end{cases} \quad (6)$$

3.2 縦方向相対速度の分布

図2はAndersonらが南太平洋で収集したデータ⁽⁷⁾を用いて著者が作成したものである。意図的でない相対速度 (同一速度を指定した航空機対の相対速度) の分布である。5 knots間隔の相対度数分布で

図2 相対速度の実測相対度数とモデルによるその理論値 区間幅=5 knots

示してある。相対速度は一時間以内にある位置通報点を同一フライトレベルで飛行した航空機対の位置通報を比較することで算出している。併せて、これに最尤推定法で当てはめた次のDE分布モデルによる相対度数の計算値を示した。

$$\phi_x(v) = (2k)^{-1} \exp(-|v|/k) \quad (7)$$

ここで、 k はパラメータ (>0) である。図2ではパラメータ k の値は7.16 knotsである。

3.3 U(s)の分布

$U(s)$ は時刻 $t=0$ で航空機間の公称間隔 (位置通報に基づく)が s のとき、 $t=T$ までに縦方向で重なる確率である。(6)式と(7)式を(3)式に代入すると $s \geq \lambda_x$ の領域に対して次式を得る。

$$U(s) = \frac{2k^4 T^4}{4(\lambda - kT)^2(\lambda + kT)} e^{-(s-\lambda_x)/(kT)} + \frac{\{2\lambda^2(\lambda^2 - 2k^2 T^2) + \lambda(\lambda^2 - k^2 T^2)(s - \lambda_x)\}}{4(\lambda - kT)^2(\lambda + kT)^2} e^{-(s-\lambda_x)/\lambda} \quad (8)$$

3.4 w(s)の分布⁽¹³⁾

ここで、 $w(s)$ は $t=0$ のときの航空機間の縦間隔分布の確率密度関数である。南太平洋の空域の安全性評価の計算では $w(s)$ として一様分布が用いられている⁽⁶⁾⁽⁷⁾。これは南太平洋では安全サイドの仮定かもしれないが、北太平洋のR220などの輻輳した空域ではモデルとして必ずしも適当ではない。

図3には北太平洋の洋上航空路の略図を示す。図4に西行き便が集中するNOPACルート⁽¹³⁾のR220における $w(s)$ の実測分布⁽¹³⁾を示す。これは区間幅10 NMの各区間の相対度数の分布である。この分布はR220における同一経路で同一フライトレベルを飛行した連続する航空機対について、二つの位置通報点における通過時刻と所要時間を調べて算出した。10 NM毎の度数分布を示した。この過程で距離差が340 NM (二つの位置通報点間の距離に相当) 以上の

図3 NOPACルートの概略図

図4 距離(縦)間隔 s の実測相対度数とモデルによるその理論値⁽¹³⁾ 区間幅=10 NM, N は標本数

ものは衝突に関与しないものとして集計からはずした。

この図より明らかなように80~100 NM近辺の頻度が高く s の増大とともにゆっくり減少する分布となっている。そこで、実測分布の形状から次の打ち切り型指数分布モデルで実測分布を近似することにした。

$$w(s) = \begin{cases} \frac{e^{-(s-S_{\min})/\mu}}{\mu(1-e^{-L/\mu})} & \text{for } S_{\min} \leq s \leq S_{\min} + L \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

ここで、 $S_{\min}$ 、 L 、および $\mu(>0)$ はモデル・パラメータである。図5に打ち切り型指数分布の確率密度関数の形状を示す。

図4には、最尤推定法により定めたモデルのパラメータ値を示すとともに、併せてモデルによる相対度数の計算値をプロットした。ここで、 $S_{\min}$ は縦間隔基準に相当するはずである。

図5 打ち切り型指数分布の確率密度関数

一般には、縦間隔基準 S_m のときの衝突危険度が関心事である。例えば、50 NMの縦間隔基準を用いたときの衝突危険度を推定するには、 $S_{\min}$ を50 NMとしたときの実測分布が必要である。しかし、この実測データは存在しないので、10分の縦間隔使用時の実測分布から類推するかシミュレーションなどにより推定せざるを得ない。

ここでは $w(s)$ は他のモデルパラメータを一定($\mu=373.2$ NM, $L=276.3$ NM)にしておき S_m を50 NMとしたモデルを採用する、分布を横軸に $S_{\min}$ が S_m に重なるように平行移動する方法⁽⁸⁾をとることにした。

3.5 縦方向の重量確率 Π_x の成分

以上の仮定の下で、 Π_x の積分の項は次のように表せる。

$$Q(T, k, \lambda, \mu, S_{\min}, L, \lambda_x) \equiv \int_0^{\infty} w(s) U(s) ds$$

$$= \int_{S_{\min}}^{S_{\min}+L} w(s) U(s) ds \quad (10)$$

これに(8)式と(9)式を代入して計算すると次式を得る。

$$Q(T) = [F_2 + F_3(F_4 + F_5)]/F_1 \quad (11)$$

ただし

$$F_1 = 4(\lambda - kT)^2(\lambda + kT)^2(1 - e^{-L/\mu}) \quad (12)$$

$$F_2 = 2k^5T^5e^{-(S_{\min}-\lambda_x)/(kT)}(1 - e^{-(\frac{1}{kT} + \frac{1}{\mu})L})/(\mu + kT) \quad (13)$$

$$F_3 = [\lambda^2/(\lambda + \mu)^2] e^{-(S_{\min}-\lambda_x)/\lambda} \quad (14)$$

$$F_4 = (1 - e^{-(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu})L}) \times \{2\lambda^4 + (3\mu - \lambda_x)\lambda^3 - (\lambda_x\mu + 4k^2T^2)\lambda^2 + k^2T^2[\lambda(\lambda_x - 5\mu) + \lambda_x\mu]\} \quad (15)$$

$$F_5 = S_{\min}(\mu + \lambda)(\lambda^2 - k^2T^2) \left[1 - \left(1 + \frac{1}{S_{\min}}\right)e^{-(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu})L}\right] \quad (16)$$

である。

これらの式の妥当性は(10)式を数値積分により計算した値と(11)式による値とを比較し一致することで確認した。計算は数式処理ソフトMATHCADで行った。

4. パラメータ値

航空機の寸法はNOPACルートでの実測値⁽¹⁰⁾に基づき、 $\lambda_x=0.036$ NM, $\lambda_y=0.032$ NM, $\lambda_z=0.010$ NMとした。平均相対速力は文献⁽⁷⁾に従い、 $|\vec{v}|=35$ kt, $|\vec{v}|=20$ kt, $|\vec{v}|=1.5$ ktとした。

$P_y(0)$ は横方向の航法誤差分布から推定できる。R220でのレーダによる観測結果はその分布が混合型両側指数 (Double-Double Exponential : DDE) 分布でよく近似できることが報告⁽¹¹⁾されている。このモデルによる計算結果は $P_y(0)=0.02$ ($\lambda_y=0.032$ NMに対し)となる。同様に $P_z(0)$ は測高レーダによる相対垂直距離 (航空機対の飛行高度の差) の実測分布⁽¹²⁾に基づいて推定できる。これによる計算値は $P_z(0)=0.41$ ($\lambda_z=0.010$ NMに対し)である。

5. 計算例

縦方向の衝突危険度 N_{ax} を幾つかの縦間隔基準 S_m の値 (30 NM~80 NM) について計算した。計算結果の例を図6に示す。このとき $S_{min}=S_m$ としてある。図中の破線は国際民間航空機関 (ICAO) で用いられている最大許容危険度で目標安全度 (TLS) である。現在の値は 5×10^{-9} [accidents/flight hour] である。この図からは T が約0.5時間より小さければ、 $S_m=50$ NMでも、 N_{ax} は目標安全度を満たすことがわかる。

なお、ここで推定した N_{ax} は航空交通の輻輳しているR220での値 (かなり大きめに見積もった) であり、NOPACルート全体の N_{ax} を表すものではないことに注意されたい。また、今回は相対速度などのパラメータについては文献(7)の値を採用したが、厳密な安全性評価に際しては当該ルートでのデータを基にして詳しく検討する必要があると考える。

図6 北太平洋のR220についての N_{ax} の計算値

6. むすび

縦方向の衝突危険度を評価するための数学モデル

を用い、特定の分布を仮定した場合に危険度を計算するための定式化を行った。この結果、複雑な積分の数値計算をすることなく解析的に衝突危険度が計算できるようになった。

計算の例として北太平洋の洋上航空路を想定し、RNP10の航法精度を有する航空機に対し、距離に基づく50 NMの縦間隔基準を用いるときの衝突危険度を試算してみた。その結果、ここで想定した条件で北太平洋のR220ルートの交通環境下で 5×10^{-9} [accidents/flight hour] を満たすには、位置通報の間隔は約0.5時間 (30分) 以下にする必要があることがわかった。

今回は計算例としてR220の場合をとりあげたが、厳密な安全性評価には、相対速度なども当該ルートで取得したデータに基づいた推定が必要であろう。今後は相対速度の値や $w(s)$ の分布などについても標本数を増やした実測データに基づくモデルなどについても検討する予定である。

謝 辞

南太平洋での相対速度データを提供してくださったオーストラリア航空サービスのD. Anderson博士に謝意を表す。

参 考 文 献

- (1) Reich, P.G., Analysis of Long-Range Air Traffic Systems-Separation Standards I, II & III, Journal of the Institute of Navigation, Vol.19, Nos.1, 2, &3, 1966.
- (2) The Summary of Discussions of the 5th Meeting of the NAT SPG, Montreal, Dec., 1968.
- (3) Brooker, P. and Lloyd, D.E., Collision Risk and Longitudinal Separation Standards for North Atlantic Air Traffic, CAA, DORA Communications 7801, London, Jan. 1978.
- (4) Livingston, D., Analysis and Recommendations of the Potential for the Reduction of Longitudinal Separation in Pacific Ocean Environments, DOT/FAA/CT-TN85/39, Jan., 1986.
- (5) Karppinen, N. and Anderson, D., A., General Methodology Relating Navigation Performance to Longitudinal Distance Separation, ICAO RGCSP-WG/A-WP/9, Seattle, Sept., 1993.

- (6) Anderson, D. and Karppinen, N., A Collision Risk Analysis Relating Navigational Performance to Initial ADS Longitudinal Separation Minima, ICAO RGCSP-WG/A-WP/10, Shizuoka, Sept., 1994.
- (7) Manual on Airspace Planning Methodology for Determination of Separation Minima, ICAO Doc 9689-AN/953, 1998.
- (8) Thomas, M.D., A Longitudinal Collision Risk Model for the NAT, ICAO RGCSP-WG/WHL/9-IP/3, Montreal, Nov., 1999.
- (9) Nagaoka, S., Analyses of Position Error Distributions of Inertial Navigation Systems, ICAO RGCSP-WG/A-WP/12, London, Sept., 1992.
- (10) Amai, O. and Nagaoka, S., Recent Collision Risk Model Parameters of the North Pacific Routes, ICAO RGCSP-WG/A-WP/15, St. Petersburg, 17-28 May, 1999.
- (11) Amai, O. and Nagaoka, S., Estimation of the Lateral Collision Risk of the North Pacific Routes, Proc. of the 54th annual meeting, Institute of Navigation, pp. 639-646, June, 1998.
- (12) Nagaoka, S., Amai, O. & Takahashi, M., A Safety Assessment Trial of an Oceanic Air Route System in the North Pacific, 9th World Congress of Int'l Association of Institutes of Navigation, Amsterdam, Nov., 1997.
- (13) 長岡・天井, 飛行計画データによる洋上航空路

における航空機間の距離分布”, 2000年電子情報通信学会 基礎・境界ソサイエティ大会講演論文集, p.291, 2000年10月.

質 疑 応 答

井上欣三(神戸商船大): ある状態を放置すると危険が顕在化するという考えから潜在リスクを考慮される考えには同感です。ただ、今後の課題として、このモデルにパイロットの能力を考慮する余地はありませんか。

長岡 栄: おっしゃるとおり、放置すると空中衝突に至る場合でも衝突を回避できる場合もあります。航空機の場合、高速なため目視による衝突回避は容易ではありません。が、今日ではかなりの航空機が航空機衝突防止装置(A C A S)を搭載しており、その回避指示に従えば衝突を回避できる機能を備えています。したがって、ここで推定した危険度は実際より大きめの値となります。モデル化は容易ではないかもしれませんが、今後、A C A Sなどによる危険度の軽減効果をモデルに取り込む必要はあると思います。

井上欣三: 以前に船の航跡分布の裾のはみ出し確率と乗り揚げ事故発生率との相関をとった時多くの狭水道で一定の比率が得られました。このような対応関係を航空機の場合調べることができないでしょうか。

長岡 栄: 航空機の場合は、航空路で与えられた間隔の喪失による空中衝突事故はこれまでに例がありません。したがってご指摘のようなことはできないと考えます。