逐次型Bayes法による方向波スペクトルのオンライン推定

寺田 大介*・井関 俊夫**

Online Estimation of Directional Wave Spectra Based on Recursive Bayesian Modeling

Daisuke TERADA and Toshio ISEKI

Abstract

The ship motions in waves are regarded as a nonstationary random process because of the ship maneuvers, such as changes of the course and the speed, even on the assumption that the seaway can be considered as stationary stochastic process. In this paper, the recursive type of Bayesian modeling procedure is proposed and applied to online estimation of directional wave spectra based on ship motion data, which are pitch angle, roll angle and vertical acceleration. In the proposed method, the convergence of the estimates is not achieved every time step, but gradually achieved with time steps by using the ship motion cross spectra. To cope with the nonstationarity included in the time history data, instantaneous cross spectrum analysis based on T-VVAR (Time Varying Coefficient Vector Auto Regressive) modeling procedure is adopted. The T-VVAR model is transformed into the state space model and the time varying coefficients can be evaluated by using the Kalman Filter algorithm. Using the estimated time varying coefficients, the instantaneous ship motion cross spectra can be calculated every moment. Moreover, in order to estimate the directional wave spectra stably, a new constraint condition, which is based on the observed significant wave height data, is introduced into the Bayesian modeling procedure. To examine the reliability of the proposed procedure, onboard tests were carried out on nonstationary conditions. It is shown that the statistical values derived by integration of the estimated directional wave spectra agree well with the observed one.

Key words : seakeeping qualities, directional wave spectra, recursive type of Bayesian modeling, online estimation and nonstationary time series analysis

キーワード : 耐航性, 方向波スペクトル, 逐次型Bayes法, オンラインデータ処理, 非定常時系列解析

1. 緒 言

船体縦曲げ応力および積載貨物の動的応答などの統計的予測を直接計測に因らず行うことができれば、船舶の安全運航ならびに経済性という観点から非常に有益である。このような理由から、著者らは船体応答の統計的予測機能を備えた船載型安全運航支援システムの開発を試みている⁽¹⁾。このシステムにおいて、船体応答の短期予測は、船舶が航行する

海域の方向波スペクトルと船体応答の応答関数を入力として与えることによって行う。ここで、これらの入力耐航性理論および著者らの最近の研究成果を利用することによりあらかじめ推定しておくことが可能である。すなわち、船体応答の応答関数は理論計算 (N.S.M) から推定され、方向波スペクトルはBayes法を用いて船体動揺データの周波数応答と船体動揺の応答関数から逆推定される^{(2),(3)}。したがって、このシステムにおいては船体応答の応答関

* 学生会員 東京商船大学大学院 (〒135-8533 東京都江東区越中島2-1-6)

**正 会 員 東京商船大学 (〒135-8533 東京都江東区越中島2-1-6)

数および方向波スペクトルの推定精度が重要である。

ところで、方向波スペクトルを逆推定する過程においては、船体応答が波浪入力に対して線形であり、かつ船体応答ならびに波浪の時系列が弱定常確率過程であると仮定している。しかしながら、船体応答が弱定常確率過程に従うという仮定に関しては、変針操船などの船舶運航上の理由により成り立たない場合が少なからず生じる。そこで、著者らはこの問題に対応するために、地震波解析に対して有効性が示された時変係数多変量自己回帰モデルによる瞬間クロススペクトル解析⁽⁴⁾の手法を導入・拡張し、非定常時系列解析のオンライン化を図った^{(5),(6)}。その結果、非定常性を含んだ船体応答の時系列を時間領域および周波数領域において解析することが可能となった。さらに、これらの研究成果を利用することによって、方向波スペクトルをオンラインで推定することが可能である。著者らは、長波頂不規則波中において波との出会い角が変化する波高計アレイのシミュレーション数値実験を行い、瞬間クロススペクトル解析の結果に基づいて逐次型Bayes法による方向波スペクトルのオンライン推定法の有効性を確認した⁽⁷⁾。

そこで、本研究においては、安全運航支援システムの開発を目的として逐次型Bayes法を拡張・改良し、実海域の方向波スペクトルを船体動揺データのみから逆推定することを試みた。具体的には、pitch角、roll角および船体上下加速度のデータの瞬間クロススペクトルおよびそのときの船速に対応する船体動揺応答関数を使用して方向波スペクトルを逆推定した。また、有義波高の過大な推定を抑えることを目的として、推定計算には有義波高が目視観測結果に一致するという制約条件式を付加した。変針時の非定常性を含んだ時系列データによる方向波スペクトルの推定計算を行った結果から、逐次型Bayes法の有効性が確認されたので報告するとともに、若干の問題点についても述べる。

2. 時変係数多変量自己回帰 (T-VVAR) モデルによる瞬間クロススペクトル解析

時変係数多変量自己回帰 (T-VVAR) モデルによる瞬間クロススペクトル解析については参考文献(5)、(6)および(7)に詳細が記されているので、ここではその概略について記す。

非定常な k 変量時系列 $\mathbf{y}(n)$ に対する T-VVAR モデルは、自己回帰次数を p として次のように表される。

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{D}(n)\mathbf{y}(n) + \sum_{l=1}^p \mathbf{B}_l(n)\mathbf{y}(n-l) + \boldsymbol{\varepsilon}(n) \quad (1)$$

ただし、 $\boldsymbol{\varepsilon}(n)$ は平均値 0、分散共分散行列 $\mathbf{Q}$ の k 変量正規分布に従う白色雑音である。また、 $\mathbf{D}(n)$ と $\mathbf{B}_l(n)$ は時刻 n における未知の同時応答行列と係数行列である。

自己回帰過程におけるスペクトルの定義に従えば、瞬間クロススペクトルのマトリックスは次のように表される。

$$\mathbf{P}(f, n) = \mathbf{A}(f, n)^{-1} \boldsymbol{\Sigma}(n) \mathbf{A}^*(f, n)^{-T} \\ - \frac{1}{2\Delta t} \leq f \leq \frac{1}{2\Delta t} \quad (2)$$

ここで、記号 T は転置ベクトル、記号 (-1) は逆行列であることを意味している。 $\mathbf{A}(f, n)$ は次のように定義される $\mathbf{A}_l(n)$ のフーリエ変換であり、

$$\mathbf{A}_l(n) = (\mathbf{I} - \mathbf{D}(n))^{-1} \mathbf{B}_l(n), \quad (l=1, 2, \dots, p), \\ \boldsymbol{\Sigma}(n) = (\mathbf{I} - \mathbf{D}(n))^{-1} \mathbf{Q} (\mathbf{I} - \mathbf{D}(n))^{-T} \\ \mathbf{A}_0(n) = -\mathbf{I}$$

として、

$$\mathbf{A}(f, n) = \sum_{l=0}^p \mathbf{A}_l(n) e^{-2\pi i f l} \quad (3)$$

で計算される。

未知の T-VVAR 係数は、係数が時間に対して滑らかに変化するという平滑化事前分布と T-VVAR モデルから状態空間モデルを構成し、Kalman フィルタのアルゴリズムを利用して推定される。

なお、本研究においても参考文献(5)、(6)および(7)と同様、トレンドモデルおよび時変分散モデルを導入し、計測された時系列データの規格化を行っている。

3. 逐次型Bayes法による方向波スペクトルの推定

逐次型Bayes法による計算手順は既に詳しく述べられている⁽⁷⁾ので、ここでは本研究において拡張した点について述べる。具体的には、船体動揺データの瞬間クロススペクトルおよびそのときの船速に対応する船体動揺応答関数を用いて方向波スペクトルを逆推定する手法について述べる。さらに、逐次型Bayes法の概略についても述べる。

船体動揺が波浪入力に対して線形応答であると仮定すると、ある波の出会い周波数 f_e における方向波スペクトル $E(f_e, \chi)$ と船体動揺のクロススペクトラム $\phi_{mn}(f_e)$ との関係は、一般に次のような式で表される。

Fig. 1. The relationship between encounter wave frequencies and true wave frequencies

$$\phi_{mn}(f_e) = \int_{-\pi}^{\pi} H_m(f_e, \chi) H_n^*(f_e, \chi) E(f_e, \chi) d\chi \quad (4)$$

ここで、 m と n は船体動揺の要素を表し、 $H_m(f_e, \chi)$ および $H_n^*(f_e, \chi)$ はそれぞれの動揺要素の応答関数を表す。また、 χ は波との出会い角を表している。

(4) 式は出会い周波数ベースで表されているので、絶対周波数ベースに変換して解析を行う必要がある。しかしながら、追い波中を航行している場合において波の出会い周波数と絶対周波数が Fig. 1 に示すように一対一に対応しないため、参考文献(7)に示した手法をそのまま適用することができない。そこで、追い波に対応する項を付加して(4)式を変換し、出会い角で離散化すれば、次式のようにマトリックス表示で表される。

$$\begin{aligned} \Phi(f_e) = & \mathbf{H}(f_{01}) \mathbf{E}(f_{01}) \mathbf{H}(f_{01})^{*T} \\ & + \mathbf{H}(f_{02}) \mathbf{E}(f_{02}) \mathbf{H}(f_{02})^{*T} \\ & + \mathbf{H}(f_{03}) \mathbf{E}(f_{03}) \mathbf{H}(f_{03})^{*T} \end{aligned} \quad (5)$$

ただし、 f_{01} 、 f_{02} および f_{03} は波との出会い周波数に対応する絶対周波数をそれぞれ表しており、 $\Phi(f_e)$ はクロススペクトル行列、 $\mathbf{H}(f_{0i})$ 、 $\mathbf{E}(f_{0i})$ ($i=1,2,3$) はそれぞれ絶対周波数 f_{01} 、 f_{02} および f_{03} に対応する船体動揺の応答関数行列および方向スペクトルを表す行列である。

さらに、クロススペクトル行列 $\Phi(f_e)$ の性質を利用することによって、(5)式は次式のような線形回帰モデルで表すことができる。

$$\mathbf{B} = \mathbf{A} \mathbf{F}(\mathbf{x}) + \mathbf{W} \quad (6)$$

ただし、 $\mathbf{B}$ は計測した船体動揺データのクロススペクトルで構成されるベクトル、 $\mathbf{A}$ は船体動揺の応答関数の理論値で構成される係数マトリックス、 $\mathbf{W}$ は問題を統計的に取り扱うために導入されたホワイトノイズおよび $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ は離散化された方向波スペク

トルから構成される未知ベクトルを表す。

未知ベクトル $\mathbf{x}$ を推定するために、事前分布と(6)式で構成される次の評価関数を最小化する。

$$J(\mathbf{x}) = \|\mathbf{A} \mathbf{F}(\mathbf{x}) - \mathbf{B}\|^2 + u^2 \|\mathbf{D} \mathbf{x}\|^2 \quad (7)$$

ここで、 $\mathbf{D}$ は事前分布を表すマトリックス、 u^2 はハイパーパラメータと呼ばれるものでありモデルの適合度と事前分布で与えられた性質のバランスを決める重み係数、 $\|\bullet\|$ はベクトルのノルムをそれぞれ表す。この場合において、スペクトルは非負であるので $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ の各要素を次のように指数関数表示する必要がある。

$$\mathbf{F}(\mathbf{x})^T = (\exp(x_1) \cdots \exp(x_j))$$

この未知ベクトルの置き換えを行うことにより、(7)式のノルム内が非線形方程式となる。そこで、右辺第1項の $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ を $\mathbf{x}_0$ のまわりで Taylor 展開すれば、実際に解く式が次のように得られる。

$$J(\mathbf{x}) \simeq \|\hat{\mathbf{A}} \mathbf{x} - \hat{\mathbf{B}}\|^2 + u^2 \|\mathbf{D} \mathbf{x}\|^2 = \left\| \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{A}} \\ u \mathbf{D} \end{pmatrix} \mathbf{x} - \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{B}} \\ 0 \end{pmatrix} \right\|^2 \quad (8)$$

ただし、

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} \mathbf{E}(\mathbf{x}_0), \quad \hat{\mathbf{B}} = \mathbf{B} - \mathbf{A} \mathbf{F}(\mathbf{x}_0) + \hat{\mathbf{A}} \mathbf{x}_0,$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) \equiv \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}$$

従来の Bayes 法では、適当な初期値 $\mathbf{x}_0$ を与え、(8)式を最小二乗法によって解き、得られた $\mathbf{x}$ を新しい $\mathbf{x}_0$ として繰り返し計算を行い、収束した $\mathbf{x}$ の値を(8)式を最小化する推定値としている。その後、反復計算を行うことにより(8)式の中に含まれるハイパーパラメータ u^2 の最適値を ABIC (赤池のベイズ型情報量基準) の最小化により客観的に決定している。したがって、従来の方法では反復計算を二重に行うことになるため、膨大な計算量を要する。そこで、逐次型 Bayes 法においては、Fig. 2 のフローチャートに示すように、非線形方程式を解く場合に限定して反復計算を実施し、(8)式の中に含まれるハイパーパラメータ u^2 を各時間ステップにおいて 2 分木探索法⁽⁸⁾ を 1 回用いて決定している。

4. 安定した方向波スペクトルを推定するための計算技法

Bayes 法による方向波スペクトルの推定において、精度の良い推定を行うためにはピッチ角、ロール角および波高計データを使用することが望ましいことが明らかにされている⁽³⁾。しかしながら、実際に波高計を装備している商船は少ない。そこで、本研

Fig. 2. Flow chart of estimating calculation

究においては、動揺計測装置のみから入手できるデータすなわちピッチ角、ロール角および船体上下加速度のデータを使用することとした。この場合、参考文献(3)においても指摘されているように、方向波スペクトルの推定精度は波高計データの使用による推定結果および目視観測の結果と比較して悪くなる。また、方向波スペクトルを逐次推定する場合において、時系列データが非定常になる場合に推定計算が不安定あるいは不可能になることが生じた。

これらの問題点を解決するために、本研究では新しく次のような制約条件を(7)式中の既知のベクトル B および係数マトリックス A に付加した。

$$H_{1/3} = 4.0 \sqrt{\Delta f \Delta x \sum_{i=1}^{F_0} \sum_{j=1}^{K_0} x_{ij}} \quad (9)$$

ただし、 $H_{1/3}$ は目視観測により得た有義波高、 $\Delta f \Delta x$ は面積要素、 F_0 は周波数分割数、 K_0 は方向分割数および x_{ij} は方向波スペクトルをそれぞれ表している。

これは、推定した方向波スペクトルを積分することによって得た有義波高と目視観測によって得た有義波高が等しいという条件を表している。ゆえに、この条件式を追加することによって、安定した方向波スペクトルの推定が可能になるとともに目視観測結果と同程度の有義波高を推定することが可能となる。

5. 実船実験データを用いた推定計算結果に基づく検討

導入した手法の妥当性を検討するために、実船実験データによる方向波スペクトルの推定計算を行った。実際の計測・計算システムはオンライン用となっている。しかしながら、本報告においては推定精度の定量的・定性的な把握のため、収録した時系列データに対してオフラインで推定計算を行うこととした。使用したデータは、平成13年3月に実施された東京商船大学附属練習船「汐路丸」の実験航海時に収録されたものである。データは、船体中央から前方8.6(m)、左舷側0.6(m)の位置に設置された(株)日本航空電子製光ファイバージャイロJCS7401GAによって、サンプリング周期0.5秒で計測されている。実験は波との出会い角の変化による船体動揺の変化を計測するために、6分間の直進航走(以降、「case1」と表す。)、150度の変針、さらに6分間の直進航走(以降、「case2」と表す。)を行った。この時のデータ点数は2,060である。データ収録時の実験海域ならびに航跡をFig. 3に示すとともに諸条件をTable 1に示す。

Fig. 4に推定計算に使用した時系列データ、計測した時系列データのトレンド成分および時変標準偏差を示す。これらは、上から順に縦揺れ角、横揺れ角および上下加速度であり、case1およびcase2の定常と考えられるデータとその間の変針時における非定常なデータから構成されている。この図から直進時と変針時ならびに波との出会い角に対する船体動揺の変化が良く表されていることが分かる。

本報告では、定常および非定常な状態が混在する時系列データに対して、非定常性の影響を正確に取り入れることを目的としてT-VVARモデルによる

Fig. 3. Location of experimental area and trajectory

Table 1. Observed encounter wave conditions

	case 1	case 2
Ship Speed	8.5(knot)	9.5(knot)
Ship Course	270(degree)	60(degree)
Observed Wave Direction (ITTC coordinate system)	145(degree)	10(degree)
Observed Wave Period	7(sec)	7(sec)
Observed Wave Height	1.6(m)	1.3(m)

瞬間クロススペクトル解析を行い、得られた瞬間クロススペクトルに基づいて逐次型Bayes法による方向波スペクトルのオンライン推定を行った結果を示す。

5.1 T-VVARモデルによる瞬間クロススペクトルの推定

Fig. 5(a)から(c)は、Fig. 4の時系列データに対して瞬間クロススペクトル解析を施した結果の一例を示しており、各動揺データのオートスペクトルである。これらの図は、奥行き方向を時間軸として、時々刻々推定されるスペクトルを3次元的に示している。これらの図から、時系列データのスペクトル構造の変化が良く表されていることが分かる。すなわち、横揺れ角についてはスペクトルのピークが変針時に生じており、これはFig. 4の時系列における変針時の動揺振幅が大きくなっている部分とよく対応

Fig. 4. The typical time histories of the measured data

していることが分かる。波浪外力の影響が顕著に現れる縦揺れ角および上下加速度については、向波状態で航走しているcase1の場合において広い周波数帯域にスペクトルが存在し、そのパワーも大きいことが分かる。そして、変針後の追い波状態で航走しているcase2の場合では低周波数領域にスペクトルのピークが移動するとともにそのパワーが小さくなっていることが分かり、Fig. 4に示した時系列の後半部分の動揺および上下加速度が小さい結果と一致する。これらは、波浪との出会い関係によるスペクトル形状の変化の傾向を良く表している。

5.2 逐次型Bayes法による方向波スペクトルの推定

Fig. 6.1(a)からFig. 6.2(b)に、Fig. 5で示した瞬間クロススペクトルを用いて5秒ごとに方向波スペクトルを推定した結果の一例について示す。これらの図は、360秒および1030秒の時点における推定結果を表している。これらの図中の(a)は方向波スペクトルを等高線で示した図であり、奥行き方向に絶対周波数、横軸に出会い角 (ITTC座標系) をそれぞれ表している。(b)は方向波スペクトルを出会い角について積分することにより求めた1次元のパワース

(a) Pitch angle

(b) Roll angle

(c) Vertical acceleration

Fig. 5. Instantaneous auto spectra

ベクトルを示した図であり、横軸を絶対周波数として縦軸にスペクトル密度を表している。(c)は方向波スペクトルを周波数について積分することにより求めた方向分布を示した図であり、横軸を出会い角として縦軸にスペクトルの方向分布を表している。

推定した方向波スペクトルとTable 1に示した目視観測による結果とを比較した場合、Fig. 6.1に示したようにcase1においては、両者の完全な一致は見られないがおおむね良好な精度で推定できていると考えられる。case2の場合においては、有義波高および周期についてはおおむね一致していると考えられるが、波向きに関しては一致しているとは言い難い。このような結果となった原因としては、case2の場合

において推定しているトレンド、時変分散および瞬間クロススペクトルの推定誤差の影響が考えられる。また、今回の推定計算においては、変針時の船速を一定として考えて応答関数を推定計算に取り入れた。そのため、僅かな誤差の蓄積が波向きの推定値に影響を与えたと考えられる。

一方、本研究においては船体動揺データのみを用いて推定計算を行うこととした。そのため、推定値の精度が悪いおよび非定常部分の解析において推定計算が不安定となるなどの問題点が生じることとなった。しかしながら、前節で導入した新しい制約条件の効果により、推定計算が安定に行えるように改善された。さらに、目視観測による有義波高を与えているので、Fig. 6.1(b)およびFig. 6.2(b)の中に示したように有義波高に関する推定値は良い結果を与えていることが確認できる。

6. 結 言

本研究においては、変針時の非定常性を有するデータを含んだ実船動揺データを用い、逐次型Bayes法を拡張・改良し、実海域の方向波スペクトルを船体動揺データのみから逆推定することを試みた。推定計算の結果と目視観測の結果を比較することにより、次のような知見を得た。

- (1) 目視観測による有義波高データを推定計算に直接入力する新しい制約条件式の効果によって、船体動揺データのみを用いた推定計算においても安定した方向スペクトルが得られ、かつ方向波スペクトルの積分から求められる有義波高の推定値と目視観測の結果はよく一致する。
- (2) 定常時系列データの前半部分の推定結果については推定値および観測値の結果はよく一致する。しかしながら、変針後における後半部分の定常時系列データを用いた解析においては良い一致を示さなかった。この原因としては、トレンド、時変分散および瞬間クロススペクトルの推定誤差の影響ならびに変針時の船速に対応した応答関数を考慮していないことなどがあげられる。

今後の課題としては、上記(2)に記したように、瞬間クロススペクトル解析の信頼性を向上させることおよびそのときの船速に対応する船体動揺の応答関数を自動で取り込めるようにすることなどがあげられる。

(a) Estimated directional wave spectrum

(b) 1-Dimensional spectrum

(c) Directional distribution

(a) Estimated directional wave spectrum

(b) 1-Dimensional spectrum

(c) Directional distribution

Fig. 6.1. Example of estimated directional wave spectrum [360(sec)]

- (a) Estimated directional wave spectrum
- (b) 1-Dimensional wave spectrum
- (c) Directional distribution

Fig. 6.2. Example of estimated directional wave spectrum [1030(sec)]

- (a) Estimated directional wave spectrum
- (b) 1-Dimensional wave spectrum
- (c) Directional distribution

謝 辞

実船実験データの採取に際しまして、快く御協力下さいました東京商船大学附属練習船汐路丸の八田一郎前船長、覺前修船長ならびに乗組員の方々に心から感謝の意を表します。

なお、本研究成果の一部は文部科学省科学研究費補助金(基盤研究C(2))ならびに造船学術研究推進機構の援助によることを付記し、関係各位に深く感謝いたします。

参 考 文 献

- (1) Iseki, T. and Terada, D.: Bayesian Estimation of Directional Wave Spectra for Ship Guidance System, Transactions of The ISOPE, VOLUME 12, NUMBER 1, pp. 25-30, 2002.
- (2) 井関俊夫, 大津皓平: 船体動揺データを用いた方向波スペクトルのBayes推定(第2報), 日本造船学会論文集, 第176号, (1994), pp. 99-105.
- (3) 井関俊夫: 船体波浪計化法による波浪モニタリングについて—上下加速度と船載式波高計による推定精度の比較—, 日本航海学会論文集, 第102号, (2000), pp. 107-113.
- (4) Jiang, X. Q. and G. Kitagawa: A time varying coefficient vector AR modeling of non-stationary covariance time series, Signal Processing, Vol. 33, No. 3, pp. 315-331, 1993.

- (5) 井関俊夫, 寺田大介: 船体応答クロススペクトルのリアルタイム推定に関する研究, 日本造船学会論文集, 第191号, (2002), pp. 161-168.
- (6) 寺田大介, 横川智, 井関俊夫: 船載型船体動揺解析システムの開発に関する研究—I., 日本航海学会論文集, 第106号, (2002), pp. 201-206.
- (7) 寺田大介, 井関俊夫: 方向波スペクトルのオンライン推定法に関する研究, 日本造船学会論文集(投稿中), 日本造船学会.
- (8) 例えば, 奥村晴彦: C言語による最新アルゴリズム事典, 技術評論社, 1991.

質 疑 応 答

榊原繁樹(横浜ゴム㈱): 推定の安定性のために「推定有義波高が目視観測結果に一致」の制約条件式とのことですが、他の部の詳細な計算に較べて少し粗い感じがするのですが。

寺田大介: 御討論ありがとうございます。この制約条件式を追加した理由としましては、本文中に記しましたように、時系列データが非定常になる場合において計算が不安定になる場合が生じたためです。この条件式は、方向波スペクトルを周波数および出会い角で積分した、いわゆる体積を規定するものであり、スペクトルの方向分布、周波数分布に対しては影響を及ぼしません。したがって、この条件式は安定した数値計算を行うための妥当な条件式であると考えられます。