ADS 予測位置誤差の縦方向重畳確率への影響

長岡 栄*

Effect of the Longitudinal Overlap Probability on ADS Position Prediction Errors

Sakae NAGAOKA

Abstract

An oceanic air traffic control system based on Automatic Dependent Surveillance(ADS) displays interpolated aircraft positions using the information on the down-linked present position and predicted future position of aircraft. The interpolation errors increase with the elapsed time from the latest reported time. The longitudinal overlap probability is one of the key parameters of a longitudinal collision risk model. It depends upon the distribution shape of the position estimation errors. When considering the longitudinal collision risk for aircraft pairs, in general, we deal with the case where the effects of the interpolation errors on the relative position estimation errors become maximal. In this case, it is believed that the case of simultaneous reporting is the most conservative. However, it may not be true for the case that the interpolation error distribution has a non-zero bias. This paper examines the validity of the assumption of simultaneous reporting from the viewpoint of longitudinal overlap probability using a double exponential distribution model with a bias. The results of the analyses indicated that the assumption was not necessarily valid for the case.

Keywords: ADS, Interpolation error, Longitudinal overlap probability, Collision risk

キーワード: ADS、内挿誤差、縦方向重畳確率、衝突危険度

1. まえがき

今日では、陸地上空の航空交通の監視にはレーダが使用されている。陸地から離れた洋上空域の監視は、従来は、パイロットからの音声通信による位置通報に頼っていた。この通報頻度は 1[回/時]程度で、管制官はこの通報に基づき(補完により)途中の位置を見積っている。精度は、通報の頻度と正確さ、機上装置の精度などに依存する。通信は短波帯による音声通信で雑音の影響を受けやすい。このため、レーダと比べて監視性能は低く、結果として、洋上では航空機相互間に大きな管制間隔基準を必要とした。例えば、前後方向の間隔基準では、80~120NM 程度である。

近年、洋上空域の航空機の監視手段として自動従属監視 (Automatic Dependent Surveillance : ADS) が試験運用されている。Fig. 1 にその概念を示す。ADS では周期通報として、機上装置で求めた現在位置、T 時間後の予測位置などを衛星や VHF のデータリンクを介して自動的に地上に送出している。地上では、これらの情報に基づき内挿により、ある時刻における航空機位置を推定し、指示器に表示する。従って、ADS 予測位置に基づく内挿による誤差(内挿誤差とよぶ)が衝突危険度(リスク)の要因となる。

* 正会員 (独) 電子航法研究所 (〒182-0012 調布市深大寺東町 7-42-23) nagaoka@enri.go.jp

Fig.1 ADS system configuration.

ADS の運用開始後には管制間隔基準の短縮が期待されている。この短縮可能性は衝突危険度モデル^{(1)~(4)}による安全性評価に基づくのが一般的である。縦間隔基準の問題では、同一経路・高度(フライトレベル)上を前後して飛行する航空機対が、公称の縦間隔を喪失して衝突するモデルを考える。

このとき、従来の解析^{(1), (2), (3)}では、縦方向衝突危険度への内挿誤差の影響が最大になるのは、両機から同時に通報があり、通報からの経過時間 t が共に通報周期 T に等しい場合(同時通報の仮定とよぶ)としている。

近年、縦方向 ADS 予測誤差は平均が 0 でなくバイアスがあることが分かった⁽⁵⁾。その結果、同時通報の仮定の妥当性に疑問が生じてきた。これについては、二乗平均誤差を尺度とした解析⁽⁶⁾で、バイアスの大きさがある値(標準偏差)を超えると同時通報の仮定は必ずしも保守的(リスクを大きめに推定すること)でない⁽⁶⁾ことが分かっている。しかし、衝突モデルのパラメータである縦方向重畳確率との関係は明らかでなかった。そこで、本論文では ADS 内挿誤差のパラメータと縦方向重畳確率との関係を調べ、同時通報の仮定の妥当性を検討した。

本稿ではまず、内挿誤差のモデルを示し、ついで、内挿誤差にバイアスがある両側指数(DE)分布を想定したときの縦方向重畳確率との関係式を示す。最後に、同時通報を仮定した場合とそうでないときの縦方向重畳確率との関係を示す。

2. 内挿誤差のモデル

2.1 内挿誤差

ADS 周期通報の情報は機上の飛行管理システム

(FMS) 等のアビオニクスなどで作成される。現在($t=0$)の推定位置 $\hat{x}_0$ と推定速度 $\hat{V}$ を用いて、次の通報時刻 $t=T$ における予測位置 $\hat{x}_T$ を作ると考えられる。通報周期 T の値が小さければデータ更新頻度が高く、正確な位置情報が得られるが、通信等のコストが高くなる。わが国の現用システムでは $T=16$ 分となっている。

管制官の手元の指示器には 30 秒毎に位置データが表示されるが、これは $\hat{x}_0$ と $\hat{x}_T$ とを補間(内挿)して作られる。このとき、推定値の誤差は Fig.2 のように通報時刻からの経過時間とともに増大する。

なお、本稿では同一経路上を同一高度で前後している航空機対を考察対象とし、問題を 1 次元で考える。

Fig.2 Concept of interpolation error.

2.2 ADS の内挿誤差

時刻 t ($0 \leq t < T$) での航空機の真の位置 $x(t)$ は、直線飛行の部分については、次式で表せる。

$$x(t) = \hat{x}_0 - \varepsilon_{x0} + (\hat{V} - b_v - \varepsilon_v) \cdot t \quad (1)$$

ただし、 ε_{x0} : 測位誤差

ε_v : 速度誤差のランダム成分

b_v : 速度誤差のバイアス成分

である。ここに、

$$E(\varepsilon_{x0}) = 0 \quad (2)$$

$$E(\varepsilon_v) = 0 \quad (3)$$

$$\text{Var}(\varepsilon_{x0}^2) = \sigma_{x0}^2 \quad (4)$$

$$\text{Var}(\varepsilon_v^2) = \sigma_v^2 \quad (5)$$

である。 $E(\cdot)$ は平均、 $\text{Var}(\cdot)$ は分散を表す。

このとき、時刻 t における内挿誤差は次式で書ける。

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{x0} + (b_v + \varepsilon_v)t \quad (6)$$

この誤差の平均と分散は次のようになる。

$$E(\varepsilon(t)) = b_v t \quad (7)$$

$$\text{Var}(\varepsilon(t)) = \sigma_{x0}^2 + \sigma_v^2 t^2 \quad (8)$$

このとき $x(t)$ の推定値 $\hat{x}(t)$ は

$$\hat{x}(t) = x(t) + \varepsilon(t) \quad (9)$$

となる。

2.3 相対位置誤差の分布モデル

いま、Fig. 3のような航空機対の位置の相対的な内挿誤差を考察する。航空機1は最新の通報時刻から t_1 、航空機2は最新の通報から t_2 だけ時間が経過しているものとする。

航空機 $i(i=1,2)$ の内挿誤差を $\varepsilon_i \equiv \varepsilon(t_i)$ 、推定位置を $\hat{x}_i \equiv \hat{x}(t_i)$ ($=\hat{x}_0 + \hat{v}_i t_i$) として、航空機対の真の縦方向距離(間隔)は次式で表せる。

$$\begin{aligned} d(t_1, t_2) &\equiv x_1 - x_2 \\ &= (\hat{x}_1 - \varepsilon_1) - (\hat{x}_2 - \varepsilon_2) \end{aligned} \quad (10)$$

ただし、 t_i は通報からの経過時間、 $x_i \equiv x_i(t_i)$ は航空機 i の真の位置で、 $\hat{S} \equiv \hat{x}_1 - \hat{x}_2$ は公称縦間隔である。このとき、相対誤差を次式で定義する。

$$z \equiv \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \varepsilon(t_1) - \varepsilon(t_2) \quad (11)$$

これが衝突リスクに寄与する項である。厳密には、測位誤差と速度推定誤差とから成る。

いま、内挿誤差 ε_1 、 ε_2 の確率密度関数を、それぞれ、 $f_1(\varepsilon_1)$ 、 $f_2(\varepsilon_2)$ とすると、相対誤差の確率密度関数 $h(z)$ は次のようになる。

$$h(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\varepsilon_1) f_2(\varepsilon_1 - z) d\varepsilon_1 \quad (12)$$

Fig.3 Model of relative distance.

2.4 内挿誤差の分布モデル

Fig.4 は文献[5]の ADS 経路方向予測誤差の分布例である。この実測値は平均が 0 でなく、裾の長い分布を示している。これは大まかには両側指数

(Double Exponential : DE) 分布で近似できる。そこで、本稿では、内挿誤差 ε_i の確率密度関数を次の両側指数 (DE) 分布と仮定する。

$$f_i(\varepsilon_i) = \frac{\exp(-|\varepsilon_i - m(t_i)| / \lambda(t_i))}{2\lambda(t_i)} \quad (13)$$

ただし、

$$E(\varepsilon(t_i)) = m(t_i) \quad (14)$$

$$\text{Var}(\varepsilon(t_i)) = 2\lambda(t_i)^2 \quad (15)$$

なので、それぞれ、(7)および(8)式の右辺に等しいとして、

$$m(t_i) = b_v t_i \quad (16)$$

$$\lambda(t_i) = \sqrt{(\sigma_{x0}^2 + \sigma_v^2 t_i^2) / 2} \quad (17)$$

と仮定する。

Fig. 4 では標準偏差=2.644 [NM/16分]、平均=-1.447 [NM/16分]である。この誤差には通報位置の測位誤差も含まれるが、測位はGPSを用いていることを考慮すると、殆どが速度誤差によるものと考えられる。そこで、 $\sigma_v=9.9$ NM/hr、 $b_v=-5.43$ NM/hr 程度とし、測位誤差はADSのFOM (Figure of Merit) の値⁽⁵⁾を参考にして $\sigma_{x0}=0.125$ NMとする。なお、ADS データの位置精度 (FOM=6) は0.25NM(95%確率)未満とされている⁽⁵⁾。

Fig.4 Distribution of ADS along-track prediction error (from T. Kodo et al[5]).

2.5 相対誤差の分布

ADS の内挿誤差の確率密度関数は同一分布 $f(\varepsilon(t_i))$ に従い ((13) 式)、尺度パラメータ $\lambda(t_i)$ と平均 $m(t_i)$ が通報からの経過時間 t_i により異なるものとする。

$z = \varepsilon(t_1) - \varepsilon(t_2)$ の分布は(12)式のDE分布の畳み込み積分で計算でき、次のようになる。

$$h(z; t_1, t_2) = \begin{cases} \frac{1}{2(\lambda(t_1)^2 - \lambda(t_2)^2)} \left[\lambda(t_1) e^{\frac{-|z - (m(t_1) - m(t_2))|}{\lambda(t_1)}} - \lambda(t_2) e^{\frac{-|z - (m(t_1) - m(t_2))|}{\lambda(t_2)}} \right] & \text{for } t_1 \neq t_2 \\ \frac{(|z| + \lambda(t_1))}{4\lambda(t_1)^2} e^{\frac{-|z|}{\lambda(t_1)}} & \text{for } t_1 = t_2 \end{cases} \quad \dots \dots \dots (18)$$

3. 縦方向重畳確率

同一経路上で同高度を前後して飛行する航空機対の縦方向の間隔の喪失による空中衝突のリスク（危険度）の計算は簡単ではない。Fig. 5に衝突モデルの概念を示す。衝突危険度⁽¹⁾⁽⁴⁾ N_{ax} は次の関係を満たす。

$$N_{ax} \propto P_x P_y P_z \quad (19)$$

ここで、 P_x は縦方向重畳確率、 P_y は横方向重畳確率、 P_z は垂直方向重畳確率である。

Fig. 5のような特定経路の特定フライトレベルを前後して直線飛行中の航空機対を考える。ここでは、簡単化のため、縦方向重畳確率として、公称（見かけの）間隔 $\hat{S} = S_x$ で一定（航空機の相対速度が一定）のとき、ADS内挿誤差のため縦方向の間隔を喪失して重なる確率（以後、これを縦方向重畳確率と呼ぶ）で見ることにする。

$$P_x(t_1, t_2, \hat{S}) \equiv \Pr[|d(t_1, t_2)| \leq \lambda_x, \hat{S} = S_x] \quad (20)$$

これは次式で近似できる。

$$\Pr[S_x - z \leq \lambda_x] = \int_{S_x - \lambda_x}^{S_x + \lambda_x} h(z; t_1, t_2) dz \quad (21)$$

$$\cong 2\lambda_x h(S_x; t_1, t_2) \quad (22)$$

(for $0 \leq t_1 < T, 0 \leq t_2 < T$)

ここで、 λ_x は航空機の全長で0.034NMとする。

$$d(t_1, t_2) = \hat{S}(t_1, t_2) - (\varepsilon_1(t_1) - \varepsilon_2(t_2))$$

Fig.5 Longitudinal collision risk model.

4. 縦方向重畳確率の最大値

4.1 最大となる場合

(22)式は公称間隔 $\hat{S} = S_x$ （以後、簡単のため $\hat{S}$ は S と略記する）が誤差分布のパラメータ $\lambda(t)$ に比べて十分大きい領域では、 $\lambda(t)$ に関して単調に増加する。また、 $\lambda(t)$ も経過時刻 t に関して単調増加関数である。従って、定義域 ($0 \leq t_1 < T, 0 \leq t_2 < T$) 内で、 $P_x = P_x(t_1, t_2, S)$ が最大となるのは、通報の経過時間の組み合わせ $[t_1, t_2]$ が $[0, T]$ 、 $[T, 0]$ 、または $[T, T]$ のいずれかの場合である。

即ち、最大となる場合は以下の何れかとなる。

$$P_x(0, T, S) = \lambda_x \frac{[\lambda(0) e^{\frac{S+b_v T}{\lambda(0)}} - \lambda(T) e^{\frac{S+b_v T}{\lambda(T)}}]}{(\lambda(0)^2 - \lambda(T)^2)} \quad (23)$$

$$P_x(T, 0, S) = \lambda_x \frac{[\lambda(T) e^{\frac{S-b_v T}{\lambda(T)}} - \lambda(0) e^{\frac{S-b_v T}{\lambda(0)}}]}{(\lambda(T)^2 - \lambda(0)^2)} \quad (24)$$

$$P_x(T, T, S) = \lambda_x \frac{[S + \lambda(T)] e^{\frac{S}{\lambda(T)}}}{2\lambda(T)^2} \quad (25)$$

ただし、

$$\lambda(0) = \sigma_{x0} / \sqrt{2} \quad (26)$$

$$\lambda(T) = [(\sigma_{x0}^2 + \sigma_v^2 T^2) / 2]^{1/2} \quad (27)$$

である。

Fig.6 Longitudinal overlap probabilities for three cases.

Fig. 6は(23)～(25)式の縦方向重畳確率をプロットしたものである。パラメータはFig. 3のADSの縦方

向予測誤差を参考にして定めた ($\sigma_v = 9.9$ NM/hr、 $\sigma_{x0} = 0.125$ NM、 $b_v = -5.43$ NM/hr)。航空機の全長 $\lambda_x = 0.036$ NM とした。 S が非常に小さい場合を除き、同時通報を仮定した場合である $P_x(T, T, S)$ が最も大きい。

$P_x(0, T, S) > P_x(T, 0, S)$ なのはバイアス $b_v < 0$ としているためである。同一の公称間隔 S に対して、先行機 (航空機 1) に大きな正のバイアス ($b_v > 0$) がある場合 ($[t_1, t_2] = [T, 0]$ のとき) は真の間隔が狭くなる。つまり、 $b_v < 0$ の場合は、この逆で、後続機 (航空機 2) のバイアスが大きい場合 ($[t_1, t_2] = [0, T]$ のとき) に真の間隔が狭くなる。

Fig. 7 には、非現実的な例ではあるが、バイアス誤差が $b_v = -20$ [NM/hr] としたときの縦方向重畳確率を示した。この場合は大部分の S に対して、 $P_x(0, T, S) > P_x(T, T, S)$ で、 $[T, T]$ の同時通報の場合より $[0, T]$ の場合のほうが縦方向重畳確率が大きくなっている。

Fig.7 Longitudinal overlap probabilities for three cases.

4.2 速度誤差のバイアスと標準偏差の関係

縦方向重畳確率は公称間隔 S 、両機の最新の位置通報からの経過時間 t_1, t_2 、ADSの測位誤差の標準偏差 σ_{x0} 、速度誤差の平均 b_v と標準偏差 σ_v の関数である。

ADSではGPSを測位センサとしており、周期 $T=16$ 分 ($=0.267$ hr) に近い経過時間の内挿誤差では、ほぼ速度誤差のパラメータが支配的になる。このとき、 σ_v と b_v の関係が問題になる。当然ながら $b_v=0$ 近傍では $[T, T]$ の場合が、最も保守的な推定になる。

ここで、 $k = b_v / \sigma_v$ とおき、 $S=50$ NM のとき、 k の値と縦方向重畳確率の関係を調べたのが Fig. 8 である。 $k=0$ 近傍では $[T, T]$ の同時通報の場合の P_x が大きく、この例では、 k の絶対値が約 0.2 を超えると $[0, T]$ または $[T, 0]$ の場合のほうが大きくなる。

同時通報の場合が最も保守的である場合は以下の条件を満たすときである。

$$P_x(T, T, S) > \text{Max}[P_x(0, T, S), P_x(T, 0, S)] \quad (28)$$

Fig. 8 では b_v 以外のパラメータは ADS 予測誤差の実測データ⁽⁵⁾ に基づく値を用いたが、これを満たす k の値は σ_v 、 S などの値により変化する。

実際の衝突危険度の推定では、まず、実測データに基づいて b_v 、 σ_v などを推定する。次に、これらを用いて、考察する管制間隔基準 S に対して、同時通報とその他でどちらが保守的な結果を与えるかを検討すればよい。

Fig.8 Characteristics of longitudinal overlap probabilities for various bias ratio values.

5. むすび

縦間隔の安全性評価の際に、縦方向の衝突危険度 (リスク) を計算する必要がある。こうした計算ではリスクを実際よりも大きめに推定 (保守的な推定) をするのが普通であるが、どのような場合が保守的かは必ずしも明確でない。

本論文は、同一経路・高度上を前後して飛行する航空機対の縦方向重畳確率とADSの予測誤差との関係を数学モデルにより考察した。これにより、衝突

リスクに対してADSの予測(内挿)誤差の影響を考察するとき、最も保守的な場合は次の場合であることを示した。

- (1) 同時通報(航空機対の双方から同時に通報があり、経過時間が最大となる)の場合。
- (2) 一方が最新の通報で、他方が経過時間が最大となる場合。

内挿誤差にバイアスがないときは(1)の場合が最も保守的となるが、バイアスの絶対値が標準偏差と同程度以上になると(2)が保守的となることがわかった。

この結果から、ADS使用時の衝突危険度を推定する際に設定すべき仮定が判断できるようになる。これにより安全性評価手法の適用が容易になるものと考ええる。

今後は、本論文で示した方法により保守的な仮定を設定して衝突危険度の推定を行いたい。

長岡 栄：

ご指摘のとおりで同時測位の意味です。「同時通報」という言葉は「simultaneous reporting」という英語の直訳で、適切な表現ではないかも知れません。ADS通報は通報の発出から地上で受信されるまで、ある程度の遅延が発生します。遅延の影響については、通報間隔Tに遅延を含めて考えることにより、ここで考察している問題は一般化できると考えます。

参考文献

- (1) Anderson, D. : A General Collision Risk Model for Distance-based Separation on Intersecting and Coincident Tracks, ICAO SASP-WG/A-WP/21, Madrid, May, 2001
- (2) 長岡 栄：モンテカルロ法を用いた航空機の縦方向衝突危険度の推定, NAVIGATION, No. 159, pp. 71-75, 2004年3月
- (3) 長岡 栄：縦方向衝突危険度モデルの解析的表現に関する一考察, 日本航海学会論文集, No. 105, pp. 143-148, 2001年9月
- (4) Manual on Airspace Planning Methodology for Determination of Separation Minima, ICAO Doc9689-AN/953, 1998
- (5) 河道, 長岡, 天井, 中村：自動従属監視による縦方向予測誤差のモデル, 日本航海学会論文集, No. 110, pp. 37-44, 2003
- (6) 長岡 栄：航空機対の相対位置予測誤差への通報時間差の影響, 電子情報通信学会技術研究報告 SANE2004-44, 2004年8月

質疑応答

鈴木 治(鳥羽商船高専)：

同時通報というのは同時測位の後通報という考え方でよろしいのでしょうか？