非線形船体応答のバイスペクトル解析

井関 俊夫*

Bispectral Analysis of Non-linear Ship Response

Toshio ISEKI

Abstract

The non-linear ship responses, such as parametric rolling and pure loss of stability in following seas, have become the key issues in the research field of ship stability. In order to investigate these non-linear phenomena, it is well known that the higher order spectral analysis should be introduced and the non-linearity must be treated properly.

In this paper, the bispectral analysis, which is the higher order analysis than the power spectral analysis, is introduced to investigate the non-linear ship responses with focusing on the skewness of the data. First of all, characteristics of the bispectra and response functions of the second order Volterra system are investigated using a simple sinusoidal signal and its quadratic response signal. Secondly, the bispectral and cross-bispectral analysis are applied to the time history data that were obtained during on-board tests. The result shows that the non-linear pitching motion and the fluctuating skewness were observed in following seas. Considering the wave pattern and its period of encounter, it is shown that the skewness of the pitching motion is closely related to the non-linear restoring moment. Furthermore, it is confirmed that the time history data of the main engine load index shows high skewness and two different types of second order response functions can be obtained with considering the pitching motion and the wave height to be the input signals.

Keywords : *Bispectrum, Cross-bispectrum, Non-linear ship motion, Skewness*

キーワード: バイスペクトル, クロスバイスペクトル, 非線形船体動揺, 歪度

1. 緒言

1998 年、米国の C11 級ポストパナマックスコンテナ船が北太平洋上で発達した低気圧に遭遇し、向波中で激しい縦揺れとともに大振幅の横揺れを起し、多数のコンテナを流出する事故を起した。これと類似の事故はその後にも発生しており、船舶の大型化、高速化等の種々の要因により顕在化してきた非線形動揺現象、パラメトリックローリングである可能性が高いと言われている。このように近年、荒天中の大振幅動揺や追い波中の復原力低下などのような非線形船体運動が注目され、時間領域における実験的・理論的解析手法を用いた研究が精力的に行われており、国際海事機関(IMO)においても非損傷時船舶復原性基準(IS Code)の改正が検討されている⁽¹⁾。

これらの非線形現象の解析に対しては、線形理論に基づいた従来のスペクトル解析、すなわちパワースペクトルやクロススペクトルを用いた確率統計的手法は、周波数領域におけるエネルギー漏洩等が起るため適切ではなく、高次スペクトル⁽²⁾を用いた解析法を導入する必要があると指摘されている^{(3),(4)}。しかしながら、従来、船体動揺の非線形性については横揺れ減衰力の非線形性のみが注目されてきたが、通常の船体動揺に対してこれらの高次スペクトル解析法が適用された例は非常に少なく、一般的知見が存在しないのが現状である。

本報告では波浪入力に対する各種船体応答の非線形性、特に歪度(skewness)に着目し、パワースペクトルよりも 1 次のみ高次であるバイスペクトルによる

* 正会員 東京海洋大学海洋工学部 (〒135-8533 東京都江東区越中島 2-1-6) iseki@e.kaiyodai.ac.jp

解析を試みる。まず、これまであまり議論されていなかったバースペクトルの振幅特性、位相特性ならびにクロスバースペクトルを用いた2次のボルテラ・システムの応答関数について、簡単な正弦関数状データとその2次応答データを用いて具体的に考察を加える。次に、実船実験によって得られた船体動揺データならびに主機関負荷指針データを取り上げ、詳細なバースペクトル解析ならびにクロスバースペクトル解析を行った。その結果、通常非線形性が無視できる縦揺れにおいて、追い波中における不安定な非線形性が確認され、バースペクトル解析結果と歪度の揺らぎに注目することにより、この非線形性が示す物理的意味の解明を試みる。さらに、主機関負荷指針データに比較的強い歪度が現れていることに注目し、縦揺れと絶対波高データの2次の応答関数を解析することにより、波浪と縦揺れによる応答の相違を明らかにすることも試みる。

2. バースペクトル

2.1 定義と特徴

バースペクトルの計算法については既に詳細な解説がなされている⁽⁵⁾ので、ここではその定義と特徴についてのみ述べることにする。定常確率過程 $x(t)$ のバースペクトル $P_{xxx}(f_1, f_2)$ は3次モーメントのフーリエ変換、あるいは $x(t)$ のフーリエ係数の三重積で次のように定義される。

$$\begin{aligned} P_{xxx}(f_1, f_2) &= \int_{-\infty}^{\infty} R_{xxx}(\tau_1, \tau_2) \exp\{-i2\pi(f_1\tau_1 + f_2\tau_2)\} d\tau_1 d\tau_2 \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} [X(f_1)X(f_2)\overline{X(f_1+f_2)}] \\ &= \frac{\Delta t^2}{N} X_N(f_1)X_N(f_2)\overline{X_N(f_1+f_2)} \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $R_{xxx}(\tau_1, \tau_2)$ は次式で定義される3次モーメントを表し、 $X(f)$ と $X_N(f)$ は連続時間系と離散時間系における時系列 $x(t)$ と $x(n)$ のフーリエ変換を表す。また、 $T, N, \Delta t, (T = N\Delta t)$ はそれぞれ連続時系列の長さ、離散時系列のサンプル数、サンプリング時間間隔を表す。

$$R_{xxx}(\tau_1, \tau_2) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t+\tau_1)x(t+\tau_2)x(t)dt \quad (2)$$

$$X(f) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \exp(-i2\pi ft) dt \quad (3)$$

$$X_N(f) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp(-i2\pi fn\Delta t) \quad (4)$$

ただし、 Δf は周波数間隔を表し、 $\Delta f = 1/T$ である。

このように、バースペクトルには二つの求め方が

あるが、本報告では(1)式右辺最下行に示されるフーリエ係数三重積で求める手法を採用している。なお、フーリエ変換 $X_N(f)$ はFFTによって計算している。

ここで、バースペクトルと対比するために、フーリエ係数の積で表されるパワースペクトルの定義式を示すと次式のようになり、その積分値は時系列の分散 $E[x^2(t)]$ に等しいことが知られている。

$$P_{xx}(f) = \frac{\Delta t}{N} X_N(f) \overline{X_N(f)} \quad (5)$$

$$E[x^2(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} P_{xx}(f) df \quad (6)$$

一方、バースペクトルの2重積分値は時系列の歪度(skewness)と等しく、標準偏差 s で正規化された歪度は次のような計算式で求められる。

$$E[x^3(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P_{xxx}(f_1, f_2) df_1 df_2 : \text{skewness} \quad (7)$$

$$(\text{skewness}) = \frac{N}{(N-1)(N-2)} \sum_{n=0}^{N-1} \left(\frac{x(n) - x_m}{s} \right)^3 \quad (8)$$

次に、パワースペクトルにおける対称性

$$P_{xx}(f) = P_{xx}(-f) \quad (9)$$

と同様に、バースペクトルには以下の対称性があることが知られている。

$$\begin{aligned} P_{xxx}(f_1, f_2) &= P_{xxx}(f_2, f_1) = P_{xxx}(f_1, -f_1 - f_2) \\ &= P_{xxx}(-f_1 - f_2, f_1) = P_{xxx}(f_2, -f_1 - f_2) \\ &= P_{xxx}(-f_1 - f_2, f_2) \end{aligned} \quad (10)$$

$$P_{xxx}(f_1, f_2) = \overline{P_{xxx}(-f_1, -f_2)} \quad (11)$$

これらの関係を図で表したものを Fig.1 に示す。図中の白丸は $P_{xxx}(f_1, f_2)$ 、黒丸は $\overline{P_{xxx}(-f_1, -f_2)}$ を表し、それぞれ対称なものを同じ印で示している。また、座標軸上 f_N はナイキスト周波数を表している。

Fig.1 Symmetry property of the bispectrum

2.2 簡単な例によるピーク特性の検証

簡単な例として余弦波の山が高く、谷が浅い典型的な 2 次の非線形時系列を考える。

$$y_1(t) = \cos(2\pi f_0 t) + \cos 2(2\pi f_0 t) \quad (12)$$

この時系列のフーリエ変換は次のようになる。

$$\begin{aligned} Y_1(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} \cos 2\pi f_0 t \cdot e^{-i2\pi f t} dt + \int_{-\infty}^{\infty} \cos 2(2\pi f_0 t) \cdot e^{-i2\pi f t} dt \\ &= \pi[\delta(f-f_0) + \delta(f+f_0) + \delta(f-2f_0) + \delta(f+2f_0)] \end{aligned} \quad (13)$$

ただし、 $\delta(f)$ はディラックのデルタ関数を表す。

したがって、時系列 $y_1(t)$ のバイスペクトルは、

$$\begin{aligned} P_{yy1}(f_1, f_2) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} [Y_1(f_1)Y_1(f_2)\overline{Y_1(f_1+f_2)}] \\ &= \pi[\delta(f_1-f_0) + \delta(f_1+f_0) + \delta(f_1-2f_0) + \delta(f_1+2f_0)] \\ &\quad \times \pi[\delta(f_2-f_0) + \delta(f_2+f_0) + \delta(f_2-2f_0) + \delta(f_2+2f_0)] \\ &\quad \times \pi[\delta(f_1+f_2-f_0) + \delta(f_1+f_2+f_0) \\ &\quad + \delta(f_1+f_2-2f_0) + \delta(f_1+f_2+2f_0)] \end{aligned} \quad (14)$$

となり、以下の 6 つの場合のみ実数値をとることがわかる。

$$\begin{cases} f_1 = f_2 = f_0 \\ f_1 = f_2 = -f_0 \\ f_1 = f_0 \text{ and } f_2 = -2f_0 \\ f_1 = -f_0 \text{ and } f_2 = 2f_0 \\ f_1 = 2f_0 \text{ and } f_2 = -f_0 \\ f_1 = -2f_0 \text{ and } f_2 = f_0 \end{cases} \quad (15)$$

同様に、次の非線形時系列を考えると、

$$y_2(t) = \cos(2\pi f_0 t) + \sin 2(2\pi f_0 t) \quad (16)$$

$$\begin{aligned} Y_2(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} \cos 2\pi f_0 t \cdot e^{-i2\pi f t} dt + \int_{-\infty}^{\infty} \sin 2(2\pi f_0 t) \cdot e^{-i2\pi f t} dt \\ &= \pi[\delta(f-f_0) + \delta(f+f_0) - i\delta(f-2f_0) + i\delta(f+2f_0)] \end{aligned} \quad (17)$$

となるので、時系列 $y_2(t)$ のバイスペクトルは、

$$\begin{aligned} P_{yy2}(f_1, f_2) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} [Y_2(f_1)Y_2(f_2)\overline{Y_2(f_1+f_2)}] \\ &= \pi[\delta(f_1-f_0) + \delta(f_1+f_0) - i\delta(f_1-2f_0) + i\delta(f_1+2f_0)] \\ &\quad \times \pi[\delta(f_2-f_0) + \delta(f_2+f_0) - i\delta(f_2-2f_0) + i\delta(f_2+2f_0)] \\ &\quad \times \pi[\delta(f_1+f_2-f_0) + \delta(f_1+f_2+f_0) \\ &\quad + i\delta(f_1+f_2-2f_0) - i\delta(f_1+f_2+2f_0)] \end{aligned} \quad (18)$$

となり、(15)式の場合に虚数値をとることがわかる。

これらの例の物理的意味を考えるために、簡単な入力として時系列 $x(t) = \cos(2\pi f_0 t)$ を考えると、(12)式と(16)式の表す時系列は以下に示すような 2 次応答として書き換えることができる。

$$\begin{aligned} y_1(t) &= x(t) + 2x(t)^2 - 1 \\ y_2(t) &= x(t) - \frac{1}{\pi \cdot f_0} \dot{x}(t) \cdot x(t) \end{aligned} \quad (19)$$

すなわち、入力の二乗成分が含まれる場合はバイスペクトルの実数部分にピークが現れ、入力とその時間微分値の積が含まれる場合は虚数部分にピークが現れる典型的な例であることが証明できる。

2.3 2 次のボルテラ・システム

ボルテラ級数表示に基づく 2 次の非線形出力過程 $y(n)$ は次のように表される。

$$y(n) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)x(n-k) + \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} q(k, l)x(n-k)x(n-l) \quad (20)$$

この式のフーリエ変換を求めると、1 次と 2 次の周波数応答関数を $H(f)$ 、 $Q(f_1, f_2)$ で表すとすると、次式のような周波数領域における入出力関係式が得られる。

$$Y(f) = H(f)X(f) + \sum_{f_1+f_2=f} Q(f_1, f_2)X(f_1)X(f_2) \quad (21)$$

ただし、 $f = f_1 + f_2$ であるとする。

ここで、クロススペクトルと同様にクロスバイスペクトルを次式のように定義すると、

$$P_{yx}(f_1, f_2) = \frac{\Delta t^2}{N} X_N(f_1)X_N(f_2)\overline{Y_N(f_1+f_2)} \quad (22)$$

2 次の周波数応答関数は次の関係式より求めることができる。

$$P_{yx}(f_1, f_2) = 2Q(f_1, f_2)P_{xx}(f_1)P_{xx}(f_2) \quad (23)$$

3. バイスペクトル解析結果

3.1 実船実験

バイスペクトル解析の対象とする実船実験データとしては、比較的大振幅の動揺が計測された平成 13 年 3 月 7 日、東京海洋大学附属練習船汐路丸の実験航海のものを使用した。実験時の海域と航跡は Fig.2 に示すとおりである。波との出会い角による船体応答の変化を計測するために、変針と 6 分間の直進を繰り返して行った。Table 1 に直進時の設定針路、平均船速ならびに目視観測による波の状態を示す。

船体動揺は光ファイバージャイロを用いて計測し、時系列データは 0.5 秒のサンプリング周期で収録した。計測項目は、3 軸方向の加速度、回転角、回転角速度、船首波高、主機関の負荷指針ならびに内蔵 GPS による船位、針路、船速、UTC である。

Fig.3 に計測された時系列データの一部を示す。図は上から横揺れ角、縦揺れ角、上下加速度を示しており、1 時間の連続データを圧縮して示している。

Table 1 Measurement conditions

Course (deg)	Speed (knots)	Wave direction	Wave height	Wave period
260	8.5	235°	1.3m	7s
270	8.5	235°	1.6m	7s
60	9.5	250°	1.3m	7s
220	7.0	220°	1.8m	7s
90	8.5	240°	1.3m	7s

Fig.2 Experimental area and trajectory

Fig.3 Measured time history data of roll angle, pitch angle and vertical acceleration.

なお、示されている時系列については、スペクトル解析における直流成分や長周期成分の発生を抑えるために、あらかじめトレンドモデルによって定常風による横傾斜、船速によるトリム変化、変針時の外方傾斜等によるトレンドを除去している。

Table 2 には、実船実験データの定常部分と考えられる 5 つの直進航行時の時系列データの歪度を、上下加速度、縦揺れ、横揺れ、船首絶対波高、主機負荷指針について求めたものを示している。主機負荷指針データは全般的に大きな値を示しており、通常非線形性が問題とはならない縦揺れにおいて、追

Table 2 Calculated skewness

Course	260 (Bow)	270 (Bow)	60 (Follow)	220 (Head)	90 (Quarter)
Acc. Bow	-0.0265	-0.0406	-0.1413	-0.0322	0.0622
Pitch	-0.0148	-0.0055	0.0691	-0.0134	0.0023
Roll	0.0425	-0.0252	0.0174	0.0502	0.0400
Wave	-0.1165	-0.0890	-0.1478	0.0030	-0.0924
M.E. Load	0.2847	0.2884	-0.0624	0.3928	-0.0272

い波状態で比較的大きな値が現れることがわかる。

そこで、以下において、追い波中の縦揺れの歪度と、向かい波中の主機負荷指針の非線形出力関係について、パイスペクトル解析ならびに 2 次のボルテラ・システムによる 2 次の周波数応答関数解析を行い、詳細な考察を加えることを試みる。

3.2 縦揺れの歪度に関する考察

Fig.4 には、斜め向波および追い波中の直進時 360 秒分(全 720 点)の縦揺れ時系列データを切り出し、1 点ずつシフトしながら部分的に 512 点を選んだ場合の分散値と歪度の変化を示している。なお、横軸はシフトしたデータの秒数を示している。この図より、分散値は全体的に緩やかに変化し、安定しているのに対し、歪度には細かな振動が見られることがわかる。これは、歪度は時系列データの 3 次モーメントであり、計算に用いるデータの打ち切り影響が敏感に現れるためである。しかしながら、追い波中(針路 60 度)の歪度の値が比較的長い周期で変動している様子が観察でき、その周期は約 46 秒、周波数 0.022Hz である。この歪度の変動の原因を明らかにするためにパワースペクトル解析、パイスペクトル解析を行った。

Fig.5 は、追い波状態(針路 60 度)における縦揺れおよび船首絶対波高のパワースペクトルを示している。Fig.4 に現れている歪度の長周期変動(周波数 0.022Hz)に対応する成分は縦揺れのパワースペクトルには現れておらず、船首絶対波高のスペクトルに存在していることがわかる。この絶対波高データが計測された状態と船速を考慮すると、この成分に対応する波は周期 3.4 秒、周波数 0.3Hz、波長 18m の波であり、それに対応する波が観測されていることが絶対波高のスペクトルを見るとわかる。

Fig.6 は、Fig.4 において縦揺れの歪度が最大値をとる点、すなわち 21.5 秒からの 256 秒間(43 番目のデータから 512 点)のデータを用いて計算したパイスペクトルの推定結果であり、最大値をとる虚数部分を等高線図で表している。図からわかるように、正のピークの最大値は $f_1 = 0.2 \text{ Hz}$, $f_2 = -0.1 \text{ Hz}$ に存在し、負のピークの最大値は $f_1 = 0.1 \text{ Hz}$, $f_2 = 0.1 \text{ Hz}$ と

Fig.4 Transition of variance and skewness of pitching motion.

$f_1 = 0.1 \text{ Hz}$, $f_2 = -0.2 \text{ Hz}$ に存在している。

Fig.7 は、Fig.4 において縦揺れの歪度が最小値をとる最終部分、すなわち 100 秒からの 256 秒間 (50 番目のデータから 512 点) のデータを用いて計算したバイスペクトルの推定結果であり、この場合は最大値をとる実数部分を示している。Fig.6 と同様の場所に負のピークが存在していることがわかる。

2.2 節の検証結果からわかるように、バイスペクトルのピーク値が実数値をとるか虚数値をとるかは、時系列の 1 次成分と 2 次成分の位相関係によって決

Fig.5 Power spectrum of pitching motion
In following seas (Course 60 deg).

まることから、本解析で示された追い波中の縦揺れでは、周期 34 秒で縦揺れ運動方程式を構成する成分の位相関係が変化しているものと思われる。

Fig.8 には、Fig.6 と Fig.7 で解析したデータが計測された針路 60 度における波パターンを示している (波振幅は拡大してある)。船速は 9.5 ノットであるから、船体は出会い周期 34 秒でこの波を追い越していることになる。この状態では、船首部と船尾部のどちらか片方ずつ没水状態になることがわかり、没水断面積の変化による縦揺れ復原力の変化が非対

Fig.6 Bispectrum of pitching motion.
(estimated at 21.5 sec)

Fig.7 Bispectrum of pitching motion.
(estimated at the last part)

Fig.8 Wave pattern and the ship.

(wave length = 18m, ship speed = 9.5knot)

称になることにより縦揺れ時系列に歪度が現れ、その歪度の値がFig.4のように周期34秒で変化するとと思われる。

3.3 主機関負荷指針に関する考察

Fig.9 は向い波中における主機関負荷指針のバイスペクトル解析を示している。図は振幅値を等高線図で表しており、縦揺れの場合とは異なって、多数のピークが存在していることがわかる。

Fig.10 と Fig.11 は船首絶対波高と縦揺れを入力と考えた場合の2次周波数応答関数を求めた結果である。Fig.9 の $f_1 = -0.23 \text{ Hz}$, $f_2 = -0.23 \text{ Hz}$ に見られるピークは主に Fig.10 の波による成分であり、一方、縦揺れは $f_1 = 0.26 \text{ Hz}$, $f_2 = -0.02 \text{ Hz}$ および $f_1 = 0.02 \text{ Hz}$, $f_2 = -0.26 \text{ Hz}$ のピークに寄与していることがわかる。

4. 結言

非線形船体応答データにバイスペクトル解析と2次周波数応答解析を適用し、その特性を詳細に検討

した。得られた結果をまとめると次のようになる。

- ・ 追い波中で縦揺れの歪度が周期的に変化することがある。
- ・ これは、船長と波長の関係による非線形縦揺れ復原力の周期的変動によるものと思われる。
- ・ 主機関負荷指針は向い波中で大きな歪度の値を示す。2次応答関数解析により、波浪による応答と縦揺れによる応答の相違が明確に判別できる。

最後に、本研究成果の一部は文部科学省科学研究費補助金（基盤研究 C(2) 17560706）の援助によることを付記し、関係各位に深く感謝いたします。

参考文献

- (1) 梅田直哉:実海域の復原性能,日本造船学会誌, TECHNO MARINE, 第 884 号, pp.61-66, 2005.
- (2) D. R. Brillinger and M. Rosenblatt: Asymptotic Theory of Estimates of k-th Order Spectra, in Advanced Seminar on Spectral Analysis of Time Series, B. Harris, ed., pp.153-188, Wiley, 1967.
- (3) 山内保文, 大津皓平: 船の応答の非線型性と高次元スペクトラム-バイスペクトラムの応用-, 日本造船学会論文集, 第 131 号, pp.115-135, 1972.
- (4) 細田龍介: 高次スペクトル解析の応用, 運動性能委員会第1回シンポジウム, pp.145-151, 1984.
- (5) 大津皓平, 井関俊夫: 時系列解析の最近の動向, 運動性能研究委員会・第11回シンポジウムテキスト, pp.375-379, 1994.

Fig.9 Bispectrum of M.E. Load index. (Course 220° : Head seas)

Fig.10 2nd order response function. (Input : Wave, Output : M.E. Load)

Fig.11 2nd order response function. (Input : Pitch, Output : M.E. Load)