非定常船体運動のリアルタイム高次スペクトル解析

井関 俊夫*・増山 聡**

Real-Time Higher Order Spectral Analysis of Non-stationary Ship Motion Data

Toshio ISEKI and Satoshi MASHIYAMA

Abstract

A real-time algorithm of higher order spectral analysis is proposed in order to investigate the non-linear and non-stationary ship motions. The algorithm is based on the time-varying vector auto-regressive (TVVAR) modeling and can be considered as an extension of the instantaneous power spectral analysis. The TVVAR model is fitted to the data using the Kalman filter algorithm and the instantaneous higher order spectra can be evaluated by using the TVVAR coefficients. In order to examine the validity of the proposed algorithm, numerical simulations of the real-time estimation of instantaneous higher order spectra was carried out based on the full scale ship motion data. The accuracy of the proposed algorithm was investigated by comparing with the stationary analysis based on the FFT. Furthermore, the algorithm was extended to the trispectral analysis and a result was shown to demonstrate the usefulness of the proposed algorithm.

Keywords : *Information processing, Higher order spectrum, TVVAR modeling, Non-linear ship motions.*

キーワード : 情報処理, 高次スペクトル, TVVAR モデル, 非定常船体運動

1. 緒言

近年、荒天中の大振幅動揺やパラメトリックローリングのような非線形船体応答が注目されている⁽¹⁾。これらの非線形現象の解析に対しては、線形理論に基づいた従来のスペクトル解析、すなわちパワースペクトルを用いた確率統計的手法は、周波数領域におけるエネルギー漏洩等が起こるため適切ではなく、高次スペクトル⁽²⁾を用いた解析法を導入する必要があると指摘されている^{(3),(4)}。しかしながら、船体動揺の非線形性については、従来、横揺れ減衰力の非線形性のみが注目され、通常の船体動揺に対してこれらの高次スペクトル解析法が適用された例^{(5),(6)}は非常に少なく、一般的知見が少ないのが現状である。

著者の一人は以前、一変数の時変係数自己回帰モデルに基づく瞬間バイスペクトル解析法を提案し、実船実験で得られた追い波中縦揺れ時系列のデータを解析した⁽⁷⁾。その結果、時間的に変動するバイスペクトルが解析可能であることを示すとともに、瞬

間バイスペクトルの複素平面におけるピーク位置と時系列に現れる歪度の変動は密接に関係していることを明らかにした。さらに、パラメトリックローリング等の非線形現象は多変数の時系列を処理する必要があると考えられるため、時変係数多変量自己回帰モデル（以下、TVVAR モデル）を用いたリアルタイムの高次スペクトル解析手法を開発した⁽⁸⁾。この方法では、カルマンフィルタによるオフラインでの解の平滑化を行うことができず、MAICE 法による最適次数の決定を行うことができない等の改善を要する部分はあるものの、船体動揺高次スペクトルの変動をリアルタイムでモニタリングすることにより、パラメトリックローリング等の非線形船体応答を予知できる可能性があると考えられる。

本報告では、実船実験で収集した船体動揺データに対して多変数の瞬間高次スペクトル解析手法を適用し、周波数平面における特徴とその非定常性について検討を行った結果について述べる。

* 正 会 員 東京海洋大学海洋工学部 (〒135-8533 東京都江東区越中島 2-1-6) iseki@kaiyodai.ac.jp

** 学生会員 東京海洋大学大学院海洋科学技術研究科 (〒135-8533 東京都江東区越中島 2-1-6)

2. TVVAR モデルの概要

TVVAR モデルによる瞬間スペクトル解析法については以前の論文⁽⁹⁾に詳述されているので、ここでは概要のみを述べる。

$\mathbf{y}(n) = \{y_1(n), y_2(n), \dots, y_p(n)\}^T$ ($n = 1, \dots, N$) で表される p 変量多次元時系列の解析に用いられる TVVAR モデルは次のように定義される。

$$\mathbf{y}(n) = \sum_{l=1}^m \mathbf{A}_l(n) \mathbf{y}(n-l) + \mathbf{w}(n) \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{A}_l(n)$ は時刻 n において定義されるラグ l の $p \times p$ の自己回帰係数行列であり、 $\mathbf{w}(n)$ は平均値 0、分散共分散行列 $\Sigma(n)$ の p 変量正規分布に従う白色雑音を表す。このモデルの未知数は $p \times p \times m \times N$ 個の膨大な量の時変 AR 係数であり、時々刻々のモデルの当てはめにおいては膨大な演算量と記憶容量が必要となるので、同時刻の応答を含む TVVAR モデルを導入し計算の効率化を図る。

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{D}(n) \mathbf{y}(n) + \sum_{l=1}^m \mathbf{B}_l(n) \mathbf{y}(n-l) + \mathbf{u}(n) \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{D}(n)$ と $\mathbf{B}_l(n)$ はそれぞれ時刻 n での同時応答行列と係数行列である。また、 $\mathbf{u}(n)$ は平均値 0、分散共分散行列 $\mathbf{V}$ の p 変量正規分布に従う白色雑音であり、

$$\mathbf{u}(n) = \{u_1(n), u_2(n), \dots, u_p(n)\}^T$$

$$\mathbf{V} = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_p^2) \quad (3)$$

で表される。(1)式と(2)式における TVVAR 係数行列および分散共分散行列の間には、

$$\mathbf{A}_l(n) = (\mathbf{I} - \mathbf{D}(n))^{-1} \mathbf{B}_l(n), \quad (l = 1, 2, \dots, p),$$

$$\Sigma(n) = (\mathbf{I} - \mathbf{D}(n))^{-1} \mathbf{V} (\mathbf{I} - \mathbf{D}(n))^{-T} \quad (4)$$

の関係があるので、一旦どちらかのモデルの推定ができればもう一方のモデルも自然に得られることになる。

さらに、 $u_i(n)$ と $u_j(n)$, ($i \neq j$) が互いに独立であると仮定すると、(3)式で表されるモデルは $b_{ij0}(n) = 0$, ($i \leq j$) とすれば、

$$y_i(n) = \sum_{j=1}^p \sum_{l=0}^m b_{ijl}(n) y_j(n-l) + u_i(n), \quad (5)$$

$$(i = 1, 2, \dots, p)$$

のように p 個の独立したモデルに分解することが可能となり、計算効率の飛躍的な向上させることができる。

次に、 $b_{ijl}(n)$ を効率的に求めるために、パラメータの時間変化に対してベイズ型平滑化事前分布を適用し、モデルの推定を安定的に行う。ベイズ型平滑化事前分布は $b_{ijl}(n)$ が滑らかに変化するという仮定を設けるもので、

$$\Delta^k b_{ijl}(n) = v_{ijl}(n),$$

$$(i, j = 1, 2, \dots, p, l = 1, 2, \dots, m) \quad (6)$$

で表される確率差分方程式を考慮することによってモデルに導入することができる。ここで、 Δ は差分オペレータを表し、

$$\Delta b_{ijl}(n) = b_{ijl}(n) - b_{ijl}(n-1),$$

$$\Delta^k b_{ijl}(n) = \Delta^{k-1}(\Delta b_{ijl}(n)) \quad (7)$$

の演算を意味し、 $v_{ijl}(n)$ は平均値 0、未知分散 τ_{ijl}^2 の正規白色雑音を表す。

したがって、未知分散 τ_{ijl}^2 はモデルの適合度と係数の滑らかさのトレードオフをコントロールするハイパー・パラメータと考えることができる。

実際の解法は、(6)式をシステムモデル、(5)式を観測モデルとした次のような状態空間表現を用いて行われる。

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{F} \mathbf{x}(n-1) + \mathbf{G} \mathbf{v}(n)$$

$$y_i(n) = \mathbf{H}(n) \mathbf{x}(n) + w_i(n), \quad (i = 1, 2, \dots, p) \quad (8)$$

ここで、

$$\mathbf{x}(n) = (b_{i10}(n), \dots, b_{i(i-1)0}(n), b_{i11}(n), \dots,$$

$$b_{i1m}(n), \dots, b_{ip1}(n), \dots, b_{ipm}(n))^T$$

$$\mathbf{H}(n) = (y_1(n), \dots, y_{i-1}(n), y_1(n-1), \dots,$$

$$y_1(n-m), \dots, y_p(n-1), \dots, y_p(n-m))^T \quad (9)$$

であり、 $k=1$ のときは $\mathbf{I}_L$ を $L \times L$ の単位行列として、

$$\mathbf{F} = \mathbf{G} = \mathbf{I}_L$$

$k=2$ のときは

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 2\mathbf{I}_L & -\mathbf{I}_L \\ \mathbf{I}_L & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_L \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (10)$$

で表される。ただし、 L は $L = m \times p + i - 1$ で決定される整数である。

このように状態空間モデルが構成されれば、カルマンフィルタのアルゴリズムを用いて TVVAR 係数を時々刻々推定することができる。すなわち、非定常な時系列 $y_i(n)$, ($i = 1, \dots, p$) と初期条件 $\mathbf{x}(0|0)$ および $\mathbf{V}(0|0)$ が与えられると、具体的なカルマンフ

フィルタのアルゴリズムは以下に示す 1 期先予測とフィルタリングの繰り返しによって与えられる。

(1 期先予測)

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(n|n-1) &= \mathbf{F}\mathbf{x}(n-1|n-1), \\ \mathbf{V}(n|n-1) &= \mathbf{F}\mathbf{V}(n-1|n-1)\mathbf{F}^T + \tau_i^2 \mathbf{G}\mathbf{G}^T\end{aligned}\quad (11)$$

(フィルタリング)

$$\begin{aligned}\mathbf{K}(n) &= \mathbf{V}(n|n-1)\mathbf{H}^T(n) \\ &\quad \times \{\mathbf{H}(n)\mathbf{V}(n|n-1)\mathbf{H}^T(n) + \sigma_i^2\}^{-1} \\ \mathbf{x}(n|n) &= \mathbf{x}(n|n-1) + \mathbf{K}(n) \\ &\quad \times \{y_i(n) - \mathbf{H}(n)\mathbf{x}(n|n-1)\} \\ \mathbf{V}(n|n) &= \{\mathbf{I} - \mathbf{K}(n)\mathbf{H}(n)\}\mathbf{V}(n|n-1)\end{aligned}\quad (12)$$

なお、このモデルには推定すべきパラメータとして観測ノイズの分散 σ_i^2 とシステムノイズの分散 τ_i^2 が含まれているが、 σ_i^2 が一定であるとみなせる場合には、トレードオフパラメータ $\lambda_i^2 (= \tau_i^2 / \sigma_i^2)$ を導入し、次式で表される対数尤度関数 $l(\lambda_i)$ を最大化することによって決定することができる。

$$\begin{aligned}l(\lambda_i) &= -\frac{1}{2} \{N \log 2\pi + \sum_{n=1}^N \log v^2(n) \\ &\quad + \sum_{n=1}^N \frac{1}{v^2(n)} \{y_i(n) - \mathbf{H}(n)\mathbf{x}(n|n-1)\}^2\}\end{aligned}\quad (13)$$

ここで、 $v^2(n)$ は時刻 n の予測誤差の分散を表し、

$$v^2(n) = \mathbf{H}(n)\mathbf{V}(n|n-1)\mathbf{H}^T(n) + \sigma_i^2 \quad (14)$$

で求められる。また、 $\mathbf{x}(n|n-1)$ 、 $\mathbf{V}(n|n-1)$ はカルマンフィルタによって 1 期先を予測された時刻 $n-1$ の状態ベクトルと分散共分散行列を表す。

一方、本来の TVVAR モデルの解析では、モデルの次数 m と確率差分方程式の次数 k としては、

$$\begin{aligned}AIC(i) &= -2l(\lambda_i) + 2(\text{dimension of } \lambda_i) \\ AIC &= \sum_{i=1}^p AIC(i)\end{aligned}\quad (15)$$

で定義される AIC を最小にするものを選んで決定することができるが、本研究のようなリアルタイムの解析では、途中での次数の変更ができないため、あらかじめ適切な値を設定しておく必要がある。

3. 瞬間高次クロススペクトルの推定

TVVAR 係数行列を推定することができれば、(1) 式のフーリエ変換は次のように表される。

$$\mathbf{Y}(f, n) = \mathbf{A}(f, n)^{-1} \mathbf{W}(f, n) \quad (16)$$

ここで、

$$\begin{cases} \mathbf{A}(f, n) = \sum_{l=0}^m \mathbf{A}_l(n) e^{-2\pi j l \Delta t}, \mathbf{A}_0(n) = -\mathbf{I} \\ \mathbf{Y}(f, n) = \sum_{l=0}^m \mathbf{y}(n) e^{-2\pi j l \Delta t}, \\ \mathbf{W}(f, n) = \sum_{l=0}^m \mathbf{w}(n) e^{-2\pi j l \Delta t} \end{cases} \quad (17)$$

白色雑音のフーリエ変換 $\mathbf{W}(f, n)$ は(5)式で表される対角共分散行列 $\mathbf{V}$ として求められ、その要素は予測誤差を用いて次式で与えられる。

$$\sigma_i^2 = \sum_{n=1}^N \frac{1}{v^2(n)} \{y_i(n) - \mathbf{H}(n)\mathbf{x}(n|n-1)\}^2, \quad (18)$$

ここで、 $\mathbf{W}(f, n)$ は白色雑音と定義されているので、共分散は周波数に依存しない定数となる。

(17)式に示されるフーリエ変換を用いて、瞬間パワースペクトルと瞬間高次スペクトルは次のように表される。

(瞬間パワースペクトル)

$$\mathbf{P}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}(f, n) = \Delta t \mathbf{Y}(f, n) \mathbf{Y}(f, n)^*{}^T \quad (19)$$

(瞬間バイスペクトル)

$$\mathbf{P}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}\mathbf{Y}}(f_1, f_2, n) = \Delta t^2 \mathbf{Y}(f_1, n) \mathbf{Y}(f_2, n) \mathbf{Y}(f_1 + f_2, n)^*{}^T \quad (20)$$

(瞬間トリスペクトル)

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}\mathbf{Y}\mathbf{Y}}(f_1, f_2, f_3, n) &= \Delta t^3 \mathbf{Y}(f_1, n) \mathbf{Y}(f_2, n) \\ &\quad \mathbf{Y}(f_3, n) \mathbf{Y}(f_1 + f_2 + f_3, n)^*{}^T\end{aligned}\quad (21)$$

ここで、 $*$ と T は複素共役と遷移行列を表す。

4. 実船実験データ

リアルタイム瞬間バイスペクトル解析の対象とする実船実験データとしては、過去の FFT に基づく定常バイスペクトル解析結果⁽⁶⁾と比較するために、平成 13 年 3 月 7 日、東京海洋大学附属練習船汐路丸による実験航海のデータを使用した。実験時の海域と航跡は Fig.1 に示すとおりである。船体動揺は光ファイバージャイロを用いて計測し、時系列データは 0.5 秒のサンプリング周期で収録した。計測項目は、3 軸方向の加速度、回転角、回転角速度、船首波高、主機関の負荷指針ならびに内蔵 GPS による船位、針路、船速、UTC である。

Fig.2 は本研究で開発したリアルタイム高次スペクトル解析プログラムの GUI を示しており、船位、

Fig.1 Experimental area and trajectory

Fig.2 Screenshot of GUI of the proposed system

Fig.3 Measured time history data of roll angle, pitch angle and vertical acceleration.

船体運動時系列および各パワースペクトルが確認できるだけでなく、TVVAR モデルのフィッティング状況も監視できるようになっている。なお、TVVAR モデルに関する主要計算部分は FORTRAN、GUI に関する部分は MS Visual C++ で開発されてお

Fig.4 Pitching instantaneous bispectrum measured on a straight course.

り、通常のノートパソコンで実行可能である。また、本報告での解析では、動揺データを計測する代わりに、上記実船実験で計測したデータファイルから読み取ることによってデータ計測をシミュレートしており、データファイルは前述の各計測項目をサンプリング周期ごとに記録したテキストファイルとなっている。

Fig.3 に計測された時系列データの一部を示す。図は上から横揺れ角、縦揺れ角、上下加速度を示しており、1 時間の連続データを圧縮して示している。なお、示されている時系列については、スペクトル解析における直流成分や長周期成分の発生を抑えるために、あらかじめトレンドモデルによって定常風による横傾斜、船速によるトリム変化、変針時の外方傾斜等によるトレンドを除去している。

5. 瞬間バイスペクトル解析結果

Fig. 4 は追い波中、直進時の縦揺れ瞬間バイスペクトル解析結果を示している。図はバイスペクトルの虚数部を示しており、横軸に f_1 、縦軸に f_2 をとっている。グラフの $f_1=0.12\text{Hz}$, $f_2=0.12\text{Hz}$ と $f_1=0.12\text{Hz}$, $f_2=-0.22\text{Hz}$ に負のピーク、 $f_1=0.22\text{Hz}$, $f_2=-0.12\text{Hz}$ に正のピークが現れていることが分かる。0.12Hz は本データの縦揺れのピーク周波数であり、0.22Hz はバイスペクトルの対称性⁽⁶⁾によって現れたピークの周波数と思われる。また、バイスペクトルを積分して得られる歪度(skewness)も 10,000 倍して示してある。本データは直進中のデータであり、定常時系列とみなすことができるので、FFT に基づく定常バイスペクトル解析結果⁽⁶⁾と比較が可能である。比較の結果、ピーク位置の一致は良好であり、FFT による結果よ

Fig. 5 Pitching instantaneous bispectrum measured during course alteration.

Table 1 Comparisons of skewness evaluated from integrating the bispectra.

	Skewness $\times 10^4$	
	Straight	Turning
Pitching	0.11	-0.18
Rolling	-3.03	-7.30
V. Acc.	-0.10	0.50

りも滑らかなスペクトルが得られていることが確認できた⁽⁸⁾。

Fig. 5 には、旋回中の縦揺れ瞬間バイスペクトル解析結果を示している。時系列データでは2515.5秒経過後であり、Fig. 3のグラフでは横揺れデータが一時的に大振幅となっている部分に相当する。追い波状態から横波状態に変化している途中であるので、縦揺れ周期が短くなり、バイスペクトルのピーク周波数がわずかに高周波側にずれていることが分かる。また、Fig. 4の直進状態と比較すると歪度が高くなっていることが分かる。これらのことから、本計算法によれば、旋回中の非定常時系列データに対しても安定して瞬間バイスペクトルが可能であるといえる。

Table 1 には、縦揺れ、横揺れおよび上下加速度について直進中と旋回中の歪度を比較したものを示している。歪度が最も大きいものは横揺れであるが、全ての運動について、旋回中に歪度が増大していることが分かる。一般に、動揺の対称性が崩れると歪度が増加する傾向があるが、縦揺れと上下加速度は波向き変化による復原力変動⁽⁷⁾の影響、横揺れは外

Fig. 6 Amplitude of the instantaneous trispectrum of rolling motion.

Table 2 Peak frequencies of the instantaneous trispectrum of rolling motion.

	f_1	f_2	f_3
Pitching	0.16	-0.16	0.16
Rolling	0.28	-0.28	0.28

方傾斜による左右復原力の非対称性の影響により歪度が変化したものと考えられる。

6. 瞬間トリスペクトル解析結果

Fig. 6は追い波中の横揺れ瞬間トリスペクトルの一例を示している。(21)式に示すように、トリスペクトルは3つの周波数で定義されるのでグラフ化することが困難である。したがって、Fig. 6では $f_3 = 0.28$ (Hz)におけるトリスペクトルの断面を等高線表示している。この断面を見ると $f_1 = 0.28$ (Hz)、 $f_2 = -0.28$ (Hz)にピークがあることが分かる。周波数 f_3 を種々変化させてピーク値を調べたところ、収録時の横揺れ周波数と等しい $f_3 = 0.28$ (Hz)におけるトリスペクトルの値が最も高いことが分かった。

Table 2 には、追い波中の縦揺れと横揺れについて瞬間トリスペクトルが最大値をとる周波数を調べた結果を示している。縦揺れ瞬間トリスペクトルのピークは計測時の縦揺れ周波数と等しい $f_1 = 0.16$ (Hz)、 $f_2 = -0.16$ (Hz)、 $f_3 = 0.16$ (Hz)であった。この解析で用いたデータではパラメトリックローリングは実際に発生していないので、縦揺れと横揺れの組み合わせ周波数位置、例えば $f_1 = 0.16$ (Hz)、

$f_2 = -0.28$ (Hz), $f_3 = 0.16$ (Hz) 等では、トリスpekトルのピークを見つけることはできなかった。今後、コンピュータ・シミュレーションや模型実験によってパラメトリックローリングのデータを発生させ、瞬間高次spekトルの物理的意味に関する知見を得る必要がある。その場合、本報告で提案した手法を用いれば、リアルタイムで瞬間トリスpekトルを求めることができるので、効率的に研究を進めることが可能であると思われる。

7. 結言

本報では、実船実験で収集した船体動揺データに対して多変量の瞬間高次spekトル解析手法を適用し、周波数平面における特徴とその非定常性について検討を行った。得られた結果をまとめると以下のようなになる。

- ・ TVVAR モデルの当てはめと瞬間高次spekトルの推定は実際のデータサンプリング周期内で実行可能であることを確認した。
- ・ 瞬間バイspekトルの解析結果より。縦揺れ、横揺れ、上下加速度の歪度は旋回中に大きくなる傾向が見られた。
- ・ 瞬間トリスpekトルの推定にも本アルゴリズムは適用可能であることを確認した。
- ・ 今後、トリスpekトルの物理的意味の理解を含め、本解析法を用いて、さらなる研究が必要である。

以上より、本アルゴリズムは非線形・非定常時系列の高次spekトル解析に対して便利で有効な環境を実現できると思われる。

謝辞

本研究成果の一部は文部科学省科学研究費補助金(基盤研究(C) 課題番号 20560744)の援助によることを付記し、関係各位に深く感謝いたします。

参考文献

- (1) 梅田直哉:実海域の復原性能,日本造船学会誌, TECHNO MARINE, 第 884 号, pp.61-66, 2005.
- (2) D. R. Brillinger and M. Rosenblatt: Asymptotic Theory of Estimates of k-th Order Spectra, in Advanced Seminar on Spectral Analysis of Time Series, B. Harris, ed., pp.153-188, Wiley, 1967.
- (3) 山内保文, 大津皓平:船の応答の非線型性と高次元spekトラム-バイspekトラムの応用-, 日本造船学会論文集, 第 131 号, pp.115-135, 1972.
- (4) 細田龍介:高次spekトル解析の応用,運動性能委員会第 1 回シンポジウム, pp.145-151, 1984.
- (5) J. F. Dalzell, Cross-Bispectral Analysis - Application to Ship Resistance in Waves, J. Ship Research, Vol.18, No.1, pp.62-72, 1974.
- (6) 井関俊夫, 非線形船体応答のバイspekトル解析, 日本航海学会論文集, 第 116 号, pp.161-166, 2007.3.
- (7) 井関俊夫, 非線形船体応答のバイspekトル解析-II.- 非線形復原力変動の影響 -, 日本航海学会論文集, 第 118 号, pp.177-183, 2008.3.
- (8) Iseki, T., Real-Time Analysis of Higher Order Ship Motion Spectrum, Proc. OMAE2010, 20521, p.1-7, 2010.6.
- (9) 井関俊夫, 非定常船体動揺データの時系列解析について-II.- 多変量時系列データの瞬間クロスspekトル解析 -, 日本航海学会論文集, 第 114 号, pp.151-156, 2006.3.

質疑応答

寺田大介(水産工学研究所):

バイspekトルの物理的な解釈について知見があればご教授下さい。

増山 聡:

工学の分野に限らず、種々の研究分野においてもバイspekトル解析の適用例は非常に少ないといえます。船体動揺の時系列解析は物理現象と密接に関係しており、物理的な知見が得やすい対象ではないかと考えられます。一連の研究で得られた知見は参考文献(5)、(6)等の僅かなものしかありませんが、今後研究を重ねて行きたいと思います。