自 差 (解 析) の 一 考 察

奥 田 邦 晴*・杉 崎 昭 生*

On an Analysis of Compass Deviation

Kuniharu OKUDA and Akio M. SUGIZAKI

Abstract

In general, the coefficients of deviation can be obtained from the conventional method. However, this method has some problems, such as ambiguity of the effect of the measurement error to the coefficients and the error involved in the computation deviation. So the authors intended to verify the method in comparison with methods of least squares, Fourier analysis, etc. From an analysis, it was provided that the considerable computation error is derived from the method when the measurement error exists.

Then the authors came to the conclusion that the systems of linear equation with five variables is a recommended method using five deviations at near 72 degrees intervals of headings when one wants to obtain five coefficients of deviation.

1. ま え が き

従来、自差実用公式による係数算出には、8方位の自差を用いて計算しやすいように簡略化して求めている。しかし、この係数算出方法にはつぎのような問題点がある。

- (1) 測定自差には種々の誤差が含まれており、その誤差は係数にどの程度影響するか明確でない。
- (2) 他の方法で計算した係数による算出自差と比較した場合、その差はどの程度あるか明確でない。

一方、自差公式においては、未知数が5個であるので5個の測定値が得られれば未知数は求まる。それゆえ、5方位の測定により係数を求めるときには、測定間隔をどのようにとればよいかを実測値を用いて検討することとした。

2. 自差測定の概要

(1) 日時および場所

自差測定は2回行ない、第一回目は、昭和51年5月11日に測定した。この日は風力3、海面3程度であり、たまに船体の動揺があった。第二回目は一週間後の5月18日に行なった。当日は風力および海面状態とも前回よりやや良好とともに2程度であった。

場所は2回とも千葉県浮島沖で行なった。

(2) 実験方法

第一回目の測定には、二物標が一直線になる時、その線のコンパス方位を測定して、海図から求められる磁針方位と比較し、その船首方位に対する自差を求める方法によった。物標はマイルポストを使用した。

第二回目は自差を測定しようとするコンパスによって各船首方位を定めて定針したところで、ジャイロコンパスの示すコースを読み取る、いわゆるジャイロコンパスと比較する方法によった。

なお、測定には東京商船大学練習船汐路丸を利用した。

* 正会員 東京商船大学 (東京都江東区越中島 2-1-6)

3. 解析とその結果

3.1 解析方法

係数算出の方法により算出自差がどの程度の誤差を生ずるかを検討するため、つぎのような解析方法を行なった。

(1) 8方位測定の簡略計算による係数算出

この方法は、簡略計算方法としてよく知られている式であるが、一応あげておく。

$\delta_N, \delta_{NE}, \delta_E, \dots$ は各方位における測定自差のことである。

自差公式 $\delta = A + B \sin \theta_c + C \cos \theta_c + D \sin 2\theta_c + E \cos 2\theta_c$

係数 $A = (\delta_N + \delta_E + \delta_S + \delta_W) / 4$

$$B = (\delta_E - \delta_W) / 2$$

$$C = (\delta_N - \delta_S) / 2$$

$$D = \{(\delta_{NE} + \delta_{SW}) - (\delta_{NW} + \delta_{SE})\} / 4$$

$$E = \{(\delta_N + \delta_S) - (\delta_E + \delta_W)\} / 4$$

(2) 最小自乗法による係数算出

つぎの連立方程式により、自差公式の係数 A, B, C, D および E を求める。

$$\begin{aligned} \left(\sum_{k=1}^n x_{k1}^2\right)A + \left(\sum_{k=1}^n x_{k2} \cdot x_{k1}\right)B + \left(\sum_{k=1}^n x_{k3} \cdot x_{k1}\right)C + \left(\sum_{k=1}^n x_{k4} \cdot x_{k1}\right)D + \left(\sum_{k=1}^n x_{k5} \cdot x_{k1}\right)E &= \sum_{k=1}^n \delta_k x_{k1} \\ \left(\sum_{k=1}^n x_{k1} \cdot x_{k2}\right)A + \left(\sum_{k=1}^n x_{k2}^2\right)B + \left(\sum_{k=1}^n x_{k3} \cdot x_{k2}\right)C + \left(\sum_{k=1}^n x_{k4} \cdot x_{k2}\right)D + \left(\sum_{k=1}^n x_{k5} \cdot x_{k2}\right)E &= \sum_{k=1}^n \delta_k x_{k2} \\ \left(\sum_{k=1}^n x_{k1} \cdot x_{k3}\right)A + \left(\sum_{k=1}^n x_{k2} \cdot x_{k3}\right)B + \left(\sum_{k=1}^n x_{k3}^2\right)C + \left(\sum_{k=1}^n x_{k4} \cdot x_{k3}\right)D + \left(\sum_{k=1}^n x_{k5} \cdot x_{k3}\right)E &= \sum_{k=1}^n \delta_k x_{k3} \\ \left(\sum_{k=1}^n x_{k1} \cdot x_{k4}\right)A + \left(\sum_{k=1}^n x_{k2} \cdot x_{k4}\right)B + \left(\sum_{k=1}^n x_{k3} \cdot x_{k4}\right)C + \left(\sum_{k=1}^n x_{k4}^2\right)D + \left(\sum_{k=1}^n x_{k5} \cdot x_{k4}\right)E &= \sum_{k=1}^n \delta_k x_{k4} \\ \left(\sum_{k=1}^n x_{k1} \cdot x_{k5}\right)A + \left(\sum_{k=1}^n x_{k2} \cdot x_{k5}\right)B + \left(\sum_{k=1}^n x_{k3} \cdot x_{k5}\right)C + \left(\sum_{k=1}^n x_{k4} \cdot x_{k5}\right)D + \left(\sum_{k=1}^n x_{k5}^2\right)E &= \sum_{k=1}^n \delta_k x_{k5} \end{aligned}$$

ただし

n = 測定値の数

$$x_{k1} = 1 \quad x_{k2} = \sin \theta_c \quad x_{k3} = \cos \theta_c \quad x_{k4} = \sin 2\theta_c \quad x_{k5} = \cos 2\theta_c \quad \delta_k = \text{測定自差}$$

(3) フーリエ解析による係数算出

$$\begin{aligned} \delta_n &= A_0 + A_1 \sin \theta_c + A_2 \sin 2\theta_c + A_3 \sin 3\theta_c + \dots + A_n \sin n\theta_c \\ &\quad + B_1 \cos \theta_c + B_2 \cos 2\theta_c + B_3 \cos 3\theta_c + \dots + B_n \cos n\theta_c \end{aligned}$$

より $2n+1$ 個の方程式を作り、 $A_0, A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$ を求める。

(4) 5個の測定自差による係数算出

自差公式により5つの連立方程式を作り係数を求める。

以上の方法により係数を求め、算出自差を比較した。

3.2 解析結果

3.2.1 係数算出方法による比較

表1に第1回目、また表2には第2回目の測定結果を示す。その中で(a)の表は測定自差を示しており、(b)の表には簡略方式、最小自乗法、フーリエ解析により自差係数を求めた値を示す。(c)の表は比較誤差を示している。ただし、最小自乗法およびフーリエ解析は測定したすべてのデータ(15° 毎24方位の自差)を用いて計算し、最小自乗法は自差公式を使用、フーリエ解析は第11高調波まで展開したときの係数を求めた。

表中、比較誤差の項において‘計算方法 ②-①’とあるのは、簡略方式と最小自乗法との比較であり、①を基線として計算してある。他も同様の意味を示す。誤差の割合とは基線から $\pm 0.5^\circ$ 以上の差が全体の何%あるかを示している。

図1(a)および図2(a)はそれらの方法による自差曲線であり、図1(b)および図2(b)は各々の自差曲

表 1 (a) 測定自差（第一回目測定）

C. Co	DEV.	C. Co	DEV.
0.0°	2.4°	180.0°	-2.6°
17.5	3.4	193.0	-2.6
31.2	3.9	209.3	-3.6
45.0	3.9	225.0	-3.6
60.0	3.4	240.0	-2.8
75.0	0.9	256.0	-2.6
90.0	3.1	270.0	-1.4
104.0	0.9	284.0	-0.1
118.0	0.9	300.0	-0.1
135.0	-0.3	315.0	1.9
149.5	-1.1	329.5	1.9
165.0	-2.3	345.0	2.9

表 1 (b) 係数の比較（第一回目測定）

	簡略方式 ①	最小自乗法 ②	フーリエ解析 ③			
A	0.38	0.26	A_0	0.24		
B	2.25	1.76	A_1	1.77	A_7	-0.21
C	2.50	2.93	B_1	2.90	B_7	-0.01
D	-0.33	-0.25	A_2	-0.28	A_8	0.16
E	-0.48	-0.00	B_2	-0.03	B_8	0.18
			A_3	0.10	A_9	0.08
			B_3	-0.09	B_9	0.07
			A_4	0.14	A_{10}	-0.17
			B_4	-0.15	B_{10}	-0.31
			A_5	-0.13	A_{11}	-0.41
			B_5	-0.26	B_{11}	-0.12
			A_6	-0.12		
			B_6	-0.13		

表 1 (c) 比較誤差（第一回目測定）

計算方法	平均誤差 (単位 度)	誤差の割合 (%) 0.5° 以上	最大誤差 (単位 度)	
			C Co.	誤差
②-①	0.5	43.8	105	1.1
③-①	0.6	45.7	74	2.6
③-②	0.4	31.9	74	1.8

$$\delta = A_0 + A_1 \sin \theta_c + A_2 \sin 2\theta_c + \dots + A_{11} \sin 11\theta_c \\ + B_1 \cos \theta_c + B_2 \cos 2\theta_c + \dots + B_{11} \cos 11\theta_c$$

線を比較して得た比較誤差曲線である。図 1 は第一回目の測定によるものであり、図 2 は第二回目の測定によるものである。また (a) の図において、—— は簡略計算方式、—— は最小自乗法および ---- はフーリエ解析による自差曲線である。(b) の図の比較誤差曲線は、—— が簡略計算方式を基

線にして最小自乗法との差、—— は同じく簡略計算方式を基線にしてフーリエ解析との差であり、---- は最小自乗法を基線としてフーリエ解析との差を示している。

つぎに、最小自乗法、フーリエ解析とも 8 方位の自差により算出した結果を表 3 (第一回測定) および表 4 (第二回測定) に示す。(a) 表には係数を、また算出自差の比較の割合を (b) 表に示す。図 3 (a) および図 4 (a) はそれら方法による自差曲線、図 3 (b) および図 4 (b) は比較誤差曲線である。

第一回目の自差測定では、風力、海面とも 3 程度であり、測定条件としてはあまりよくなかったが、方位鏡の使用も測定誤差の一原因と考えられる。第二回目の測定においては、自差曲線上にプロットした測定自差の傾向をみ

表 2 (a) 測定自差（第二回目測定）

C. Co	DEV.	C. Co	DEV.	C. Co	DEV.
0°	2.8°	120°	1.0°	240°	-3.3°
15	3.2	135	0.0	255	-2.8
30	3.0	150	-1.0	270	-1.8
45	3.0	165	-1.7	285	-1.1
60	3.0	180	-2.5	300	0.0
75	2.5	195	-3.0	315	1.0
90	2.4	210	-3.3	330	2.5
105	1.7	225	-3.6	345	2.6

表 2 (b) 係数の比較 (第二回目測定)

	簡略方式 ①	最小自乗法 ②	フーリエ解析 ③			
A	0.23	0.19	A_0	0.19		
B	2.10	2.02	A_1	2.02	A_7	0.06
C	2.65	2.72	B_1	2.72	B_7	-0.03
D	-0.40	-0.42	A_2	-0.42	A_8	0.05
E	-0.08	0.05	B_2	0.05	B_8	-0.03
			A_3	-0.15	A_9	0.08
			B_3	0.02	B_9	-0.02
			A_4	-0.02	A_{10}	0.02
			B_4	0.02	B_{10}	-0.06
			A_5	-0.06	A_{11}	0.03
			B_5	-0.07	B_{11}	0.02
			A_6	0.00		
			B_6	-0.07		

表 2 (c) 比較誤差 (第二回目測定)

計算方法	平均誤差 (単位 度)	誤差の割合 (%) 0.5° 以上	最大誤差 (単位 度)	
			C. Co	誤差
②-①	0.1	0.0	93	0.2
③-①	0.2	4.4	333	0.7
③-②	0.1	2.5	333	0.6

ると測定がかなりの精度をもってなされたことがわかる。それゆえ、比較誤差の割合は考えたよりも少なくなっている。またフーリエ解析で計算したものは測定値を最もよく示す曲線となり、当然係数の値にもその効果が現われてくることになる。

3.2.2 5個の測定自差による係数算出と比較誤差

自差の実用公式を用いて係数を求める場合、従来の8方位の自差を用いて計算しなくとも、少々計算時間はかかるが、5個の測定値が得られれば係数は求まる。そこですべての測定値よ

(a) 自差曲線 (b) 比較誤差曲線

図 1 自差曲線と比較誤差曲線
(第一回目測定 単位 度)

* は測定自差

(a) 自差曲線 (b) 比較誤差曲線

図 2 自差曲線と比較誤差曲線
(第二回目測定 単位 度)

表 3(a) 8 方位点より算出した係数の比較
(第一回目測定)

係 数	A	B	C	D	E		
計算方法							
簡 略 方 式①	0.38	2.25	2.50	-0.33	-0.48		
最 小 自 乗 法②	0.43	2.06	2.97	-0.33	-0.48		
	A_0	A_1	B_1	A_2	B_2	A_3	B_3
フーリエ解析③	0.43	2.06	2.97	-0.33	-0.48	-0.19	-0.47

$$\delta = A_0 + A_1 \sin \theta_0 + A_2 \sin 2\theta_0 + A_3 \sin 3\theta_0 \\ + B_1 \cos \theta_0 + B_2 \cos 2\theta_0 + B_3 \cos 3\theta_0$$

表 3(b) 比 較 誤 差
(第一回目測定)

計算方法	平均誤差 (単位 度)	誤差の割合 (%) 0.5° 以上	最大 誤 差 (単位 度)	
			C. Co	誤差
②-①	0.3	15.0	339	0.6
③-①	0.4	36.3	312	1.0
③-②	0.3	11.9	7	0.5

表 4(a) 8 方位点より算出した係数の比較
(第二回目測定)

係 数	A	B	C	D	E		
計算方法							
簡 略 方 式①	0.23	2.10	2.65	-0.40	-0.08		
最 小 自 乗 法②	0.16	2.04	2.67	-0.40	-0.08		
	A_0	A_1	B_1	A_2	B_2	A_3	B_3
フーリエ解析③	0.16	2.04	2.67	-0.40	-0.08	-0.06	-0.02

表 4(b) 比 較 誤 差
(第二回目測定)

計算方法	平均誤差 (単位 度)	誤差の割合 (%) 0.5° 以上	最大 誤 差 (単位 度)	
			C. Co	誤差
②-①	0.1	0.0	108	0.1
③-①	0.1	0.0	138	0.2
③-②	0.1	0.0	89	0.1

(a) 自 差 曲 線 (b) 比較誤差曲線

図 3 自差曲線と比較誤差曲線 (第一回目測定
8 方位による)

(a) 自 差 曲 線 (b) 比較誤差曲線

図 4 自差曲線と比較誤差曲線 (第二回目測定
8 方位による)

り5個の測定値を取り出して、8方位測定の簡略計算結果と比較して検討した。

なお、測定値は第二回目測定値を用い、以下の表の項で‘使用した測定値の No.’とは、測定自差のコンパスコースを示すものであり、その関係を表5に示す。

表5 使用した測定値の No. と C. Co の関係

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C Co.	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°	165°
No.	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
C Co.	180°	195°	210°	225°	240°	255°	270°	285°	300°	315°	330°	345°

(1) 任意の5測定値による方法

すべての測定値の中から任意に5個取り出し、係数を求め、誤差を比較した一例を表6に示す。0.5°以上の誤差の割合が40%弱もある場合もあり、任意の測定でも良いという訳にはいかないことがわかる。

表6 任意5測定値による係数と比較誤差（一例）

回数	使用した測定値の No.					係 数					平均誤差 (単位 度)	誤差の割合 (%) 0.5° 以上	最 大 誤 差 (単位 度)	
						A	B	C	D	E			C Co.	誤 差
1	2	5	9	11	21	-0.04	2.35	3.06	-0.61	-0.02	0.3	29.2	226	0.9
2	8	15	16	21	23	0.52	2.36	3.06	-0.29	-0.52	0.5	34.7	11	1.3
3	1	5	7	13	23	0.75	1.06	2.65	-0.33	-0.60	0.7	38.3	268	2.1
4	5	6	12	17	18	0.22	1.97	2.89	-0.27	0.27	0.3	19.2	6	0.6
5	4	7	9	10	17	0.13	1.94	2.89	-0.54	-0.33	0.3	12.5	187	0.6

(2) 各象限毎の5測定値による方法

表7は各象限毎に5個の測定値を取り出して係数を求め、比較誤差を計算したものの一例である。これらの値をみる限り、この程度の測定間隔では測定誤差が影響して算出自差の誤差の割合は大きくなる。

表7 各象限毎による係数と比較誤差（一例）

象 限	使用した測定値の No.					係 数					平均誤差 (単位 度)	誤差の割合 (%) 0.5° 以上	最 大 誤 差 (単位 度)	
						A	B	C	D	E			C Co.	誤 差
1	2	3	4	5	6	— 13.43	10.79	20.37	— 5.60	—3.50	13.8	76.9	208	39.5
2	8	9	10	11	12	0.0	— 0.44	— 0.44	0.0	—2.32	2.6	74.2	9	5.6
3	14	15	16	17	18	— 47.32	— 44.95	—42.22	—17.92	1.00	47.8	79.4	48	130.0
4	20	21	22	23	24	—126.71	—127.18	118.56	46.06	5.65	127.0	86.9	133	347.3

(3) 各象限から1測定値抽出による方法

各象限から任意に1個ずつ測定値を取り出し、全体から任意に1個取り出して、計5個の測定値より係数を求め、比較誤差を計算した一例を表8に示す。抽出によっては誤差の割合は少なくなっているが一定していない。

表 8 各象限から1測定値抽出による係数と比較誤差（一例）

回数	使用した測定値の No.					係 数					平均誤差 (単位 度)	誤差の割合 (%) 0.5° 以上	最 大 誤 差 (単位 度)	
						A	B	C	D	E			C Co.	誤 差
1	2	10	15	16	23	0.07	1.55	2.64	-0.71	0.61	0.5	44.4	81	1.4
2	5	7	17	18	23	0.62	2.17	2.55	-0.66	0.38	0.4	42.8	165	1.0
3	2	7	9	13	24	0.41	1.82	2.74	-0.34	-0.17	0.2	13.3	269	0.6
4	5	12	13	17	20	0.12	2.13	2.61	-0.32	-0.01	0.1	0.0	300	0.3
5	6	9	16	18	22	0.15	2.05	2.59	-0.47	0.08	0.1	0.0	75	0.3

(4) 等間隔な5測定値による方法

等間隔5方位（72° 毎）の測定値を用いて係数を求め、比較したものを表9に示す。ただし、実際には測定の関係上、0°, 75°, 150°, 210° および 285° の方位の自差を用いて計算した。その結果、0.5° 以内の誤差に収まっている。

表 9 等間隔5測定値による係数と比較誤差

計 算 方 法	係 数					平 均 誤 差 (単位 度)	誤差の場合 (%) 0.5° 以上	最大誤差 (単位 度)	
	A	B	C	D	E			C Co.	誤 差
等 間 隔 5 測 定 値 に よ る	0.09	1.96	2.63	-0.19	0.08	0.2	4.4	114	0.5
						0.2	0.0	114	0.4

比較誤差は上段が簡略方式、下段が最小自乗法と比較したもの

4. 考 察

今回行った自差の解析について、つぎの項目が考察すべき主なものである。

- (a) 測定誤差が簡略計算方式で計算した係数に及ぼす影響
- (b) 測定誤差が最小自乗法で計算した係数に及ぼす影響
- (c) 測定誤差が簡略計算方式で計算した算出自差に及ぼす誤差の割合
- (d) 5方位測定による場合の測定間隔

これらについて、以下に述べることとする。

- (1) 測定誤差が簡略計算方式で計算した係数に及ぼす影響

簡略計算方式で示される係数および測定自差とも結果的に誤差量として考えればよく、つぎのようになる。 ΔA , ΔB , ΔC , ΔD および ΔE を係数の誤差量, $\Delta\delta_N$, $\Delta\delta_{NE}$, $\Delta\delta_E$, $\Delta\delta_{SE}$, $\Delta\delta_S$, $\Delta\delta_{SW}$, $\Delta\delta_W$ および $\Delta\delta_{NW}$ を測定誤差とすると

$$\Delta A = (\Delta\delta_N + \Delta\delta_E + \Delta\delta_S + \Delta\delta_W) / 4$$

または

$$(\Delta\delta_N + \Delta\delta_{NE} + \Delta\delta_E + \Delta\delta_{SE} + \Delta\delta_S + \Delta\delta_{SW} + \Delta\delta_W + \Delta\delta_{NW}) / 8$$

$$\Delta B = (\Delta\delta_E - \Delta\delta_W) / 2$$

$$\Delta C = (\Delta\delta_N - \Delta\delta_S) / 2$$

$$\Delta D = (\Delta\delta_{NE} - \Delta\delta_{SE} + \Delta\delta_{SW} - \Delta\delta_{NW}) / 4$$

$$\Delta E = (\Delta\delta_N - \Delta\delta_E + \Delta\delta_S - \Delta\delta_W) / 4$$

で示される。

(2) 測定誤差が最小自乗法で計算した係数に及ぼす影響

$\Delta A'$, $\Delta B'$, $\Delta C'$, $\Delta D'$ および $\Delta E'$ を最小自乗法で計算したときの係数の誤差量とするとつぎのようになる。

$$\Delta A' = (\Delta \delta_N + \Delta \delta_{NE} + \Delta \delta_E + \Delta \delta_{SE} + \Delta \delta_S + \Delta \delta_{SW} + \Delta \delta_W + \Delta \delta_{NW})/8$$

$$\Delta B' = (\Delta \delta_E - \Delta \delta_W)/4 + 0.177(\Delta \delta_{NE} + \Delta \delta_{SE} - \Delta \delta_{SW} - \Delta \delta_{NW})$$

	1	2	3	4	5	A	B	C	D	E	A,E	W(%)	M,D	M,E
1	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	-0.000	2.750	2.750	0.250	0.250	0.5	99.7	199	0.5
2	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	136.433	-44.633	-174.084	23.576	40.651	135.7	89.5	196	365.7
3	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	0.5	272.865	-92.015	-350.918	46.902	81.053	271.7	91.7	196	731.8
4	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	-0.5	-525.129	216.552	677.843	-104.756	-149.714	524.2	91.4	199	1416.8
5	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.0	-388.697	169.170	501.009	-81.430	-109.312	388.1	90.9	199	1051.1
6	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.5	-252.264	121.787	324.175	-58.104	-68.911	252.1	89.5	201	686.0
7	-0.5	-0.5	-0.5	0.5	-0.5	-1050.258	430.354	1352.936	-209.762	-299.678	1047.9	93.6	199	2833.1
8	-0.5	-0.5	-0.5	0.5	0.0	-913.826	382.972	1176.102	-186.436	-259.276	911.8	93.4	199	2467.4
9	-0.5	-0.5	-0.5	0.5	0.5	-777.393	335.589	999.268	-163.110	-218.875	775.8	93.9	199	2101.8
10	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	-0.5	777.893	-356.459	-984.170	175.644	209.277	775.3	91.7	201	2100.5
11	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.0	914.326	-403.842	-1161.004	198.970	249.678	911.4	92.2	200	2465.4
12	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.5	1050.758	-451.224	-1337.838	222.296	290.080	1047.4	92.0	200	2830.7
13	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	-0.5	252.764	-142.657	-309.077	70.639	59.313	251.7	87.5	206	688.2
14	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.0	389.197	-190.040	-485.911	93.964	99.714	387.7	88.4	203	1050.6
15	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.5	525.629	-237.422	-662.745	117.290	140.116	523.7	90.3	201	1415.0
16	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	-0.5	-272.365	71.145	366.016	-34.367	-90.651	272.1	89.5	192	739.8
17	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.0	-135.933	23.762	189.182	-11.042	-50.249	136.1	84.2	187	375.8
18	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.5	0.500	-23.620	12.348	12.284	-9.848	17.9	88.1	260	37.9

(a) 測定間隔 10° 毎

	1	2	3	4	5	A	B	C	D	E	A,E	W(%)	M,D	M,E
1	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	0.000	2.750	2.750	0.250	0.250	0.5	25.2	46	0.5
2	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	1.866	0.884	0.884	1.039	0.250	1.7	67.9	226	4.8
3	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	0.5	3.732	-0.882	-0.882	1.827	0.250	3.5	75.3	226	10.1
4	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	-0.5	-3.098	9.031	7.165	-2.299	0.933	5.6	75.1	235	15.9
5	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.0	-3.232	7.165	5.299	-1.510	0.933	3.7	72.0	238	10.7
6	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.5	-1.366	5.299	3.433	-0.722	0.933	2.0	65.7	248	5.7
7	-0.5	-0.5	-0.5	0.5	-0.5	-10.196	15.312	11.580	-4.848	1.616	10.8	79.8	235	31.3
8	-0.5	-0.5	-0.5	0.5	0.0	-8.330	13.446	9.714	-4.059	1.616	8.9	79.8	236	26.1
9	-0.5	-0.5	-0.5	0.5	0.5	-6.464	11.580	7.848	-3.271	1.616	7.1	79.8	238	20.9
10	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	-0.5	6.964	-6.080	-2.348	3.482	-1.616	6.8	75.1	241	20.4
11	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.0	8.830	-7.946	-4.214	4.271	-1.616	8.6	75.6	238	25.5
12	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.5	10.696	-9.812	-6.080	5.059	-1.616	10.4	75.1	236	30.7
13	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	-0.5	1.866	0.201	2.067	0.933	-0.933	1.7	61.2	256	5.4
14	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.0	3.732	-1.665	0.201	1.722	-0.933	3.4	64.5	244	10.2
15	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.5	5.598	-3.531	-1.665	2.510	-0.933	5.2	69.5	238	15.3
16	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	-0.5	-3.232	6.482	6.482	-1.616	-0.250	3.8	75.3	222	10.9
17	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.0	-1.366	4.616	4.616	-0.827	-0.250	2.0	65.7	218	5.7
18	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.5	0.500	2.750	2.750	-0.039	-0.250	0.4	33.8	196	0.6

(b) 測定間隔 30° 毎

	1	2	3	4	5	A	B	C	D	E	A,E	W(%)	M,D	M,E
1	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	0.000	2.750	2.750	0.250	0.250	0.5	48.8	63	0.5
2	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.427	2.146	2.500	0.427	0.073	0.5	46.5	249	0.8
3	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	0.5	0.854	1.543	2.250	0.604	-0.104	0.8	63.2	249	2.2
4	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	-0.5	-0.604	3.957	2.750	-0.000	0.854	1.1	62.9	263	2.9
5	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.0	-0.177	3.354	2.500	0.177	0.677	0.7	56.0	274	1.7
6	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.5	0.250	2.750	2.250	0.354	0.500	0.4	42.7	307	0.7
7	-0.5	-0.5	-0.5	0.5	-0.5	-1.207	5.164	2.750	-0.250	1.457	1.8	67.9	263	5.4
8	-0.5	-0.5	-0.5	0.5	0.0	-0.780	4.561	2.500	-0.073	1.280	1.4	68.1	267	4.1
9	-0.5	-0.5	-0.5	0.5	0.5	-0.354	3.957	2.250	0.104	1.104	1.1	68.7	274	2.9
10	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	-0.5	0.854	1.543	2.750	0.250	-0.604	0.8	58.7	271	2.4
11	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.0	1.280	0.939	2.500	0.427	-0.780	1.2	59.8	265	3.7
12	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.5	1.707	0.336	2.250	0.604	-0.957	1.6	60.1	262	4.9
13	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	-0.5	0.250	2.750	2.750	0.000	-0.000	0.3	24.9	23	0.6
14	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.0	0.677	2.146	2.500	0.177	-0.177	0.4	40.7	268	1.2
15	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.5	1.104	1.543	2.250	0.354	-0.354	0.8	53.7	260	2.5
16	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	-0.5	-0.354	3.957	2.750	-0.250	0.604	1.0	57.3	253	2.6
17	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.0	0.073	3.354	2.500	-0.073	0.427	0.6	56.0	256	1.3
18	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.5	0.500	2.750	2.250	0.104	0.250	0.3	25.2	25	0.6

(c) 測定間隔 45° 毎

	1	2	3	4	5	A	B	C	D	E	A,E	W(%)	M,D	M,E
1	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	-0.000	2.750	2.750	0.250	0.250	0.5	55.7	73	0.5
2	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.001	2.560	2.812	0.132	0.088	0.4	39.9	33	0.6
3	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	0.5	0.200	2.370	2.874	0.015	-0.074	0.5	40.2	33	0.7
4	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	-0.5	0.100	2.632	2.588	0.440	0.312	0.4	40.2	321	0.6
5	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.0	0.200	2.442	2.650	0.323	0.150	0.3	39.9	122	0.5
6	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.5	0.300	2.252	2.712	0.205	-0.012	0.4	34.6	31	0.7
7	-0.5	-0.5	-0.5	0.5	-0.5	0.200	2.515	2.426	0.630	0.374	0.5	40.7	321	0.7
8	-0.5	-0.5	-0.5	0.5	0.0	0.300	2.325	2.488	0.513	0.212	0.4	34.9	115	0.7
9	-0.5	-0.5	-0.5	0.5	0.5	0.400	2.134	2.550	0.395	0.050	0.5	60.1	253	0.8
10	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	-0.5	0.001	2.868	2.588	0.060	0.312	0.4	39.9	41	0.6
11	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.0	0.200	2.677	2.650	-0.058	0.150	0.3	20.2	37	0.7
12	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.5	0.300	2.487	2.712	-0.175	-0.012	0.4	31.6	36	0.9
13	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	-0.5	0.200	2.750	2.426	0.250	0.374	0.3	40.2	50	0.5
14	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.0	0.300	2.560	2.488	0.132	0.212	0.2	20.2	37	0.6
15	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.5	0.400	2.370	2.550	0.015	0.050	0.3	23.8	35	0.8
16	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	-0.5	0.300	2.632	2.265	0.440	0.435	0.4	34.9	319	0.7
17	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.0	0.400	2.442	2.326	0.323	0.274	0.4	20.5	37	0.5
18	-0.5	-0.5	-0.5	0.0	0.5	0.500	2.252	2.388	0.205	0.112	0.4	40.4	256	0.7

(d) 測定間隔 72° 毎

図 5 計算機による計算結果 (一部)

$$\Delta C' = (\Delta \delta_N - \Delta \delta_S) / 4 + 0.177 (\Delta \delta_{NE} - \Delta \delta_{SE} - \Delta \delta_{SW} + \Delta \delta_{NW})$$

$$\Delta D' = (\Delta \delta_{NE} - \Delta \delta_{SE} + \Delta \delta_{SW} - \Delta \delta_{NW}) / 4$$

$$\Delta E' = (\Delta \delta_N - \Delta \delta_E + \Delta \delta_S - \Delta \delta_W) / 4$$

したがって、最小自乗法では自差の中で普通最も大きい B と C をよりよく決定することができ、誤差が最小になるように係数を表わすことができる。また、逆に言えば、これら測定誤差を測定値に置換すれば調和解析の意味するところの係数が求まる。

(3) 測定誤差が簡略計算方式で計算した算出自差に及ぼす誤差の割合

係数 A, B, C, D および E にある値を与えて模擬の自差曲線を考え、その曲線から等間隔 8 方位の自差を求め、その値に $\pm 0.5^\circ$ の誤差があったときの係数を計算し全方位の算出自差を求めて与えられた自差曲線と比較した。この場合 6561 通りの誤差の組合せがあり、この組合せすべてを計算することは計算時間の関係で出来なかったが、約 2 分の 1 計算した範囲内の傾向をみると、平均誤差が 0.4° 程度であり、 0.5° 以上の誤差の割合は平均して 30% 程度であった。悪いケースとしては、最大誤差が 1.2° であり、平均誤差の方は 0.5° であった。

(4) 5 方位測定による場合の測定間隔

自差公式では、5 個の測定値のみで係数を求める場合、任意の測定間隔で良い訳であるが、結果的には実測値で解析したごとく等間隔な 5 方位で測定した方が良いという結果が出た。

今、(3) と同様に係数にある値を与えて模擬の自差曲線を考え、一定の間隔毎に 5 個取った自差の値に $\pm 0.5^\circ$ の誤差を加え、係数を計算し算出自差を模擬の自差と比較した。この計算においては 6 ケースの測定間隔を考え、1 ケースで 243 通りについて検討した。その結果、5 測定値とも $+0.5^\circ$ あるいは -0.5° の誤差があったときには模擬の曲線に平行な曲線となるが、 $\pm 0.5^\circ$ の誤差がランダムに混入しているときには誤差が大きくなる傾向にある。図 5 (a), (b), (c) および (d) は計算機による計算結果の一部である。図において、1, 2, 3, 4 および 5 の項は 5 個の測定値の誤差を示しており、0.5 は $+0.5^\circ$ の誤差、0.0 は誤差なし、 -0.5 は -0.5° の誤差を示している。 A, B, C, D および E はそのときの係数であり、模擬の曲線の係数にはそれぞれ 0.5, 2.75, 2.75, 0.25, 0.25 を与えた。 $A \cdot E$ は模擬の曲線からの平均誤差、 W は 0.5° 以上の誤差の割合、 $M \cdot D$ は最大誤差のコンパスコース、 $M \cdot E$ は最大誤差を示している。

図 6 (a) および (b) は測定間隔を広く取る程、誤差の割合が減少することを示している。(a) の図では測定間隔 72° 毎、つまり等間隔 5 方位のとき平均誤差が平均して 0.3° となり最小となる。(b) では 0.5° 以上の誤差の割合がやはり等間隔 5 方位のとき平均して 28% となり最小となる。したがって、5 測定値による場合

図 6 測定間隔と誤差の関係

は等間隔に測定した方が測定誤差の影響は少なくなる。この測定間隔における悪いケースを検討すると最大誤差が 1.0° 平均誤差の方は 0.5° となった。

5. 結 論

今回行った自差公式の使用による誤差解析で、つぎのような結論がでた。

- (1) 従来の簡略計算方式では測定自差に $\pm 0.5^\circ$ の誤差がランダムにあった場合、算出自差は 0.5° 以上の誤差が平均して 30% 近くもある。
- (2) 測定状態が悪いような場合は、最小自乗法のような計算方法を用いる方が良い。
- (3) 5 方位の測定自差により係数を求める場合はほぼ等間隔に測定した方が良い。
- (4) 計算方法の複雑さの是非を問わなければ等間隔 5 方位測定でも実務上さしつかえない。

6. あ と が き

実船で自差測定を行なう際、実際問題として、 $\pm 0.5^\circ$ 程度の誤差はいたしかたない。そこで、この論文では従来の簡略計算方法と他の方法とで計算した係数によって算出自差の比較を行ない、測定誤差がどのように影響するかを検討したものであって、簡略計算方法を否定しているものではない。

最近、船舶ではとみに計算機の使用が盛んになり、その手法も発達してきている。そこで自差係数を求めるにあたって計算機を利用すれば、測定数が 5 個以上あれば計算に苦勞することなくよりよい係数を求めることができ、さらに適当な間隔の自差を計算し容易に自差曲線も描くことができる。普及率の高い電卓などの ROM に自差解析のプログラムを組み入れることによりそれは可能となる。それについての方策はすでに検討済みであり、別の機会に発表したいと考えている。

最後に、御忠言して下さった庄司先生および実験にあたって協力して下さった練習船汐路丸乗組みの皆様に深く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- (1) 井関 貢・庄司和民：航海計器学，海文堂，p. 64-68.
- (2) 広田 実：航海術に於ける電子計算機の応用，I 磁気コンパスの自差曲線と測定誤差，神戸商船大学紀要 (1967).
- (3) 波多野治：航海計器の実用と理論，天然社，p. 179-183.
- (4) 庄司和民・飯島幸人：鉄材積込みによる船の自差の変化に関する実験報告，東京商船大学研究報告 (1970).
- (5) 平井壽八：磁気コンパスの自差と修正法，成山堂，p. 85-87.

質 疑 応 答

濱田悦之 1. 公式，最小自乗法，フーリエ解析の違いは，フーリエ分解時の 8~24 方位の違い，合成時に 5~24 個の係数を用いる違いと考えてよろしいのでしょうか。

2. いわゆる公式で 5 個の係数を用いるのは，最小自乗法の意味での平均化の効果を有すると思われる。その意味で，求められるすべての係数を用いて合成すると測定誤差がそのまま現れ，望ましくないと思うがいかがでしょうか。

奥田邦晴 1. そのように考えて結構ですが，その違いは測定誤差が影響します。

2. おっしゃる通り，求められるすべての係数を用いることは望ましくなく，電卓を利用する場合にも，求められるすべての係数を計算するという意味ではありません。

鈴木 裕 取り扱われた自差の値が小さいようですが， 30° 以上もある場合はどうなるのでしょうか。そして一定値 0.5° 以上の誤差の生ずる割合について述べられましたが，無次元的な取扱いまたは自差係数に対する比率で取扱うことはできないでしょうか。

奥田邦晴 測定誤差の大小により一定はしません。また，一定値以上の誤差の割合という場合は，はっきり求められませんが，おっしゃる方法でも誤差の大小の予測はつきます。