Hess と Smith の方法による浅水影響の計算

上 田 慎 一*・岩 井 聰**

Calculation of Sinkage and Trim-Change in Shallow Water by Application of Hess-Smith's Method

Shinichi UEDA and Akira IWAI

Abstract

The authors predicted the sinkage and trim change of VLCC running at shallow water by the calculation of nonlifting potential flow about 3-dimensional body.

The calculation was performed by application of Hess-Smith's method to the shallow water problem.

The calculation results were compared to the model test results by Dand and obtained good agreement.

1. 序

浅水中における船の航走時の沈下量およびトリム変化の推定は、巨大船の出現と共に余裕水深を決定する上で極めて重要であって、これまでも可成りの調査研究が行われている。

浅水中での船体沈下やトリム変化を求めるには、模型による水槽実験や実船観測による方法と船体周りの流れ場の計算に基づく圧力分布を求める流体力学的理論計算による手法とがある。

本田等¹⁾は前者の方法によって巨大船に関する貴重なデータを求め実用度の高い資料を提供している。Tuck²⁾は細長体理論を使って浅水流場の一次近似を臨界速度以下の場合と臨界速度以上の場合について計算した。Dand 等³⁾は一次元理論を基礎にして模型実験結果を加味して計算を行っている。また、菅⁴⁾は細長体理論を使って船体表面上の特異点分布を求めて浅水流場を計算した。

しかし、これらの方法は船型の影響を厳密に採り入れる点で若干の問題がある。ここでは、船型影響を厳密に採り入れることができる Hess と Smith の方法⁵⁾を用い、これを浅水域に応用して船体周りの浅水流場を計算し、これによって浅水中での船体沈下およびトリム変化を求めた。

20 万トン巨大タンカーの試算結果は、Dand の実験結果と可成り一致しており、この手法を用いて浅水中での船体沈下およびトリム変化がよく推定できる結果を得たので報告する。

2. 物体周りの流れの計算

ここでは、図1に示すように三次元物体周りの完全流体の定常流を考える。物体によって攪乱されない流体すなわち物体から十分離れたところでの流れ（以下この流れを初期流と呼ぶ）は、

$$|\mathbf{V}_\infty| = \sqrt{V_{\infty x}^2 + V_{\infty y}^2 + V_{\infty z}^2} = 1 \quad (1)$$

であらわされる。

ここに、 $V_{\infty x}$, $V_{\infty y}$, $V_{\infty z}$ は各座標軸 x , y , z にそっての速力成分とする。

* 正会員 ジャパンライン株式会社（千代田区丸の内3-1-1）

** 正会員 東京商船大学（江東区越中島2-1-6）

図 1

次に、物体周りの任意点での速度ポテンシャルを、

$$\Phi = \varphi_{\infty} + \varphi \quad (2)$$

とする。

ここに、 φ_{∞} は物体によって攪乱されない均一流ポテンシャル（初期流ポテンシャル）で、

$$\varphi_{\infty} = -(xV_{\infty x} + yV_{\infty y} + zV_{\infty z}) \quad (3)$$

となる。

また、 φ は物体による攪乱ポテンシャルとし、次の条件を満足する。

$$\left. \begin{aligned} \Delta\varphi &= 0 \\ \frac{\partial\varphi}{\partial n} \Big|_s &= \mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_{\infty} \\ \varphi &\rightarrow 0 \text{ [(} x^2 + y^2 + z^2 \text{)} \rightarrow \infty \text{ のとき]} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ただし、 s は物体表面をあらわし、 $\mathbf{n}$ は外向き単位法線ベクトルとする。

ここで、物体表面に単位強さの点 source を密度 $\sigma(x, y, z)$ で連続的に分布させたと考えると、物体から離れた点 p (図 1) での攪乱ポテンシャルは次のようになる。

$$\varphi = \iint_s \frac{\sigma}{r} ds \quad (5)$$

ただし、 r は図 1 のとおり点 p と ds との距離とする。

この攪乱ポテンシャル φ はラプラスの方程式および無限遠方での境界条件は満足するので、物体表面での境界条件を満たすよう σ を決定する必要がある。

ところで、法線微分境界条件を適用するにあたっては、 p 点が物体表面に近づき r が 0 に近づく場合 φ には不連続性はないが、 φ の導関数の方には不連続性を生ずるので極限操作を行うと、

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n} = -2\pi\sigma(p) + \iint_s \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\sigma}{r} \right) ds \quad (6)$$

となる。

(4) 式の条件を適用すると、

$$2\pi\sigma(p) - \iint_s \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\sigma}{r} \right) ds = -\mathbf{n}(p) \cdot \mathbf{V}_{\infty} \quad (7)$$

が得られる。

この (7) 式が σ に関する積分方程式であって、これを σ について解き特異点密度を決定し (5) 式に代入して各軸方向に微分することによって攪乱ポテンシャル流れ場が決定される。さらに、初期流速 φ_{∞} に加えることによって物体周りの任意点の速度成分が求まる。

ここで、(7) 式を解くには、 S 面を多数の平面四辺形要素に置き換え、それぞれの要素において、特異点密度が一定であると仮定すると、(7) 式を σ を未知数とする連立方程式に置換することができ、それぞれの要素において要素自身が誘起する速力の接線方向成分が零になる点—Null Point—を求め、その点での速度成分が求まる。その法線成分は、

$$A_{ij} = \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{V}_{ij} \quad (8)$$

であらわされる。

ここで、 $\mathbf{V}_{ij}$ は j 番目の要素（単位特異点密度とするとき）が i 番目の Null Point に誘起する速力とする。

したがって、すべての点による i 番目の要素の Null Point の法線速度は、

$$\sum_{j=1}^N A_{ij} \cdot \sigma_j = -\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{V}_{\infty}, \quad i=1, 2, \dots, N \quad (9)$$

となり、これが積分方程式 (7) 式の代りの連立一次方程式であって、この解が四辺形要素上の表面特異点密度の値を与える。

特異点密度の値が求まれば, Null Point での速度ベクトルは次のように与えられる。

$$\mathbf{V}_i = \sum_{j=1}^N \mathbf{V}_{ij} \sigma_j + \mathbf{V}_\infty \quad i=1, 2, \dots, N \quad (10)$$

3. 浅水流場の計算

Hess と Smith の方法は無限流体中での 3 次元物体周りの流れの計算法であるので, 船体まわりの流れを計算するには図 2 のような二重模型を考えればよい。ここで, 水面は固体壁となるので, 自由表面の影響は無視することとなる。

水深 h の浅水域における船体まわりの流れを計算するには, 図 2 のように $2h$ の間隔の平行な 2 つの壁にはさまれた 2 乗模型を考えればよい訳で, それは図 3 のように z 軸上に無限個の鏡像を置いた場合と同等である。この場合の船体から離れた点 P での攪乱ポテンシャル φ は,

$$\varphi = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \iint_{S_k} \frac{\sigma}{r} dS_k \quad (11)$$

である。

ここで, S_0 は考えている船体 (基本船体) であり, S_k は鏡像船体で添字 k は基本船体から順番につけてある。 r は点 P と dS_k との距離である。

鏡像が無限個並んでいる場合は流場の対等性から, すべての鏡像と基本船体上での対応する点での特異点密度は等しいので, 基本船体表面での境界条件を満たす特異点密度を求めれば同時にすべての鏡像表面での境界条件が満足される。

特異点密度を求めるには基本船体上での境界条件だけを満足する積分方程式を立てればよい。すなわち,

$$2\pi\sigma(P) - \iint_{S_0} \frac{\partial}{\partial n} \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{r_k} \right) \sigma dS_0 = -\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_\infty \quad (12)$$

積分範囲は基本船体表面であり, r_k は基本船体または鏡像上の点と dS_0 との距離である。

(12) 式を解くには, Hess と Smith の方法にならって船体表面を一定特異点密度をもつ平面四辺形要素で近似して連立一次方程式に直して解く。

この場合, 鏡像数の範囲は文献 (2) に従って, 船長の 2 倍までとする。

基本船体上の j 番目の四辺形要素が単位特異点密度をもつ場合, 基本船体上の i 番目の四辺形要素の Null Point に誘起する速力を $\mathbf{V}_{ij}^{(0)}$ とし, j 番目の四辺形要素に対応する鏡像上の四辺形要素が同じ Null Point に誘起する速力を $\mathbf{V}_{ij}^{(k)}$ とすると, その Null Point での法線方向の速度成分 A_{ij} は, 次式の通りである。

$$A_{ij} = \mathbf{n}_i \cdot \sum_{k=-l}^l \mathbf{V}_{ij}^{(k)} \quad (13)$$

ここに, $\mathbf{n}_i$: その Null Point での単位法線ベクトル

l : 鏡像範囲

したがって, 浅水流場での積分方程式を近似する連立一次方程式は,

図 2

図 3

$$\sum_{j=1}^N A_{ij} \sigma_j = -n_i \cdot V_{\infty}, \quad i=1, 2, \dots, N \quad (14)$$

となり、この連立方程式を解けば浅水流場が計算される。

4. 巨大船の沈下並びにトリム変化の計算結果

4.1 計算に供した船型

浅水影響は主として巨大船に問題が集中するので、ここでは表1のような主寸法の巨大タンカーについて試算した。

表 1 計算に供した船の要目

L_{oa} , m	331.50
L_{pp} , m	318.00
B , m	56.00
D , m	26.40
d , m	20.58
DW , ton	273,225
C_b	0.8272

計算にあたっては、船体表面の分割数すなわち、四辺形要素数を 450 と 249 について行ったが、両者の間に差がみられなかったので、計算は要素数 249 とし実施した。

また、船の喫水は 19m と 20m の 2 種類とし、1m by the stern, even および 1m by the head, 水深/喫水比は 1.1~ ∞ 間 5 通りについて計算した。

4.2 鏡像範囲と解の収束

計算にあたっては、3 で述べたように鏡像範囲を船

の長さの 2 倍とした。

図 4 は、鏡像数と沈下量およびトリム変化量についての計算結果を例示したものであるが、10 鏡像で打ち切り誤差がほぼ 1% 内となっており、この程度で解はほぼ収束している。計算はこの範囲で十分であるといえる。

4.3 流速分布

図 5 は、喫水 20m, $H/d=1.1$, even keel の場合の船側並に船底下の流向・流速をベクトル表示したものである。それぞれ鉛直面内および水平面内の流速ベクトルを示す。

①船側では z 成分が減じ、流れが 2 次元的となる。

②船首部で排除された流れのうち船底にもぐり込む量が減じ、船側部に流れる量が増大し、流れが 2 次元的となる。

③船底部の流れの y 成分が減じ、大部分は x 軸に平行となる。

④船側、船底部共、流れは加速される。ただし、船首および船尾の一部では減速される。

等、浅水域での船体まわりの流れの代表的パターンが求められた。

4.4 船体沈下およびトリム変化

船体表面の流速したがって圧力を求めれば、この圧力を積分して沈下力およびトリムモーメントを求めることができる。すなわち、

$$\text{沈下力} : F = \frac{1}{2} \rho V^2 \left(\frac{L}{2} \right)^2 C_F \quad (15)$$

$$\text{トリム・モーメント} : N = \frac{1}{2} \rho V^2 \left(\frac{L}{2} \right)^3 C_N \quad (16)$$

$$\text{ここに、} C_F = - \iint_S C_p \cdot n_z dS \quad (17)$$

$$C_N = - \iint_S C_p (x - x_{CB}) n_z dS \quad (18)$$

図 4

図 5

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2} \rho V_0^2} : \text{圧力係数} \quad (19)$$

n_z : 外向き単位法線ベクトルの z 成分

P : 船体表面上の圧力

P_∞ : 無限遠方点での圧力

V_0 : 初期流速

$x - x_{CB}$: 浮心と船体表面任意点との縦距離

(15), (16) 式を用いて求めた船体沈下量およびトリム変化量を, Dand⁶⁾ によるプロペラ影響による修正を施して得た結果を図 6~図 8 に示す。

図 6

図 7

図 8

表 2 Dand による供試模型主寸法

	Model B	Model C
L_{pp} , m	3.675	3.953
B , m	0.576	0.656
d , m	0.222	0.223
C_b	0.83	0.8375

これらの計算結果を、Dand による類似の模型試験結果と比較してみた。

Dand が供試した模型船の主要目は表 2 のとおりである。

図 6 は、船首の沈下量を示したもので、Model B も Model C の実験値も、今回試算した表 1 に対する供試船の計算値と可成りよい一致がみられる。特に、Model C の船型は計算に供した船と似ており、計算値と実験値はよく一致している。

また、図 7 は船体の平均沈下量とトリム変化についての計算値と Dand の実験値との比較であるが、Model B についての模型実験結果と比較したため、船型の相違が若干目立っている。しかし、全体的には本論で示した計算結果が有効であるといえる。

5. む す び

本論で示した計算結果によって、水深が浅くなるに従って船体まわりの流れが 2 次元的になると共に圧力変化の様相が明瞭に求められ、従来からいわれてきた浅水流場を計算によって求め得ることができた。

その結果、浅水域での船体沈下量およびトリム変化量も実験結果と比較してよく一致し、この方法によって精度よく推定できることが証明できた。

おわりに、この研究にあたっては、船舶技術研究所推進性能部田中拓博士、不破健氏および東京商船大学大津皓平助教に特別の指導をいただいた。感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) 本田啓之輔: VLCC に関する十章, pp. 87, 成山堂
- 2) E.O. Tuck: Shallow water flow past slender bodies, J. of Fluid Mech. (1966), Vol 26
- 3) I.W. Dand: The Squat of Full Ships in Shallow Water, RINA Spring Meeting paper (April 12, 1973)
- 4) 菅 信: 浅水域における船体まわりのポテンシャル流の計算, 日本造船学会論文集, No 129
- 5) J.L. Hess and A.M.O. Smith: Calculation of Nonlifting Potential Flow about Arbitrary Three-Dimensional Bodies, J. of Ship Research, Vol 8, No 2 (Sept. 1964)
- 6) I.W. Dand: Full form ships in shallow water, Some method for the prediction of squat in subcritical flows, NPL Ship Division Report 160, January 1972