波浪予測精度を考慮して航海時間の誤差を見積る一方法

萩 原 秀 樹*

A Method of Estimating the Error in Time Enroute Considering
the Accuracy of Wave Prediction

Hideki HAGIWARA

Abstract

It is very useful for planning the ship's operation schedule if the error of time enroute can be estimated at the departure time. This paper presents a simple method to estimate the error of time enroute at that time.

Considering the accuracy of wave prediction and ship's performance curve, the standard deviation of ship's speed is predicted at each point on the given route. Using those standard deviations, the Error Index which is the parameter representing the range of error in time enroute is calculated by recursive equations. To investigate the efficiency of proposed method, numerical simulations are performed.

From the result of simulation, it is found that the Error Index is highly correlated with the mean error of time enroute and it is useful to estimate the error of time enroute.

1. ま え が き

Weather Routing においては、出港時に波浪予測データを用いて特定の船舶に対する最適航路を決定し、その船舶が最適航路上を航走した場合の航海時間すなわち到着予定時刻を算出する。その場合、到着予定時刻にどの程度の誤差を見積っておけばよいかということは、興味ある問題である。出航時に航海時間の誤差を見積ることができれば、運航スケジュールをたてる上で大変参考となるし、積載する燃料にどの程度余裕を見込めばよいかということの参考にもなる。

ここでは、船舶の波浪状態に対する速力曲線 (Performance Curve) およびあらかじめ調査された波浪予測精度を用いて、出港時に航海時間の誤差を簡単に見積るための一方法を提案する。そして、東京～サンフランシスコ間を航海するコンテナ船を対象としてシミュレーションを行い、提案した方法の有効性を考察する。

2. 航海時間の誤差を見積る一方法

時刻 t_0 に出発地 X_0 を出港して、ある与えられた航路上を目的地 X_N まで航海する船を想定する。そして出港時に、波浪予測データを用いて到着予定時刻 $\hat{t}_N$ を決定する場合、 $\hat{t}_N$ にどの程度の誤差を見積ればよいかということを考える。

以下、問題は離散過程として、位置 X_i に到達する時刻を t_i とする。そして、 X_i から X_{i+1} までの間は、ラムライン上を時刻 t_i における船速で航行するものとする (Fig. 1 参照)。

さて、時刻 t_i すなわち位置 X_i における船速を V_i

Fig. 1 Formulation as a discrete process

* 正会員 東京商船大学 (東京都江東区越中島 2-1-6)

と書けば,

$$V_i = V(P_i, h_i, \phi_i) \quad (1)$$

と表わせる。

ただし $P_i: X_i \sim X_{i+1}$ のエンジン出力

$h_i: t_i, X_i$ における有義波高

$\phi_i: t_i, X_i$ における相対波向

$$\text{ここで } \phi_i \text{ は, } \phi_i = \lambda_i - \theta_i \quad (2)$$

ただし $\lambda_i: t_i, X_i$ における卓越波向

$\theta_i: X_i \sim X_{i+1}$ のコース

である。(1)式により表わされる波浪状態に対する速力曲線は, Performance Curve と呼ばれている。

$$\text{今, } \begin{cases} h_i = \bar{h}_i + \Delta h_i \\ \lambda_i = \bar{\lambda}_i + \Delta \lambda_i \\ V_i = \bar{V}_i + \Delta V_i \end{cases} \quad (3)$$

とする。 h_i, λ_i, V_i は有義波高, 卓越波向, 船速の真値(実況値)であり, $\bar{h}_i, \bar{\lambda}_i, \bar{V}_i$ はそれらの予測値, $\Delta h_i, \Delta \lambda_i, \Delta V_i$ はそれらの予測誤差である。

$\Delta h_i, \Delta \lambda_i$ があまり大きくなければ, 船速の予測誤差 ΔV_i は次のように表わされる。

$$\Delta V_i = \left(\frac{\partial V}{\partial h} \right) \Delta h_i + \left(\frac{\partial V}{\partial \phi} \right) \Delta \lambda_i \quad (4)$$

ただし, 各偏微分係数において, $h = \bar{h}_i, \phi = \bar{\phi}_i$ であり, $\bar{\phi}_i = \bar{\lambda}_i - \theta_i$

$\Delta h_i, \Delta \lambda_i$ は, 平均0, 分散 $\sigma_{h_i}^2, \sigma_{\lambda_i}^2$ の正規分布をなすものとする。 Δh_i と $\Delta \lambda_i$ は, 互いに独立と考えられるから, (4)式により ΔV_i も平均0の正規分布に従い, その分散 $\sigma_{V_i}^2$ は次式により与えられる。

$$\sigma_{V_i}^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial h} \right)^2 \sigma_{h_i}^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial \phi} \right)^2 \sigma_{\lambda_i}^2 \quad (5)$$

$\sigma_{h_i}^2, \sigma_{\lambda_i}^2$ は, 位置 X_i および波浪予測期間 $t_i - t_0$ の関数として, 過去における波浪予測データと実況データを比較することにより, あらかじめ求められる。したがって, 有義波高と卓越波向の予測値 $\bar{h}_i, \bar{\lambda}_i$ が与えられれば, (5)式により時刻 t_i , 位置 X_i における船速の予測誤差の分散 $\sigma_{V_i}^2$ を求めることができる。

さて, $X_i \sim X_{i+1}$ の距離を D_i とすれば, 位置 X_{i+1} に到達する時刻 t_{i+1} は, 次の確率差分方程式より求まる。

$$t_{i+1} = t_i + \frac{D_i}{\bar{V}_i + \Delta V_i} \quad (6)$$

[$i = 0, \dots, N-1$]

ここで t_0 は与えられ, $t_1, \dots, t_N$ および ΔV_i [$i = 0, \dots, N-1$] は確率変数, $\bar{V}_i$ [$i = 0, \dots, N-1$] は t_i により確定する変数である。

今, $\Delta V_0, \dots, \Delta V_{i-1}$ すなわち $t_0, \dots, t_i$ が与えられた時の ΔV_i の条件付確率密度を $Q(\Delta V_i | t_0, \dots, t_i)$ とし, t_{i+1} の条件付確率密度を $P(t_{i+1} | t_0, \dots, t_i)$ とすれば,

$$P(t_{i+1} | t_0, \dots, t_i) = Q(\Delta V_i | t_0, \dots, t_i) \left| \frac{d\Delta V_i}{dt_{i+1}} \right| \quad (7)$$

が成り立つ。この時, 時刻 t_{i+1} の確率密度 $P(t_{i+1})$ [$= P(t_{i+1} | t_0)$] は,

$$P(t_{i+1}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} P(t_{i+1} | t_0, \dots, t_i) P(t_i | t_0, \dots, t_{i-1}) \dots P(t_1 | t_0) dt_1 \dots dt_i \quad (8)$$

ただし $P(t_1) = P(t_1 | t_0)$

より求まる。

一般に, 距離 $D_0, \dots, D_{i-1}$ が小さい場合には, ΔV_i と ΔV_k [$k = 0, \dots, i-1$] には相関があり, $Q(\Delta V_i | t_0, \dots, t_i)$ は(5)式により求まる σ_{V_i} のほかに, $\Delta V_0, \dots, \Delta V_{i-1}$ に依存する複雑な形となる。したがって, (8)式の被積分関数を具体的に記述することは難しい。

そこで時刻 t_{i+1} の分布形を調べるために、問題を少し簡単にして、 $\Delta V_0, \dots, \Delta V_i$ が互いに無相関すなわち、 $t_0, \dots, t_{i+1}$ が Markov 過程であると仮定してみる。この場合、 ΔV_i は時刻 t_i のみに依存する確率変数となり、平均0、分散 σ_{Vi}^2 の正規分布に従う。したがって、時刻 t_i における船速の予測誤差 ΔV_i の確率密度を、 $Q(\Delta V_i|t_i)$ とすると、

$$Q(\Delta V_i|t_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{Vi}} \exp\left[-\frac{\Delta V_i^2}{2\sigma_{Vi}^2}\right] \quad (9)$$

と表わせる。

この時、時刻 t_{i+1} は t_i のみに依存する確率変数となるから、時刻 t_i が与えられた時の t_{i+1} の条件付確率密度を $P(t_{i+1}|t_i)$ と書けば、(7)式は、

$$P(t_{i+1}|t_i) = Q(\Delta V_i|t_i) \left| \frac{d\Delta V_i}{dt_{i+1}} \right| \quad (10)$$

と簡単になる。

(6), (9), (10)式を用いれば、 $P(t_{i+1}|t_i)$ は、

$$P(t_{i+1}|t_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{Vi}} \times \frac{D_i}{(t_{i+1}-t_i)^2} \exp\left[-\frac{\{D_i/(t_{i+1}-t_i) - \bar{V}_i\}^2}{2\sigma_{Vi}^2}\right] \quad (11)$$

となる。

時刻 t_{i+1} の確率密度 $P(t_{i+1}) [=P(t_{i+1}|t_0)]$ は、(8)式の被積分関数が、 $P(t_{i+1}|t_i)P(t_i|t_{i-1})\dots P(t_1|t_0)$ と変数分離されるので、

$$P(t_{k+1}) = \int_{-\infty}^{\infty} P(t_{k+1}|t_k) P(t_k) dt_k \quad (12)$$

[$k=1, \dots, i$]

ただし $P(t_1) = P(t_1|t_0)$

という漸化式より求めることができる。

$t_0, t_1, \dots$ が Markov 過程の一例として、 $\bar{V}_i$ と σ_{Vi} [$i=0, 1, \dots$] が $t_0(=0), t_1, \dots$ の値にかかわらず、20ノットおよび3ノットの場合、(11), (12)式による $t_1, t_2, \dots$ の分布を Fig. 2 に示す。

Fig. 2 において、ケース1は距離 $D_0, \dots, D_i$ を100マイルとした時の $t_1, \dots, t_8$ の分布、ケース2は $D_0, \dots, D_3$ を200マイルとした時の $t_1, \dots, t_4$ の分布、ケース3は D_0, D_1 を400マイルとした時の t_1, t_2 の分布である。図中の縦線は、各分布の平均値の位置を示している。出発地から100, 200, 400, 800マイル離れた地点までに要する航海時間の平均値および標準偏差を、各ケースについて Tab. 1 に示す。

この例により、 $D_0, D_1, \dots$ をいくら小さくしても $\Delta V_0, \Delta V_1, \dots$ が無相関ならば、与えられた航路を細かく分割するほど、航海時間の標準偏差は小さくなることがわかる。しかし、実際には距離 $D_0, D_1, \dots$ を小さくすれば、船速の予測誤差 $\Delta V_0, \Delta V_1, \dots$ は必ず相関を持つようになるから、この例のような結果は起こらない。つまり、時刻 t_{i+1} の確率分布の分散は、 $\Delta V_0, \dots, \Delta V_i$ に相関がない場合よ

Fig. 2 Probability density of time enroute at each point on the route in the case of Markov process

Tab. 1 Mean and standard deviation of time enroute at each point on the route

Distance from Departure Point	Case 1		Case 2		Case 3	
	Mean	Standard Deviation	Mean	Standard Deviation	Mean	Standard Deviation
100 n.m.	5.12 h	0.83 h	-----	-----	-----	-----
200 n.m.	10.24 h	1.17 h	10.24 h	1.66 h	-----	-----
400 n.m.	20.48 h	1.66 h	20.48 h	2.35 h	20.48 h	3.32 h
800 n.m.	40.97 h	2.35 h	40.97 h	3.32 h	40.97 h	4.69 h

り、相関がある場合の方が大きい。

たとえば極端な場合、上述の例のケース 1 において、 ΔV_1 が常に ΔV_0 に等しい時には、 t_2 の分布はケース 2 における $P(t_1)$ と一致する。 ΔV_0 と ΔV_1 の相関係数が 0 と 1 の間にある場合には、ケース 1 における t_2 の分布は、図示してあるケース 1 の $P(t_2)$ とケース 2 の $P(t_1)$ の中間的なものになる。

以上、時刻 t_{i+1} の確率密度を求める方法について述べ、 $t_0, \dots, t_{i+1}$ が Markov 過程の場合について、簡単な例を示した。前述の例では、(11)式における $\bar{V}_i, \sigma_{vi}$ を定数としたが、現実には $\bar{V}_i, \sigma_{vi}$ は時刻 t_i の関数でデータとしてしか求まらないから、(12)式により $P(t_{i+1})$ を求めることは容易でない。まして、 $\Delta V_0, \dots, \Delta V_i$ の相関まで考慮して、(8)式により $P(t_{i+1})$ を求めることは、計算量の上から不可能に近い。したがって、到着予定時刻 $\hat{t}_N$ の誤差を見積るために、時刻 t_N の確率密度 $P(t_N)$ を求めることは、現実的でない。

そこで、時刻 t_{i+1} の分布の広がりをも簡単に表わすパラメータとして、2つの時刻 t_{i+1}^-, t_{i+1}^+ を次のように定義する。

$$\begin{cases} t_{i+1}^- = t_i^- + D_i / (\bar{V}_i + \sigma_{vi}) \\ t_{i+1}^+ = t_i^+ + D_i / (\bar{V}_i + \sigma_{vi}) \end{cases} \quad [i = 0, \dots, N-1] \quad (13)$$

ただし $t_0^- = t_0^+ = t_0$

ここで、 $\bar{V}_i^-, \bar{V}_i^+$ および $\sigma_{vi}^-, \sigma_{vi}^+$ は、時刻 t_i^-, t_i^+ における船速の予測値および(5)式による船速の予測誤差の標準偏差である。すなわち $t_{i+1}^-(t_{i+1}^+)$ は、 $X_0, \dots, X_i$ における船速の予測誤差が、すべてその標準偏差だけ正(負)の値をとった場合の、 X_{i+1} に到達する時刻を表わす。

また、 X_{i+1} に到達する予定時刻 $\hat{t}_{i+1}$ は、

$$\hat{t}_{i+1} = \hat{t}_i + D_i / \bar{V}_i \quad (14)$$

ただし $\hat{t}_0 = t_0$ $[i = 0, \dots, N-1]$

と表わされる。ここで $\bar{V}_i$ は、時刻 t_i における船速の予測値である。

(13)式により定まる t_{i+1}^+ と t_{i+1}^- の差 $t_{i+1}^+ - t_{i+1}^-$ は、時刻 t_{i+1} の分布の広がり(たとえば分散)と強い正の相関があると考えられる。そこで $t_N^+ - t_N^-$ の値により、到着予定時刻 $\hat{t}_N$ の誤差 $\hat{t}_N - t_N$ (t_N は真の到着時刻)を見積ることにする。以後、この $t_N^+ - t_N^-$ を Error Index と呼ぶことにする。

Error Index は、与えられた航路を細かく分割するほど、その値が小さくなるということはない。たとえば前述の例において、出発地から 800 マイル離れた地点における $\hat{t}_N - t_0$, $t_N^- - t_0$, $t_N^+ - t_0$ (N の値は、ケース 1, 2, 3 の順に、8, 4, 2) は、3 ケースとも 40.00, 34.78, 47.06 時間であり、 $t_N^+ - t_N^-$ は 12.28 時間である。したがって航路を細かく分割するほど、 $\hat{t}_N$, t_N^+ , t_N^- の値は波浪予測データ(予測値およびその精度)を十分活用したものとなるから、Error Index $t_N^+ - t_N^-$ の値は $\hat{t}_N - t_N$ を見積るのに有効なものとなる。

3. シミュレーションに使用する波浪予測データの精度

前章で提案した航海時間の誤差を見積る方法の有効性を調べるため、第 5 章でシミュレーションを行う。そこで、シミュレーションで使用する波浪予測データの精度、すなわち(5)式における有義波高および卓越波向の標準偏差 σ_{Hs} , σ_{λ} を調査する。

波浪予測データおよび実況データは、米海軍 F. N. O. C. (Fleet Numerical Oceanography Center) から入手した。現在、F. N. O. C. の波浪予測期間は 3 日間であり、24, 48, 72 時間先の予測値が、毎日 00 Z および 12 Z に発表されている。入手したデータの期間は、1980 年 5 月 20 日から 6 月 19 日までの 1 ヶ月間である。データの

範囲は、 $20^{\circ}\text{N} \sim 60^{\circ}\text{N}$, $130^{\circ}\text{E} \sim 110^{\circ}\text{W}$ で、その格子点間隔は、緯度方向 3.7° (平均), 経度方向 5° である。

さて、北太平洋を横断するにはコンテナ船で約10日かかるが、出港時から4日以上先については F. N. O. C. の予測データは利用できない。そこで4日以上先については、上記1ヶ月間の実況値の平均値を予測値として使用することにした。(実際にはこの期間については、類似予測による値や月別の統計値などを用いる。)

波浪予測精度の調査では、各格子点において、24, 48, 72時間先の予測値および上述の平均値を実況値と比較することにより、予測誤差の平均値および標準偏差を求めた。(実際にはこの調査は、出港時以前の長期間についてなされねばならない。)

北太平洋を Fig. 3 に示すように、A~Hの8つの海域に分けた場合(各海域に示されている数字は、含まれる格子点数)、各格子点における予測誤差の平均と標準偏差を、海域ごとに平均した値を Tab. 2 (有義波高), Tab. 3 (卓越波向) に示す。ここで言う予測誤差とは、(3)式で示されるように実況値から予測値を減じた値である。

Tab. 2 より有義波高は、予測期間が長くなるほど平均して実況値より低く予測されていることがわかる。また予測誤差の標準偏差は当然のことながら、予測期間が長くなるほど大きくなっている。Tab. 3 より、卓越波向の予測誤差の標準偏差も、予測期間が長くなるほど大きくなることがわかる。

また Tab. 4 に、有義波高および卓越波向の実況値が、その1ヶ月間の平均値に対し、どの

Fig. 3 Sea area used for investigating the accuracy of wave prediction

Tab. 2 Mean and standard deviation of the errors in predicted significant wave height

Period of Forecast Area	Mean of Errors			Standard Deviation		
	24 h	48 h	72 h	24 h	48 h	72 h
A	0.33 m	0.49 m	0.79 m	0.84 m	1.26 m	1.59 m
B	0.19 m	0.22 m	0.34 m	0.85 m	1.19 m	1.54 m
C	0.38 m	0.58 m	0.70 m	1.01 m	1.45 m	1.80 m
D	0.41 m	0.66 m	0.87 m	0.83 m	1.23 m	1.49 m
E	0.26 m	0.35 m	0.44 m	0.68 m	0.94 m	1.12 m
F	0.05 m	0.06 m	0.04 m	0.54 m	0.78 m	0.96 m
G	0.08 m	0.17 m	0.24 m	0.66 m	0.85 m	0.96 m
H	0.05 m	0.15 m	0.24 m	0.74 m	1.02 m	1.16 m
Average	0.21 m	0.32 m	0.44 m	0.76 m	1.07 m	1.29 m

Tab. 3 Mean and standard deviation of the errors in predicted predominant wave direction

Period of Forecast Area	Mean of Errors			Standard Deviation		
	24 h	48 h	72 h	24 h	48 h	72 h
A	-5.0 °	-11.7 °	-22.8 °	43.2 °	58.9 °	72.5 °
B	-1.0 °	-6.9 °	-9.7 °	40.1 °	46.8 °	49.1 °
C	-2.0 °	-6.8 °	-12.3 °	41.8 °	55.2 °	61.9 °
D	-2.7 °	-1.7 °	-0.8 °	39.9 °	54.3 °	56.7 °
E	-0.7 °	-2.6 °	-3.7 °	33.7 °	42.4 °	45.7 °
F	0.1 °	4.6 °	6.4 °	33.2 °	41.8 °	44.5 °
G	-0.2 °	-1.1 °	-3.5 °	29.1 °	41.2 °	40.3 °
H	1.9 °	1.9 °	1.0 °	26.2 °	34.8 °	35.8 °
Average	-1.1 °	-2.7 °	-5.2 °	35.4 °	46.5 °	50.2 °

Tab. 4 Standard deviation of the actual wave data for their mean value

Area	Standard Deviation	
	Wave Height	Wave Direction
A	1.50 m	76.6 °
B	1.49 m	47.7 °
C	1.76 m	58.9 °
D	1.54 m	59.7 °
E	1.38 m	50.9 °
F	1.06 m	41.8 °
G	0.84 m	39.6 °
H	0.90 m	32.8 °
Average	1.27 m	50.3 °

程度ばらついているかを示す。Tab. 4 と Tab. 2, Tab. 3 を比べてみると、実況値の平均を予測値として用い

た場合の予測誤差の標準偏差は72時間先の予測値のものとほぼ等しいことがわかる。

さて、第2章で(5)式を導く過程において、有義波高および卓越波向は、予測値を平均値として正規分布をなすと仮定している。しかし調査した波浪データでは、Tab. 2, Tab. 3 に示すように予測誤差の平均値が0でないで、上記の仮定が成り立たない。そこで、第5章で行うシミュレーションでは、各格子点において、予測値に予測誤差の平均値を加えたものを、新たに予測値と考えて使用することにした。

4. 航走させるコンテナ船における船速の予測誤差

第5章で行うシミュレーションでは、16,200G/T, 175m Lpp のコンテナ船を航走させる。このコンテナ船の波浪中における船速は、次式により定まる⁽¹⁾。

$$V = V_0(P) - m(P) \cdot f(h) \cdot g(\phi) \quad (15)$$

$$V_0(P) = 0.905 P^{1/3}$$

$$m(P) = 1.4 + 2.8 \times 10^{-5} P$$

$$f(h) = 12.0 \{1.0 - \exp(-3.2 \times 10^{-3} h^{2.8})\}$$

$$g(\phi) = 0.8 \exp(-4.1 \times 10^{-3} \phi^{2.4}) + 0.2$$

ただし V : 船速 (KT)

P : エンジン出力 (B. H. P.)

h : 有義波高 (m)

ϕ : 相対波向 (deg) [船の針路と卓越波向とのなす角]

Fig. 4 に、エンジン出力 12,500 B. H. P. の場合の速力曲線 (Performance Curve) を示す。図中、ハッチングをほどこした部分は、船首上下加速度 0.8g が 1/1000以上の確率で起こる領域であり、この領域では針路変更するか、エンジン出力を落とすことが必要となる。

さて、有義波高と卓越波向の予測値 $\bar{h}_i$, $\bar{\lambda}_i$ および予測誤差の分散 $\sigma_{h_i^2}$, $\sigma_{\lambda_i^2}$ が与えられた場合、船速の予測誤差の分散 $\sigma_{v_i^2}$ は、(15)式により求めることができる。(15)式により定まる船速について、エンジン出力が 12,500 B. H. P. の時、 $\bar{h}_i$ および $\bar{\phi}_i$ ($=\bar{\lambda}_i - \theta_i$ [θ_i : コース]) に対する偏微分係数 $\partial V / \partial h$, $\partial V / \partial \phi$ を、Fig. 5, Fig. 6 に示す。Fig. 5 より、相対波向が小

Fig. 4 Performance curve of a container ship

Fig. 5 Partial derivative of ship's speed with respect to significant wave height in various wave conditions

Fig. 6 Partial derivative of ship's speed with respect to relative wave direction in various wave conditions

さい時ほど $\partial V/\partial h$ は大きく、また有義波高が 6.7m 付近で $\partial V/\partial h$ は最大となることがわかる。Fig. 6 より、有義波高が大きい時ほど $\partial V/\partial \psi$ は大きく、また相対波向が 53° 付近で $\partial V/\partial \psi$ は最大となることがわかる。

さて、Tab. 2, Tab. 3, Tab. 4 を見ると、有義波高および卓越波向の予測誤差 Δh_i , $\Delta \lambda_i$ の標準偏差はかなり大きい。特に卓越波向については、予測期間が48時間以上の場合、その値が 50° 以上に達する海域もある。したがって、そのように大きな Δh_i , $\Delta \lambda_i$ に対して、船速の予測誤差 ΔV_i を(4)式のように表わすことは無理であり、(5)式も当然成り立たないはずである。しかし、船速の予測誤差の分散 $\sigma_{V_i}^2$ を大ざっぱにでも決定したいという立場から、 Δh_i , $\Delta \lambda_i$ が大きい場合にも(4)式すなわち(5)式が成り立つものとする。

そうした場合、上記コンテナ船において、 σ_{h_i} , σ_{λ_i} がそれぞれ 1.5m, 50° の時の(5)式による船速の予測誤差の標準偏差 σ_{V_i} を、Fig. 7 に示す。Fig. 7 より、予測された波浪状態が追い波の場合には、有義波高が大きくても σ_{V_i} は非常に小さいことがわかる。

5. 航海時間の誤差を見積る問題の

シミュレーション

到着予定時刻 $\hat{t}_N$ の誤差 $\hat{t}_N - t_N$ を、(13)式により定まる Error Index $t_N^+ - t_N^-$ の値で見積ることの有効性を確かめるため、シミュレーションを行った。波浪データは、第3章で述べたものを使用し、航走させる船は第4章で述べたコンテナ船である。

シミュレーションを行う航路として、Fig. 8 に示すような Tokyo~San Francisco を結ぶ5本の航路を設定した。航路の分割数は5本とも60で、距離 $D_0, \dots, D_{59}$ は平均して航路A, B, C, D, Eの順に、75.7, 74.6, 75.9, 79.6, 88.7マイルである。

シミュレーションでは、実況波浪データおよび予測波浪データを用いてコンテナ船を航走させ、 t_N (真の到着時刻) および $\hat{t}_N$, t_N^+ , t_N^- を計算して、 $\hat{t}_N - t_N$ と $t_N^+ - t_N^-$ の関係を調査した。その際、航路の各分割点 X_i [$i = 0, \dots, N$] における波浪状態 (実況値, 予測値, 予測精度) は、分割点を囲む格子点上の値から、時間的・空間的な線形補間を行って算出した。

また、コンテナ船のエンジン出力は12,500 B. H. P. とし、その出力で運航限界 (船首上下加速度 $0.8g$ の発生確率 $1/1000$) を越える場合には、運航限界内に達するまで出力を 100 B. H. P. ずつ落とすことにした。なお、(13)式における $\bar{V}_i + \sigma_{V_i}$ の値が、エンジン出力 12,500 B. H. P. の時の平水速力21ノットを越える場合には、 $\bar{V}_i + \sigma_{V_i}$ を21ノットとすることにした。

1980年5月20日00Zから6月9日00Zまで、12時間おきの出港日時に対する41回の航海の航海時間を、Fig. 9 (a)~(j)に示す。図中、黒い星印が $t_N - t_0$ であり、白い丸印が上から $t_N^+ - t_0$, $\hat{t}_N - t_0$, $t_N^- - t_0$ である (t_0 : 出港時刻)。上下の白い丸印の差が Error Index $t_N^+ - t_N^-$ を表わし、中央の白い丸印と黒い星印の差が、到着予定時刻の誤差 $\hat{t}_N - t_N$ を表わしている。Fig. 9 より、Error Index の値は、到着予定時刻の誤差 $\hat{t}_N - t_N$ のばらつきと相関があることがわかる。

その相関関係を調べるために、5本の航路の東航および西航各41航海の合計410航海について、 $t_N^+ - t_N^-$ の値に対する $\hat{t}_N - t_N$ の値をプロットしたものが Fig. 10 である。Fig. 10 より、明らかに Error Index が大きく

Fig. 7 Standard deviation of the error in predicted ship's speed for various wave conditions.

Fig. 8 Routes used for the simulation

Fig. 9 (a) Route A Eastward voyage

Fig. 9 (b) Route A Westward voyage

Fig. 9 (c) Route B Eastward voyage

Fig. 9 (d) Route B Westward voyage

Fig. 9 (e) Route C Eastward voyage

Fig. 9 (f) Route C Westward voyage

Fig. 9 (a)-(j) Time enroute of each voyage for the date of departure

Fig. 9 (g) Route D Eastward voyage

Fig. 9 (h) Route D Westward voyage

Fig. 9 (i) Route E Eastward voyage

Fig. 9 (j) Route E Westward voyage

なるほど、到着予定時刻の誤差は大きくばらついていることがわかる。Fig. 10 において $t_N^+ - t_N^-$ の値を5時間ごとに区切り、それぞれのバンドの中に入る点の $|\hat{t}_N - t_N|$ の値を平均したものが、Tab. 5 である。(その平均値を、Mean Error と呼ぶことにする。) Tab. 5 には、各バンド内における $|\hat{t}_N - t_N|$ の最大値(符号付き)も示してある。

また、Tab. 5 における $t_N^+ - t_N^-$ の各バンドに含まれる $t_N^+ - t_N^-$ の平均値および $|\hat{t}_N - t_N|$ の平均値の関係をプロットしたのが Fig. 11 である。Fig. 11 より、Error Index と $|\hat{t}_N - t_N|$ の平均値とは、強い正の相関があることがわかる。図中の直線は、プロットしてある点に各バンドのデータ数を重みとして与えた場合の回帰直線である。

Error Index を x (時間)、Mean Error を y (時間) とすれば、回帰直線は、

$$y = 0.12x + 0.58 \quad (16)$$

と表わされる。したがって、出港時に波浪予測データを用いて Error Index $t_N^+ - t_N^-$ を計算することにより、

Fig. 10 Relation between error index and error of time enroute

(16)式からその航海における $|\hat{t}_N - t_N|$ の期待値を求めることができる。

さらに、各航路別、東航・西航別の $|\hat{t}_N - t_N|$ の平均値 (Mean Error) および Error Index の平均値を Tab. 6 に示す。Tab. 6 より両平均値とも、偏西風帯を通過している航路 A, B, C では、東航より西航の方が大きい、貿易風帯を通過している航路 E では、逆になっていることがわかる。

Tab. 5 Mean error of time enroute for the data included in every 5 hours band of error index

Error Index	Number of Data	Mean Error of Time Enroute	Maximum Error of Time Enroute
0 - 5 h	109	1.00 h	-4.60 h
5 - 10 h	133	1.42 h	-11.68 h
10 - 15 h	45	2.09 h	-6.00 h
15 - 20 h	50	2.12 h	5.49 h
20 - 25 h	28	3.70 h	-9.03 h
25 - 30 h	22	2.93 h	6.97 h
30 - 35 h	20	4.80 h	10.27 h
35 - 40 h	3	7.03 h	-8.55 h

6. ま と め

以上、出港時に波浪予測データ (予測値とその精度) および船舶の Performance Curve を用いて到着予定時刻の誤差を、Error Index という量で見積る方法を提案した。そして提案した方法の有効性を、コンテナ船を対象としたシミュレーションにより考察した。

その結果、Error Index は、到着予定時刻の Mean Error (誤差の絶対値の平均値) と強い正の相関があることが確かめられた。したがって、出港時に Error Index を計算することにより、その航海における到着予定時刻の Mean Error を求められることがわかった。

Error Index と到着予定時刻の Mean Error との関係は、航路の形状や長短、航路の分割数にはよらない。(分割数は第2章で述べたように、多いほど好ましい。) ただし、波浪予測精度があまり良くないにもかかわらず、(5)式により船速の予測誤差の分散を計算しているので、Performance Curve の形には影響されると思われる。提案した方法は非常に簡単なものである、Weather Routing を行う際に利用すれば、実用的価値

Fig. 11 Relation between mean error index and mean error of time enroute

Tab. 6 Mean error of time enroute and mean of error index for all voyages in various routes

Route	Eastward Voyage		Westward Voyage	
	Mean Error of Time Enroute	Mean of Error Index	Mean Error of Time Enroute	Mean of Error Index
A	1.69 h	7.18 h	3.49 h	21.83 h
B	1.41 h	6.79 h	3.82 h	30.66 h
C	1.29 h	4.02 h	2.07 h	17.48 h
D	1.38 h	5.94 h	0.88 h	4.95 h
E	2.31 h	11.80 h	0.77 h	3.16 h

値は大きいだろう。

なお今回は、入手した波浪予測データが少なかったため、シミュレーションを数多く行うことができなかった。今後、多くのシミュレーションを行うことにより、Error Index と到着予定時刻の Mean Error との関係を調査する必要がある。

特に、波高の大きな冬季において、Error Index の値が非常に大きくなった場合に、(16)式の回帰直線がそのまま適用できるかどうかは、大きな問題である。また、異なる Performance Curve を有する多くの船舶について

シミュレーションを行い、Error Index と Mean Error の関係に、どの程度の差異が出るのかを調べる必要がある。今後、さらに波浪予測データを入手して、検討を重ねたい。

最後に、F. N. O. C. による波浪データを提供して頂いた、OCEANROUTES (株) の方々に深謝致します。なお本研究の数値計算には、東京大学大型計算機センターの HITAC M-200H を使用したことを付記する。

参考文献

- (1) 萩原秀樹, 巻島 勉: 最適航路に関する考察, 日本航海学会論文集, 第62号, 1980
- (2) Arthur E. Bryson, Jr., Yu-Chi Ho: Applied Optimal Control, Blaisdell Publishing Company, 1969
- (3) 有本 卓: カルマン・フィルター, 産業図書, 1976
- (4) 一瀬正巳: 誤差論, 培風館, 1953

付 録

第2章で、与えられた航路の分割点間の距離 $D_0, D_1, \dots$ が小さい場合には、各分割点における船速の予測誤差 $\Delta V_0, \Delta V_1, \dots$ に相関があると述べた。そこで、 $\Delta V_0, \Delta V_1, \dots$ にどの程度の相関があるのかを、第5章で行ったシミュレーション中、1980年5月20日00Zに San Francisco を出港して、航路Cを西航した場合について調べてみた。

上記航路において、 $D_0, D_1, \dots$ を3マイルとした場合の $\Delta V_0, \Delta V_1, \dots$ およびその自己相関関数を、Fig. 12 に示す。Fig. 12 の横軸は、 $\Delta V_0, \Delta V_1, \dots$ に関しては出発点から分割点までの距離であり、自己相関関数に関しては分割点間の距離である。Fig. 12 より、 $\Delta V_0, \Delta V_1, \dots$ の自己相関関数は分割点間の距離が大きくなってもなかなか0に収束しない。

したがって、 $D_0, D_1, \dots$ をかなり大きくとっても $\Delta V_0, \Delta V_1, \dots$ には相関があり、時刻 $t_0, t_1, \dots$ を Markov 過程と見なすのは難しいことがわかる。

Fig. 12 Example of the error of ship's speed and its auto-correlation function