オメガ・ハワイ局電波 (13.6kHz) の サイクル・アドバンスの数値解析

山下 享子*・田口 一夫**

Numerical Analysis of Cycle Advance with OMEGA
Hawaii (13.6 kHz) as Received at Kagoshima

Michiko YAMASHITA and Kazuo TAGUCHI

Abstract

OMEGA signals (13.6 kHz) from Hawaii are received at Kagoshima in Japan. As the cycle slipping (i. e., the signal phase retards by 1 or 2 cycles) is often seen during sunrise, a numerical work is previously done with use of the east-west mode propagation under an anisotropic and homogeneous ionosphere. In this paper, the cycle advance which occurs during sunset (i. e., the signal phase advances 1 or 2 cycles) is analyzed from consideration of reciprocity between day-to-night and night-to-day propagation geometries. It is concluded that if the complex ionospheric reflection coefficient for the first order mode in the daytime is located in the fourth quadrant, these anomalous phenomena can be realized at sunset and sunrise.

1. 緒 言

鹿児島でオメガ・ハワイ局電波の位相と振幅の連続観測をしているが、日没期および夜間に位相が1サイクルまたは2サイクルも急変する現象、すなわちサイクル・ジャンプがしばしば見られた。この位相急変のうち、位相遅れはサイクル・スリップ、位相進みの場合はサイクル・アドバンスと呼んで区別している。

1サイクルの位相急変が生じると約15kmの船位誤差となり、わが国周辺ではハワイ局電波の利用度が高いため大きな問題となっている。田口は5年間にわたる連続観測結果にもとづいて、サイクル・ジャンプの特性を次のように報告している¹⁾。

- (イ) サイクル・スリップは主として日出時に、サイクル・アドバンスは夜間にも発生するが日没時によく発生する。サイクル・ジャンプのうち、13.6kHzのサイクル・スリップの発生頻度が圧倒的に高い。
- (ロ) サイクル・ジャンプの発生頻度は太陽活動と逆相関にある。
- (ハ) 水沢、東京、豊川、広島、鹿児島、那覇の各地点で、サイクル・ジャンプ発生回数の地理的变化を調べると、東京より西方にむかうに従って増加する。しかも低緯度になる鹿児島と那覇では急増する。

サイクル・ジャンプの発生原因としていくつか挙げられるが、ハワイと鹿児島間の距離は約7,100kmであるから、日没期のサイクル・ジャンプはモード干渉が原因でおこる。

筆者らは発生頻度の最も高かった13.6kHzの日出時のサイクル・スリップにまず注目して、モード理論を用

* 正会員 名古屋市立保育短期大学 (尾張旭市平子町北59)

** 正会員 鹿児島大学水産学部 (鹿児島市下荒田)

いて数値計算を行い、その伝搬の特徴を見出すことができた⁽²⁾。

本論文では、サイクル・スリップの数値計算の際に得られた伝搬定数やモード変換係数をもとにして、日没時に位相が急激に進む 13.6 kHz のサイクル・アドバンスを検討した。

2. 計 算 方 法

日出線上のモード変換係数はすでに Wait によって導出されており、日出線上のモード変換係数と日没線上のモード変換係数との関係にもふれている⁽³⁾。本文の電離層模型は、図1に示すように昼と夜の電離層が直接接続

Fig. 1 Ionospheric model at sunrise and sunset transition

Z_i^D , Z_i^N : surface impedance of ionosphere at day and night,
 IB_0 : geomagnetic field, M, P: mode number, C: transmitter
 at Hawaii, K: receiver at Kagoshima

して日没線を形成しており、この日没線と伝搬路は直交していると仮定する。また、日没線上で VLF 電波の反射は極めて弱いので⁽⁴⁾、この反射を無視すれば電波はすべて透過することになって計算の取り扱いが簡単になる。なお、ハワイと鹿児島は共に磁気緯度約 20°N に位置しているので、水平地球磁界を重畳させた均質異方性電離層のもとで東から西への伝搬とみなした。

日出時と日没時の受信垂直電界強度は円筒座標系で表わすと次式となる⁽²⁾。

$$\begin{aligned}
 (\text{日出時}) \quad E^{DN} = & \frac{Jds}{\sqrt{H_D H_N}} \sum_{M=1}^{\infty} \sqrt{\Lambda_M^D} G_M^D(y_s) e^{-ik_0 S_M^D d_D} \\
 & \cdot \sum_{P=1}^{\infty} S_P^N \sqrt{\Lambda_P^N} T_{P \cdot M}^{DN} G_P^N(y) e^{-ik_0 S_P^N d_N} \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{日没時}) \quad E^{ND} = & \frac{Jds}{\sqrt{H_D H_N}} \sum_{P=1}^{\infty} \sqrt{\Lambda_P^N} G_P^N(y_s) e^{-ik_0 S_P^N d_N} \\
 & \cdot \sum_{M=1}^{\infty} S_M^D \sqrt{\Lambda_M^D} T_{M \cdot P}^{ND} G_M^D(y) e^{-ik_0 S_M^D d_D} \quad (2)
 \end{aligned}$$

上式で、 Jds は垂直電気双極子、 H は電離層の高さ、 Λ は励起係数、 $G(y_s)$ と $G(y)$ は地表面からの高さを変数とする送受信アンテナの高さ利得関数、 d は伝搬距離、 $T_{P \cdot M}^{DN}$ と $T_{M \cdot P}^{ND}$ はそれぞれ日出線上と日没線上におけるモード変換係数である。 S はモード方程式の根であり⁽²⁾、 $k_0 S$ ($k_0 = \omega/c$: c は光速) が伝搬定数となる。添字の N と D は夜と昼を意味し、 M と P はモード次数をあらわす整数である。図1の日出時の電離層を参照すると、式(1)は昼間の通路を M 次モード波が d_D km 伝搬した後、日出線上でモード変換がおこって新しく発生した

P 次モード波が夜間通路 d_N km を伝搬することを意味している。式(2)は式(1)とは逆に、先に夜間通路 d_N km を P 次モード波が伝搬して、日没線上で新しく発生した M 次モード波が昼間通路を d_D km 伝搬していく。

日出線上におけるモード変換係数 $T_{P \cdot M}^{DN}$ はサイクル・スリップの解析の際に、日出線上で昼間の垂直電界強度と夜間の垂直電界強度が等しくなってエネルギーが保存されるという条件から求められている⁽³⁾。従って、日没線上のモード変換係数 $T_{M \cdot P}^{ND}$ がすでに得られている日出線上のモード変換係数 $T_{P \cdot M}^{DN}$ と関係づけられると便利である。図1の日出時と日没時の伝搬状況を見くらべると、東から西への伝搬の向きは同じで、昼間通路 d_D km と夜間通路 d_N km の順序が逆になっているだけであるから、受信点の鹿児島における垂直電界強度は日出時と日没時では等しくなる。つまり、日出時と日没時の垂直電界強度の間には相反定理が成り立つ。今、送受信アンテナが接地してあると仮定するならば、式(1)と式(2)の送受信アンテナの高さ利得関数は1となり、式(1)と式(2)が等しくなる条件より日没線上のモード変換係数 $T_{M \cdot P}^{ND}$ は次式となる。

$$T_{M \cdot P}^{ND} = \frac{S_P^N}{S_M^D} T_{P \cdot M}^{DN} \quad (3)$$

日没時に位相が次第に遅れていくのが正常な変化であるが、逆に位相が進むサイクル・アドバンスが発生するおおまかな目安として式(4)の条件を満足する必要がある。

$$\left| \frac{T_{1 \cdot 2}^{ND}}{T_{1 \cdot 1}^{ND}} \right| > 1 \quad (4)$$

その理由は次の通りである。昼間の1次、夜間の1次と2次の各モード波の位相速度については $v_1^N < v_1^D < v_2^N$ の関係があり、かつ、 $(v_1^D - v_1^N) < (v_2^N - v_1^D)$ が成立する。昼間通路を1次モード波だけが伝搬する時の位相量

Fig. 2 Mechanics of cycle advance

を基準にすると、日没時に夜間通路が長くなるにつれて、夜間の1次モード波から昼間の1次モード波への伝搬では少しずつ位相が遅れ、図2の $N1 \rightarrow D1$ と表示したベクトルが時計回りに回転する。それに対して、夜間通路の2次モード波から昼間通路の1次モード波への伝搬では位相が進みはじめ、図2では $N2 \rightarrow D1$ と表示したベクトルが反時計回りに回転する。従って、式(4)が満足されて、 $N2 \rightarrow D1$ で表わしたベクトルの大きさが $N1 \rightarrow D1$ で表示したベクトルより大きくなれば、受信垂直電界強度は両者のベクトル合成になるので、ベクトルの大きい $N2 \rightarrow D1$ が優勢となって位相は進み、サイクル・アドバンスが生じるからである。なお、図2は説明のために位相の進み・遅れの角度やベクトル量は任意の大きさで描いてある。

3. 計算結果

サイクル・アドバンスがおこる条件式(4)は式(3)を用いると、近似的に次式となる。

$$\frac{|T_{1,2}^{ND}|}{|T_{1,1}^{ND}|} = \frac{|S_2^N|}{|S_1^N|} \frac{|T_{2,1}^{DN}|}{|T_{1,1}^{DN}|} \approx \frac{|T_{2,1}^{DN}|}{|T_{1,1}^{DN}|} > 1$$

サイクル・スリップがおこる条件が $|T_{2,1}^{DN}|/|T_{1,1}^{DN}| > 1$ であったから⁽²⁾、サイクル・スリップが生じる昼夜の電離層のパラメータの組み合わせせなれば、サイクル・アドバンスもおこることになる。

先の論文でサイクル・スリップが生じる昼夜の電離層パラメータの組み合わせは次の通りであった。

夜間: $H_N=85\text{km}$, $N_N=100\sim 250\text{ c.c.}^{-1}$
 $\nu_N=8.5\times 10^5\text{ s}^{-1}$

昼間: $H_D=80\text{km}$, $N_D\geq 500\text{ c.c.}^{-1}$
 $H_D=75\text{km}$, $N_D\geq 100\text{ c.c.}^{-1}$
 $\nu_D=1\times 10^6\text{ s}^{-1}$

ただし、 N は電子密度、 ν は電子の衝突回数である。

Fig. 3 Theoretical example of cycle advance at dusk, arrows show two cycle advances

$$H_N=85\text{km}, \nu_N=8.5\times 10^5\text{ s}^{-1}, N_N=100\text{cm}^{-3}, H_D=80\text{km}, \nu_D=1\times 10^6\text{ s}^{-1}, N_D=500\text{cm}^{-3}$$

これらの電離層パラメータを用いて高次モードも考慮したサイクル・アドバンスの計算例を図3に示した。

$|T_{1,2}^{ND}|/|T_{1,1}^{ND}|=3.5$ の場合であり、日没線がハワイから約 1,200km を通過する頃から位相が急激に進んでいる。

4. ま と め

サイクル・スリップがおこる昼夜の電離層パラメータの組み合わせを使えば、サイクル・アドバンスも生じることが数値計算でも確認できた。ここで、日没時におこるサイクル・ジャンプの伝搬の特徴として、1次モード波と2次以上の高次モード波に対する電離層の複素反射係数がどの象限にあるかについて表1のようにまとめることができた。この表からサイクル・ジャンプが発生するには昼間の1次モード波の電離層反射係数が第4象限になればおこらず、そのためには電子密度よりもむしろ衝突回数が $1\times 10^6\text{ s}^{-1}$ になる方が重要であった。

付記 本論文の数値計算は名古屋大学大型計算機センターの FACOM-200 を用いた。

表 1 サイクル・ジャンプ発生の有無に対する各モード波の複素反射係数の象限

モード次数 サイクル・ジャンプ発生の有無	昼		夜	
	1次モード	高次モード	1次モード	高次モード
発生する	IV	IV	III	IV
発生しない	III	IV	III	IV

参 考 文 献

- (1) K. Taguchi : "Cycle jump on the signals of OMEGA received in the North Pacific : Experimental results", Proc. of 5th International OMEGA Meeting, pp. 23. 1-15 (1980)
- (2) 山下享子, 田口一夫 : 「オメガ・ハワイ局電波 (13.6 kHz) のサイクル・スリップの数値解析」, 日本航海学会論文集, 第66号
- (3) J. R. Wait : "Mode conversion and refraction effects in the earth-ionosphere waveguide for VLF radio waves" J. Geophysical Res., 73, pp. 3537-3548 (1968)
- (4) J. R. Wait : "On the theory of VLF propagation for a step model of nonuniform earth-ionosphere waveguide", Can. J. Phys., 46, pp. 1979-1983 (1968)

質 疑 応 答

長谷川健二 (海技大学校) :

- (1) 東から西への伝播のもとで, 日没時にサイクル・アドバンスがおこるような電離層の状態が存在する時, もし電波が西から東へと逆に伝播するならば相反定理によって受信局ではサイクル・スリップが起こると考えてよろしいか。もっとも, 東→西と西→東の伝播では電波の減衰度が違いますが。
- (2) 昼間帯の電離層の高さを75, 80kmに設定したのは衝突回数が $1 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ なら合理的な値だからですか。

山下享子 :

- (1) 東から西への電波伝搬の向きが不変であるから, 日没時と日出時では相反定理が成立するというのが本文の主旨です。従って, 地球磁界が重量しているモデルでは, 屈折率が方向性によって異なるので電波の伝搬定数も異なり, 相反定理の考え方が成立しません。御質問のような現象は起こりません。
- (2) サイクル・ジャンプがおこるには電子密度よりも昼間の電子の衝突回数が $1 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ になるのが重要です。衝突回数の高さ分布を調べますと 75~80km になりますので, 御質問の通りです。