航空機対の相対垂直距離の分布

長 岡 栄*

Distribution of Relative Vertical Distances of Pairs of Aircraft

Sakae NAGAOKA

Abstract

Data on height keeping errors of approximately twenty thousands aircraft flying at or above flight level 200 (20,000 feet) have been collected using the specially designed height finding radar (NAMS: Navigation Accuracy Measurement System) installed under a trunk airway (at Sendai Airport). The data are analysed for the purpose of studying the distribution of relative vertical distances (RVD) of aircraft pairs in order to estimate the probability of vertical overlap of an aircraft pair.

This paper describes the observed distribution of the RVD (which is defined as the difference of two measured heights of a pair of aircraft) obtained by observation of cruising height of aircraft passing over the NAMS site. A parameterization based on the maximum likelihood estimation for the distribution of RVD of aircraft is made assuming that the probability density function (pdf) of the height keeping error, $f(x)$ is the double exponential distribution, i. e.,

$$f(x) = (2\lambda)^{-1} \exp(-|x|/\lambda)$$

where λ is a scale parameter. Two models of pdf of RVD based on this distribution are applied for this parameterization. Results indicate that the model in which the effects of measurement errors are taken into account fits fairly well to the empirical distribution. In addition to this several statistical characteristics of distributions of RVD data are discussed in this paper.

1. ま え が き

航空路システムの安全性を評価するには、指標として、一定期間内におこる空中衝突事故件数の期待値が使われる。この期待値は衝突の数学モデル⁽¹⁾により衝突確率を計算して求められる。このモデルでは、航空機の航法誤差、システム内の管制間隔基準、航空交通のダイナミックス、航空機の特性などに関するパラメータが用いられる。このうち重畳確率は航法誤差に関係する重要なパラメータであるため、その実測データに基づく推定をすることが一つの課題となっている。

衝突確率の算出に必要な重畳確率は、ふつうには、まず航法誤差の分布関数を求め、次にこの畳込み積分を計算して求める。しかし、垂直方向の航法誤差の場合には、飛行すべき高度が気圧に依存するため、分布関数の直接測定は困難である。この代替策として提案されたのが、航空機対の垂直相対距離（または高度差）の分布を調べる方法⁽⁵⁾⁽⁹⁾である。

筆者らは、後者により重畳確率を推定するため、測高レーダを用いて、1978年から1983年まで、仙台空港の近傍で、上空を通過する巡航機の飛行高度を観測し続け、飛行データを収集してきた。今回、取得した約2万機分のデータを解析し、相対垂直距離の分布を調べたのでその結果を報告する。

* 正会員 運輸省電子航法研究所（〒181 三鷹市新川6-38-1 電子航法評価部）

本報告では、まずこのデータから相対垂直距離の分布を調べる方法とその解析結果について述べる。ついで、実測データからパラメトリックな形で相対垂直距離の分布を特徴づけることについて考察する。

2. 相対垂直距離の定義と意味

2.1 相対垂直距離と重畳確率

本稿で高度維持誤差とは、図1のように、割当フライト・レベルの高さと航空機の実飛行高度との差で定義する。高度維持誤差をしるには、割当フライト・レベルの実高度の情報が必要である。ところが、フライト・レベルは標準大気で目盛られた高度計の指示値に相当し、この幾何学的高度は航空機が飛行する大気の状態に依存する。このため、地上で得た測高データから高度維持誤差を推定するのは困難である。

そこで、この方法の代わりに提案されたのが相対垂直距離 (Relative Vertical Distance: RVD と略す) による解析方法⁽⁵⁾⁽⁷⁾⁽⁹⁾である。ここで、相対垂直距離とは、図2に示すように、時間的に隣接して同一フライト・レベルを飛行した航空機対の測定高度の差のことである。この方法を用いれば垂直方向の重畳確率が相対垂直距離の分布から直接に推定できる。

本データ収集作業の目的は Reich の衝突モデル⁽¹⁴⁾のパラメータの一つである垂直重畳確率(垂直間隔 S を与えられた航空機対が垂直方向で重なる確率) $P_z(S)$ を実測データに基づき推定することである。これは、高度維持誤差の確率密度関数を $f(x)$ として、次の式で表わされる。

$$P_z(S) = \int_{S-\lambda_z}^{S+\lambda_z} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) f(x+z) dx dz \quad \dots\dots(1)$$

ただし、 λ_z は航空機の垂直方向の寸法(高さ)である。

ところが、垂直方向の航法誤差の場合、前述の理由から、 $f(x)$ の直接測定は困難である。そこで、

(1)式の近似値を測高データから直接に推定するため、提案されたのが相対垂直距離の分布を調べる方法⁽⁷⁾⁽⁹⁾である。この方法は、図2のようにレーダで取得した、同一フライト・レベルを割当られた航空機についての測高データの時系列 $[X_1, X_2, \dots, X_n]$ から、時間的に隣接した航空機対の高度 X_i, X_{i+1} と、それぞれのデータ取得時刻 t_i, t_{i+1} とを考える。このとき、相対垂直距離として次式を定義する。

$$Z_j \equiv X_{i+1} - X_i \quad \dots\dots(2)$$

$$\text{ただし} \quad |t_{i+1} - t_i| \leq T \quad \dots\dots(3)$$

ここで、 T は航空機対を選ぶための時間ゲートである。文献[9]によると、測定誤差の影響が無視できるとき、航空機の垂直方向の寸法を λ_z として、間隔 S にする垂直重畳確率は次の式で近似出来る。

図1 測定高度と高度維持誤差の関係のモデル

図2 相対垂直距離の概念図。同一フライト・レベルで時間ゲート T 内にある航空機対を考える。

$$P_z(S) \doteq \int_{S-\lambda z}^{S+\lambda z} C^*(z) dz \quad \dots\dots(4)$$

ただし、 $C^*(z)$ は相対垂直距離の pdf である。したがって、 Z_j の分布を調べ、区間 $[S-\lambda z, S+\lambda z]$ 内に入るデータ数を調べれば、 $P_z(S)$ の推定値が得られる。

実際のデータ処理では、特定のフライト・レベルから抽出したデータだけでは標本数が少ないので、いくつかのフライト・レベルのデータをひとまとめにして統計値を求める。また、RVDデータは相互に統計的に独立であることが必要なので、測高データはRVDデータをつくるとき1度限りしか使用しない。

2.2 測高値の数学モデルと $C^*(z)$

レーダによる測定高度 X は次のようにモデル化できる。

$$X = e_h + e_m + H_{FL} + \Delta h(t, \mathbf{r}) \quad \dots\dots(5)$$

ただし、
 e_h 高度維持誤差
 e_m レーダの高度測定誤差
 H_{FL} 割当フライト・レベルの公称値
 $\Delta h(t, \mathbf{r})$ 時刻 t , 位置 $\mathbf{r}$ における割当フライト・レベルの高さとフライト・レベルの公称値との差

である。いま航空機 i と航空機 $i+1$ の各データに添字を付し、二つの測高データの差を考え、これを Z とすると

$$Z = e_{h,i+1} + e_{m,i+1} - (e_{h,i} + e_{m,i}) + \Delta h(t_{i+1}, \mathbf{r}_{i+1}) - \Delta h(t_i, \mathbf{r}_i) \quad \dots\dots(6)$$

時間ゲートは Δh の項が $\Delta h(t_{i+1}, \mathbf{r}_{i+1}) \doteq \Delta h(t_i, \mathbf{r}_i)$ とみなせるように選ぶ。今回の解析では、 $|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{i+1}| < 28\text{NM}$ で、位置の差異による影響は測定時間の差異による Δh の変動に比較して無視できる〔付録1〕。 Δh の項が無視できるとき、

$$Z = e_{h,i+1} - e_{h,i} + e_{m,i+1} - e_{m,i} \quad \dots\dots(7)$$

となる。ここで、各項は統計的に独立と考えられ、高度維持誤差の pdf を $f(u)$ 、測定誤差の pdf を $g(u)$ とすると、 Z の pdf $C^*(z)$ は

$$C(z) \doteq \int_{-\infty}^{\infty} f(u) f(u+z) du \quad \dots\dots(8)$$

$$\gamma(v) \doteq \int_{-\infty}^{\infty} g(u) g(u+v) du \quad \dots\dots(9)$$

として、次式で表わされる。

$$C^*(z) = \int_{-\infty}^{\infty} C(u) \gamma(z-u) du \quad \dots\dots(10)$$

ここで、 $C(z)$ は(1)式の積分の内部に相当し、重量密度関数と呼ぶ。これは測定誤差がないときの Z の pdf である。一方、測定誤差を考慮したときの Z の pdf が(10)式である。

3. データ収集と解析

3.1 データ収集

電子航法研究所では1978年から1983年にかけて、岩沼分室(仙台空港)に測高レーダ(NAMS: Navigation Accuracy Measurement System)⁽⁶⁾⁽⁹⁾⁽¹¹⁾⁽¹²⁾を設置し、上空通過機の高度に関するデータ収集を続けてきた。図3はNAMS設置場所(仙台空港)と航空機の飛行経路との関係を示す。上空の航空交通の流れとしては、AZM(吾妻)からMX(松島)を経て北上する北行便とMXからGO(大子)に向かう南行便とがある。原則として北行便は、フライト・レベル(FL)290(29,000ftに相当)以上の高度ではFL290, 330, 370, …の高度を、FL290以下ではFL270, FL250, のように最初の2桁の数字が奇数のフライト・レベルを割当られる。南行

便はFL290以下では偶数のフライト・レベル（FL280, FL260, …）を, FL290以上ではFL310, FL350, FL390…を割当られる。

NAMS で得た航空機の高度データは, 当該機がどのフライト・レベルを割当られていたかを調べるため, 航空交通管制部で使用されている運航票（航空管制に使用される飛行計画を記載した紙票）データと照合した。測高データに対応する約2万機分の運航票データを抽出し, 次の要領により照合した。

i) MXまたはMX T（松島）の通過時刻（管制官により記入された値, 記入がないものは運航票に印字された予定時刻を採用）を調べ, NAMS の観測時刻と照合する。

ii) 通過時刻に矛盾がなく, NAMS による測高値と割当フライト・レベルが矛盾しないもの（観測日の実高度と気圧高度の差の現れかたから見当が付く。）を選び運航票データと照合した。

iii) NAMS 上空で巡航高度に達していると思われるデータを調べるため, 運航票に高度変更（または上昇中）のマークが記載されているものやアビーム（飛行予定経路から逸脱して飛行すること）の印があるものは除いた。明らかに矛盾が生じるもの（運航票のプリント・ミス, NAMS の出力データのプリント・ミス等）も除外した。

iv) 北行便の中には, 特に夏期に, 上昇性能が良くないため NAMS 上空では未だ巡航高度に達しないものもある。このため, FL290以上のデータの解析では, FL330とFL370のデータは処理から外した。

3.2 データ解析

NAMS で収集したデータ（計器飛行方式による巡航機約2万機分）のうち3.1の運航票と照合できたものから相対垂直距離データを抽出し, これを解析した。ここで, 相対垂直距離は(2)式を用い, データ取得時刻は(3)式を満たすようにしてある。 X_i はあるフライト・レベル（気圧高度）を割当られた航空機の測定高度の時系列で高度データ対は, それぞれの測定時刻 t_i ($i=1, 2, \dots, n$) が大気の状態による変化が無視できる程度に近接したものを選び, $|t_{i+1}-t_i| < T$ を満たすものに限った。ここで, T は小さすぎると利用出来るデータ数が少なくなり, 大きすぎると大気の状態変動による擾乱の影響〔付録1〕が大きくなる。このため, $T=120$ 分とした。

4. 解析結果

4.1 FL200以上のデータ

NAMS では通常FL200以上のデータを収集している。そこで, FL200以上の各FLのデータをひとまとめにして, その相対垂直距離の分布を調べたのが図4である。得られた相対垂直距離 Z の標本数は6,439対で, 横軸は Z の絶対値をとり, 縦軸は50ft毎の相対度数である。表1には各フライト・レベル毎の測高データの標本数とそれから抽出した相対垂直距離データの標本数 N_r , $|Z|$ が500ft以上のRVDデータの件数を示した。

図3 NAMS の設置場所と航空路の位置関係
(仙台空港近傍, 1983年3月まで)

図4 フライト・レベル20,000ft以上の航空機の相対垂直距離の分布 (NはRVDの標本数。mおよびsdはそれぞれ, 絶対値をとらないRVDの平均と標準偏差。Tは時間ゲート。)

表1から、分かるようにFL330, FL370では $|Z| \geq 700$ ftのデータがあり、とくに、上昇性能が衰える夏期のデータにその傾向が著しい。これは、AZM→MXへ向かう飛行経路を松島で巡航高度になるように飛行する航空機のうち、NAMS上空ではまだ巡航高度に達していないものによるためと考えられる。ここで、データの検討に使用した情報は、NAMSによる測高データ(1982年からはSSR(2次監視レーダ)が付加され⁽¹²⁾、飛行方向、モードC(気圧高度)データによる気圧高度、モードAによる航空機の識別符号などが分かるようになった)と運航票に記載された飛行計画情報、管制官により記載された情報(高度変更、経路変更、MX上空通過時刻など)だけである。検討結果から高度変更中と考えられるものやアビームのように原因が明らかなものは除外したが、明白な理由が見出せないものはすべてデータとして採用した。

4.2 FL290以上のデータ解析

本研究の最終目的はFL290以上の高高度で垂直間隔基準を現行の2,000 ftから1,000 ftに短縮できる可能性を検討することで、興味の対象はFL290以上のデータである。そこで、FL290以上のデータに限定して解析した。FL330とFL370のデータについては、巡航高度に到達していないデータが多く含まれている真れがあるのでFL290以上のデータ解析から除外した。なお、FL290については、これをも除くと、データ数があまりにも少なくなり統計的意味が薄れるため、巡航状態に到達していないデータを含むおそれは残るが、これは解析対象

表1 各フライト・レベル毎のデータ数とRVDが500 ft以上のデータの出現頻度

フライト レベル ($\times 100$ ft)	相対垂直距離(RVD) データ			Z ≥ 500 ft のRVDデータの数			高度データ 標本数
	Nr	m (ft)	sd (ft)	500ft以上	500~700 ft	700 ft以上	
200	18	-10.0	180	0	0	0	153
210	13	-47.2	111	0	0	0	169
220	42	-37.1	126	0	0	0	394
230	42	-26.0	186	1	0	1	441
240	70	-14.4	120	0	0	0	512
250	73	3.5	187	2	1	1	566
260	175	-20.6	112	0	0	0	843
270	282	-5.7	104	1	1	0	1,111
280	672	1.8	123	3	3	0	1,997
290	1,161	-2.0	116	2	2	0	2,905
310	1,409	-0.3	111	0	0	0	3,394
330	973	-6.4	149	7	2	5	2,559
350	865	-1.4	132	3	3	0	2,293
370	490	-1.5	207	14	4	10	1,548
390	154	5.8	125	0	0	0	649
410	0	-	-	-	-	-	37
430	0	-	-	-	-	-	3
	6,439			33	16	17	19,574

Nr: 各フライト・レベル毎のデータの標本数。

m: RVDデータの平均。 sd: 標準偏差(これらは絶対値をとるまえの統計値)

図5 フライト・レベル 29,000 ft 以上 (FL 330, FL 370 は除外) の航空機の横方向逸脱量の分布 (m は平均, N はデータの標本数, sd は標準偏差, $skew$ は歪度, $kurtosis$ は尖度)。RVD データとして採用しなかったデータも含めてある。

図6 フライト・レベル 29,000 ft 以上 (FL 330, FL 370 は除外) の航空機の相対垂直距離の分布 (m は平均, N はデータの標本数, sd は標準偏差, $skew$ は歪度, $kurtosis$ は尖度である。)

とした。

図5はFL 290以上 (FL 330, FL 370 は除外) の航空機の横方向逸脱量: d (NAMS 設置場所を原点としてMXとGOを結ぶ飛行経路にほぼ直交する軸と航空機の飛行航跡の交点に相当) の分布を示したものである。 d は海側が正に、陸側 (西側) が負にとってある。多くの被測定機は図3の航空路A7に添ってNAMSの位置から海側に約5 NM離れた上空を通過しているのがわかる。

図6はFL 290以上 (FL 330 と FL 370 は除外) のデータの Z の分布である。区間は 50 ft 間隔で縦軸は相対度数である。 Z の平均値は -0.86 ft で殆ど 0 に近く、歪度 ($skewness$) $=0.06$ で対称性がよい事を示している。また、尖度 ($kurtosis$) $=4.21$ で正規分布よりも中心集中度が高いことが分かる。なお、正規分布では尖度 $=3.0$ である。

ここで、相対垂直距離の分布は $Z=0$ について対称と考えてよいので、絶対値をとった $|Z|$ をプロットするのが便利である。図7は図6のデータを縦軸を対数目盛で表わした相対度数、横軸に $|Z|$ をとって示した図である。併せて各区間にデータが落ちる確率が二項分布に従うと考えて、〔付録2〕の方法により推定した95%信頼区間をプロットしてある。度数が0の場合でも、その区間内の確率密度が0であるわけではない。標本数が3,589程度では、95%信頼区間を考慮すると 10^{-3} のオーダーの議論しかできない。

図7 フライト・レベル 29,000 ft 以上 (FL 330, FL 370 は除外) の航空機の相対垂直距離の分布と95%信頼区間幅の推定値 (図中の棒)

5. 分布関数の当てはめ

5.1 分布関数の仮定

Hsu⁽⁹⁾によると、個々の航法誤差が平均0、分散 V の正規分布で、個々の V の分布が負の指数分布にしたがうと仮定すると航法誤差の分布は両側指数 (Double Exponential: DEと略記する) 分布になることが示されている。また、Rigolizzo⁽¹³⁾ はフライト・テクニカル・エラーの pdf が次の混合型両側指数 (Double Double Exponential: DDE) 分布でよく近似できることを報告している。

$$f(x) = \frac{1-\alpha}{2\lambda_1} \exp(-|x|/\lambda_1) + \frac{\alpha}{2\lambda_2} \exp(-|x|/\lambda_2) \quad \dots\dots(11)$$

ここで、 $\lambda_1=39.8$ ft, $\lambda_2=123.3$ ft, $\alpha=3.98 \times 10^{-3}$ である。図1のように、高度維持誤差とフライト・テクニカル・エラーは等価ではないが、その分布の概形は大差ないと思われる。 α のオーダーを考慮すると本稿の標本数程度では(11)式の第1項が支配的になっているはずである。

以上の理由から、ここでは、高度維持誤差の pdf として、次のDE分布を仮定し、最尤推定法によるあてはめを考える。高度維持誤差の pdf: $f(x)$ として

$$f(x) = (1/2\lambda) \exp(-|x|/\lambda) \quad \dots\dots(12)$$

を仮定する。ここで、 λ はスケール・パラメータである。

5.2 相対垂直距離の pdf のモデル

ここでRVDの pdf として、(12)式をそれぞれ(8)式、(10)式に代入して導き出される次の2つのモデルを仮定する。

i) [モデル1] 測定誤差を無視した分布

測定誤差が含まれないときのRVDの pdf: $C(z)$ は次式で与えられる。

$$C(z) = (4\lambda^2)^{-1} (|z| + \lambda) \exp(-|z|/\lambda) \quad \dots\dots(13)$$

ii) [モデル2] 測定誤差を考慮した分布⁽¹⁰⁾

中心付近 ($Z=0$ 近傍) の分布は測定誤差 (測高誤差と大気の状態変化による擾乱) の影響が大きいはずで、この擾乱の pdf: $g(u)$ を正規分布 $N(0, \sigma_m^2)$ と仮定する。このとき、 $\sigma \equiv \sqrt{2}\sigma_m$ として(10)式を計算すると、相対垂直距離 Z の分 pdf: $C^*(z)$ は

$$\begin{aligned} C^*(z) = & (\sigma^2/2\lambda^2) \gamma(z) + (4\lambda^2)^{-1} \exp(\sigma^2/2\lambda^2) \\ & \times [\exp(-z/\lambda) (\lambda + C_1) \phi(-C_1/\sigma) \\ & + \exp(z/\lambda) (\lambda + C_2) \phi(-C_2/\sigma)] \quad \dots\dots(14) \end{aligned}$$

$$\text{ただし} \quad C_1 = z - \sigma^2/\lambda \quad \dots\dots(15)$$

$$C_2 = -z - \sigma^2/\lambda \quad \dots\dots(16)$$

$$\phi(u) = (\sqrt{2\pi})^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-t^2/2) dt \quad \dots\dots(17)$$

$\gamma(u)$ は(9)式の値で平均0、標準偏差 σ の正規分布である。普通には、 $f(x)=f(-x)$ で対称性があり、その結果として $C(z)=C(-z)$ となるので、相対垂直距離 Z の絶対値をとったものを考えればよい。 Z として $|Z|$ を考えると、その pdf: $\rho(z)$ は、 $z \geq 0$ に対し

$$\rho(z) = \begin{cases} 2 C(z) & \text{[モデル1]} \\ 2 C^*(z) & \text{[モデル2]} \end{cases} \quad \dots\dots(18)$$

$$\dots\dots(19)$$

で表わせる。

5.3 最尤推定法によるパラメータライゼーション

(18), (19)式の pdf を仮定し、実測データ: $z=[z_1, z_2, \dots, z_i, \dots, z_n]$ からパラメータ λ, σ を最尤推定法により推定した。この方法は実測データに基づき、結合確率密度を最大にするように未知パラメータを定めることと等価である。いま k 個の未知パラメータを $\Omega=[\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_k]$ としたとき、尤度関数(次式で定義される対数尤度): $L(\Omega|z)$ は次のように書ける。

$$L(\Omega | z) = \ln [\rho(\Omega | z_1) \rho(\Omega | z_2) \cdots \rho(\Omega | z_n)] \quad \cdots \cdots (20)$$

この尤度関数を最大にする Ω_j ($j=1, 2, \cdots k$) は次式を満足しなければならない。

$$\frac{\partial L(\Omega | z)}{\partial \Omega_j} = \frac{\partial}{\partial \Omega_j} \sum_{i=1}^n \ln [\rho(\Omega | z_i)] = 0 \quad \cdots \cdots (21)$$

〔モデル1〕の場合、 $\Omega_1 = \lambda$, ($k=1$) で尤度方程式は次のようになる。

$$\sum_{i=1}^n [\lambda^2 / (\lambda + z_i)] + \sum_{i=1}^n z_i - 2n\lambda = 0 \quad \cdots \cdots (22)$$

〔モデル2〕の場合は $\Omega_1 = \lambda$, $\Omega_2 = \sigma$, $\rho(\Omega | z) = 2 C^*(z)$ である。このとき尤度関数は次式を同時に満たすことが必要である。

$$\partial L(\lambda, \sigma | z) / \partial \lambda = 0 \quad \cdots \cdots (23)$$

$$\partial L(\lambda, \sigma | z) / \partial \sigma = 0 \quad \cdots \cdots (24)$$

これらの方程式を電子計算機により λ および σ について解き、最尤推定量を求めた。

5.4 推定結果

図8は図7のデータを(18)式および(19)式の分布関数に当てはめ、推定したパラメータによる計算値をプロットしたものである。またモデルの適合度の基準としては AIC (Akaike Information Criterion)⁽⁴⁾ を用いて、2つのモデルの良さを比較した。ここでAICはモデルの良さを表す基準で

$$AIC = -2 \times (\text{最大対数尤度}) + 2 \times (\text{モデルのパラメータ数}) \quad \cdots \cdots (25)$$

であり、この値が小さい程、良いモデルであることが知られている。

●印は〔モデル1〕による計算値で、推定値は $\hat{\lambda} = 60.27 \text{ ft}$ で、 $AIC = 39,397.5$ である。□印は(19)式のモデルをあてはめた場合で、 $\hat{\lambda} = 52.32 \text{ ft}$, $\hat{\sigma}_m = 38.6 \text{ ft}$ ($\sigma = \sqrt{2} \times 38.6 = 54.5 \text{ ft}$), $AIC = 39,376.7$ である。両者のAICを比べると、〔モデル2〕のほうが良いモデルであることがわかる。なお、(23)式、(24)式を解くに際しては、(23)式を満たしつつ電子計算機で σ_m を 0.1 ft 毎に変化させて(24)式を解き、AICを最小にするときの $\hat{\lambda}$, $\hat{\sigma}_m$ を求めた。

表2には実測分布の度数と各モデルによる計算値との比較結果を示す。表2のデータをもとに各区間の度数を用い (500 ft 以上の区間はひとまとめとした) χ^2 検定をした。その結果、〔モデル1〕の χ^2 値は 37.40, 〔モデル2〕では $\chi^2 = 19.90$ で、自由度10で有意水準2.5%の χ^2 値は 20.48 である。従って、危険率2.5%で〔モデル2〕に従うという仮説は棄却できない。

図8のグラフでは明白な差異は認めやすすくない

が、注意深くみると、〔モデル2〕のほうが、中心部で実測値とよく一致しているのがわかる。図8の実測値とあてはめた分布とを比べると $|Z| = 350 \text{ ft}$ 付近で不一致が見られる。実測値の分布では $|Z| = 300 \text{ ft}$ あたりから、モデルによる計算値より減少の傾きがゆるやかになっているように見える。また、文献〔13〕のフライト・テク

図8 量尤推定法により当てはめたモデルによる分布と実測度数の比較 (〔モデル2〕のほうが〔モデル1〕よりも適合度が良い)

表2 実測度数とモデルによる度数の比較

区 間 (ft)	実測度数		期待度数 [モデル 1]		期待度数 [モデル 2]	
	Fr	Fr/n	Fr	Fr/n	Fr	Fr/n
0 - 50	1,279	3.57×10^{-1}	1,373.9	3.83×10^{-1}	1,291.5	3.60×10^{-1}
50 - 100	989	2.76×10^{-1}	965.5	2.69×10^{-1}	1,001.8	2.79×10^{-1}
100 - 150	663	1.85×10^{-1}	580.9	1.62×10^{-1}	631.0	1.76×10^{-1}
150 - 200	332	9.25×10^{-2}	323.1	9.00×10^{-2}	344.5	9.60×10^{-2}
200 - 250	194	5.41×10^{-2}	171.3	4.77×10^{-2}	172.2	4.80×10^{-2}
250 - 300	73	2.03×10^{-2}	88.0	2.45×10^{-2}	81.5	2.27×10^{-2}
300 - 350	25	6.97×10^{-3}	44.2	1.23×10^{-2}	37.2	1.04×10^{-2}
350 - 400	13	3.62×10^{-3}	21.8	6.07×10^{-3}	16.6	4.62×10^{-3}
400 - 450	9	2.51×10^{-3}	10.6	2.96×10^{-3}	7.2	2.02×10^{-3}
450 - 500	7	1.95×10^{-3}	5.1	1.42×10^{-3}	3.1	8.70×10^{-4}
500 - 550	3	8.36×10^{-4}	2.4	6.79×10^{-4}	1.3	3.70×10^{-4}
550 - 600	1	2.79×10^{-4}	1.2	3.22×10^{-4}	0.6	1.56×10^{-4}
600 - 650	1	2.79×10^{-4}	0.5	1.51×10^{-4}	0.2	6.54×10^{-5}
650 - 700	0	0	0.3	7.09×10^{-5}	0.1	2.72×10^{-5}
700 - 750	0	0	0.1	3.30×10^{-5}	0.0	1.12×10^{-5}
750 - 800	0	0	0.1	1.53×10^{-5}	0.0	4.62×10^{-6}
800 - 850	0	0	0.0	7.09×10^{-6}	0.0	1.89×10^{-6}
850 - 900	0	0	0.0	3.27×10^{-6}	0.0	7.73×10^{-7}

$\hat{\lambda} = 60.27 \text{ ft}$ [モデル 1], $\hat{\lambda} = 52.32 \text{ ft}$, $\hat{\sigma}_m = 38.60 \text{ ft}$ [モデル 2]

Fr: 度数 n: 相対垂直距離データ数 (=3,589)

期待度数は与えられた pdf を用い Simpson の公式による数値計算で求めた。

ニカル・エラーの分布が DDE 分布でよく近似されるということを考慮しても、2つの DE 分布の混合形である DDE 分布についても当てはめを試みる必要があるように思える。また、今回の解析では、RVD の標本数が 3,589 と少ないため相対度数が 10^{-4} の部分までは言及できない。裾の分布については、さらにデータ収集し、その解析結果を待つ必要がある。

なお、[モデル 2] を考えたとき(6)式の Δh の項による擾乱の影響については[付録 3]を参照されたい。

6. む す び

測高レーダで得た航空機の飛行高度データから、航空機対の垂直方向の重畳確率を推定するための基礎資料として、相対垂直距離 (RVD) の分布を調べた。約 2 万機分のデータから 3,589 個の RVD データが得られた。これを解析しその分布を明らかにするとともに、高度維持誤差 (HKE) の確率密度関数が両側指数分布 (DE 分布) に従うと仮定し、最尤推定法による分布関数のあてはめを試みた。その結果、次のことが分かった。

- 1) RVD データの分布は中心に関し対称で、中心付近は正規分布に近く、裾は指数分布に近い変化を示す。
- 2) RVD データに、HKE が DE 分布をすると仮定して導いたモデルをあてはめると、測定誤差による擾乱の影響を考慮したモデルは測定誤差を無視したモデルより適合度が良い。

今後の検討課題としては、RVD の分布型としてパラメータ数の多い混合型両側指数分布 (DDE 分布) による当てはめ、適当な時間ゲートについての検討などがある。1983 年以降は和歌山県串本で、NAMS による同種のデータ収集を行っている。今後、これで得られたデータをも併せて解析してみたい。

〔謝辞〕 運航票データ収集に際し、ご協力いただいた運輸省東京航空交通管制部の関係各位、並びに NAMS の製作・データ収集等で何かとご協力いただいた電子航法研究所の関係各位、現東北大学電気通信研究所 佐野雅

己氏に感謝します。

参 考 文 献

- (1) Akaike, H, "A New Look at the Statistical Model Identification", IEEE Trans. on Auto. Cont., vol. AC-19, No. 6, pp. 716-722, 1974
- (2) Hald, A.,: Statistical Theory with Engineering Applications, John Wiley & Sons Inc., New York, chapter 21 and 22, 1952
- (3) Hsu, D. A., "Long Tailed Distributions for Position Errors in Navigation", Applied Statistics, vol. 28, No. 1, pp. 62-72, 1979
- (4) Miaillier, B., ICAO RGCSP/WG-WHL/WP/127, 1984
- (5) Nagaoka, S. et al, "ATC Separation Standards", IAIN Int'l Navigation Congr. 1979, "Man and Navigation" vol. 1, pp. 234-244, 1979
- (6) Nagaoka, S. et al, "A Simple Radar for Navigation Accuracy Measurements", J. of Navigation, vol. 34, No. 3, pp. 462-467, 1981
- (7) Nagaoka, S., "The Probability of Overlap in Vertical Dimension", J. of Navigation, vol. 37, No. 1, pp. 117-124, 1984
- (8) 長岡 栄, "航法精度測定用レーダの測高精度についての一検討", 日本航海学会論文集, 70, pp. 85-92, 1984
- (9) 長岡 栄, "測高データによる垂直方向の重畳確率の一推定法", 日本航空宇宙学会誌, vol. 32, No. 364, pp. 298-304, 1984
- (10) 長岡, 吉岡, "垂直重畳確率の推定値に及ぼす測高誤差の影響", 第16回電子航法研究所研究発表会講演概要, pp. 33-36, 1984
- (11) 長岡 栄, "NAMS の測高精度の評価", 電子通信学会技報 SANE 84-05, 1984
- (12) 長岡 栄, "NAMS 用 S S R装置について", 電子通信学会技報 SANE 83-01, 1983
- (13) Rigolizzo, R., "Reduction and Analysis of Mode C Altitude Data Collected at High Altitudes over the Continental United States", FAA/CT-81/53, 1981
- (14) Reich, P. G., "Analysis of Long Range Air Traffic Systems", J. of Inst. of Nav., Vol. 19, No. 1, No. 2 and No. 3, 1966
- (15) 正野 重方, 「気象力学」, 岩波全書246, p. 140, 1976

〔付録1〕ゲートについての考察

i) 時間的なゲート

Miaillier によれば⁽⁴⁾, 台風時などにおける気圧の変動が最大で0.2~1mb程度とし, その 1σ (標準偏差)を0.4mb/時程度に見積もっている。1mbの変動はFL390で約106ftの高度の変動に相当する。 $T=120$ 分の場合で 1σ として $0.4 \times 2 \times 106 \text{ ft} = 84.8 \text{ ft}$ 程度。

ii) 空間的変動

いま, 気圧の水平傾度を考える。地衡風を V_g , 地球の回転速度を ω , g を重力加速度, ϕ を考えている地点の緯度とすると, 水平傾度 $\Delta z^{(4)(15)}$ は

$$\Delta z = 2 V_g \omega \sin \phi / g \quad \cdots \cdots (1-1)$$

で表せる。いま $V_g=80 \text{ kts}$, $\phi=38^\circ$, $\omega=7.27 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$, $g=9.8 \text{ m/s}^2$ とすると $\Delta z=3.8 \times 10^{-4}$ で, 28NMの範囲では高度の変化は65ftに相当する。 V_g の 1σ として10ktsを仮定すると Δz は約8.2ft程度で時間的変動の影響に比べて無視してよい。

〔付録2〕95%信頼区間とその求め方⁽²⁾

相対垂直距離(RVD)の観測値がある区間に入る確率を θ とすると, n 個の観測で, この区間内に入る頻度

が x である確率は次の二項分布に従うと考えられる。

$$B(x|\theta) = {}_n C_x \theta^x (1-\theta)^{n-x} \quad \cdots \cdots (2-1)$$

いま, θ の95%信頼区間の上限を θ_u , 下限を θ_l とする。観測頻度 $h_o = x_o/n$ から次の式を満たすように95%信頼区間を求める。ただし, x_o は考察中の区間内に入ったデータの個数, n は標本数である。

$$Pr(x \geq x_o | \theta = \theta_l) = \sum_{x=x_o}^n B(x|\theta_l) = .025 \quad \cdots \cdots (2-2)$$

$$Pr(x \leq x_o | \theta = \theta_u) = \sum_{x=0}^{x_o} B(x|\theta_u) = .025 \quad \cdots \cdots (2-3)$$

である。(2-2) 式および (2-3) 式を θ_l , θ_u について解くのは容易でないが, 文献[2]によれば, 次の近似が使用できる。

a) $h_o < 0.01$ のとき

θ が小さく, n が大きいとき $B(x|\theta)$ はポアソン分布で近似される。このとき,

$$\theta_u \doteq (2n)^{-1} \chi_{f_u, .975}^2 \quad f_u = 2(x_o + 1) \quad \cdots \cdots (2-4)$$

$$\theta_l \doteq (2n)^{-1} \chi_{f_l, .250}^2 \quad f_l = 2x_o \quad \cdots \cdots (2-5)$$

で与えられる。ただし, $\chi_{m,j}^2$ は自由度 m の χ^2 分布の $j \times 100\%$ 値である。

b) $1 > x_o/n \geq 0.01$ のとき

n が十分大きいとき x の分布は平均 $n\theta$, 分散 $n\theta(1-\theta)$ の正規分布で近似でき, $h = x/n$ は平均 θ , 分散 $\theta(1-\theta)/n$ の正規分布に従う。このとき, $y = 2 \sin^{-1} \sqrt{h}$ は近似的に平均 $2 \sin^{-1} \sqrt{\theta}$, 分散 $1/n$ の正規分布に従うことを利用すると, 次の式により信頼区間を求められる⁽²⁾。

$$\left. \begin{array}{l} \theta_u \\ \theta_l \end{array} \right\} \doteq \sin^2 \left[\sin^{-1} \sqrt{(x_o \pm 1/2)/n} \pm 1/2 \times 1.95/\sqrt{n} \right] \quad \cdots \cdots (2-6)$$

(複合同順)

[付録3] (6)式の $\Delta h(t, r)$ の擾乱の推定

[モデル2] で $\hat{\sigma}_m = 38.6$ ft で, これが測高誤差と気圧変動などに由来する擾乱の標準偏差と考えられる。いま, RVDの測定誤差がNAMSの測高誤差と気圧変動などに由来する擾乱から成ると仮定し, その分散が両者の分散の和で表わせるとみなす。このとき, NAMSの測高誤差の $1\sigma (= \sigma_n)$ を8 m (25ft) とする⁽¹⁾と, 大気の状態変化による項の擾乱の $1\sigma (= \sigma_a)$ は

$$\sigma_a = \sqrt{\sigma_m^2 - \sigma_n^2} \doteq 29.4 \text{ ft}$$

程度と考えられる。これが, $T=120$ 分についての(6)式の Δh の項の擾乱の標準偏差に相当する。