港内任意点における港内波の方向スペクトルの計算手法に関する基礎的研究

久保 雅 義*・今井 昭 夫*

Basic Research on the Directional Wave Spectrum at an Arbitrary Point in a Harbor

Masayoshi KUBO and Akio IMAI

Abstract

In harbors affected by ocean swells, cargo handlings are often interrupted as a result of severe ship motions. In order to estimate the moored ship motions in a harbor, not only wave height, but also wave periods and wave directions must be given. Nevertheless most traditional methods present only wave height distribution in the harbor. In this paper, Takayama's⁽¹⁾ method is improved and a new method is proposed to estimate a directional wave spectrum at an arbitrary berth in the harbor.

1. 緒 言

港内で荷役や係留の安全を表わす一つの指標として波高で表わす港内静穏度があるが、係留船の運動は波高のみならず、波の周期や波向きによっても大きく異なる。Roll, Sway および Heave は船が横波を、Pitch および Surge は船首尾より波を、Yaw は斜波を受けて生じる現象であることは良く知られている。図1は周期1.4秒の規則波を模型船(長さ2.4m, 幅0.455m, 吃水0.098m)に方向を変えて当てた場合の6自由度船体運動の理論値⁽²⁾(図中実線)と実験値(図中黒丸)を示している。図において横軸の波入射角は0度が正横を、90度が船首方向を示す。さらに a は箱船の半幅, b は長さの半分, ζ_0 は入射波振幅を表わしている。これよりどのモードの船体運動も波の入射角に大きく依存していることが明らかになる。

このように係留船の運動が波の方向に大きく依存するのであれば、船体運動に大きな影響を受ける荷役や係留の安全を議論するに当たっては波の特性として港内波高だけよりも、対象バースの波の方向スペクトルを求める方

表1 従来の港内波計算手法の要約

港内波高計算手法	利 点	欠 点
厳密解手法	精 度 良 好	計算容量, 時間, 費用
数値波動解析 ³⁾ Green 関数法 ⁴⁾	非定常解, 水深変化 定常解, 水深変化	大型港湾では計算不可能 規則波
近似解手法	計算容量, 時間, 費用, 不規則波	若干精度低下
桑島の方法 ⁵⁾ 高山の方法 ¹⁾	方向スペクトル 水深変化 港口形状 港内反射 2次回折	港口形状 港内反射 一定水深 波高表示

図1 波の方向による係留浮体運動の変化について

* 正会員 神戸商船大学船貨輸送研究施設(神戸市東灘区深江南町5-1-1)

がはるかに有益であると考えられる。

表1は従来の港内波計算手法の代表例を示したものであるが、このうち厳密解手法⁽³⁾⁽⁴⁾は神戸港のような大型港湾では計算機容量、計算時間および費用等がかかりすぎて、実質的には計算が不可能となる。このため必然的に近似解手法を採らざるを得ないのが実情であると考えられる。近似解手法には大別して桑島の方法⁽⁵⁾と高山の方法⁽¹⁾とがあるが、本論では複雑な港口での回折・反射、港内での2次回折と反射をかなり正確に評価している高山の方法を改良して港内任意点のパスにおける波の方向スペクトルを求めた。

2. 港内波の計算手法

2.1 計算モデルの概要

図2は一般的な港湾配置の一例を示しているが、次にこの例に沿って本計算における計算モデルの構成を示すことにする。

港口より侵入した波は主防波堤（図中×軸）と副防波堤により複雑な回折と反射を生じることは前報⁽⁶⁾にて報告したが、今回は港口の主・副防波堤の無限長の仮定を取り払って、有限長防波堤として前回の計算モデルの改良を行っている。この計算手法

図2 港内波計算モデルの概念図

図3 CASE 2 ($\alpha > \alpha_B$, $\pi/2 < \alpha < \pi - \alpha_B$) における速度ポテンシャルの修正例

をモデル1と呼ぶ。港内に侵入した波は図2に示すように港内の防波堤や隅角部で2次回折を行うが、この計算手法をモデル2と呼び、岸壁や防波堤による反射・回折計算手法をモデル3と呼ぶことにする。

2.2 港口部での波の計算手法(モデル1)について

モデル1の詳細は前報⁽⁶⁾で報告しているので、それを参照してもらうこととし、本論では主として前報の修正部分に重点を置いて説明を行う。著者らは先に主防波堤、副防波堤および波の侵入角 α により、三者の関係をCASE 25, CASE 1～CASE 6の7つのケースに分類し、それぞれの場合に生じる速度ポテンシャルについてかなり詳細に検討を行った。今、主・副防波堤が有限長とすると速度ポテンシャルに変更を生じるが、これをCASE 2を例にとり説明を行う。

図3において ϕ_2 は副防波堤からの反射波の速度ポテンシャルを、 ϕ_{1-4} は主防波堤先端からの散乱波が副防波堤で反射されて生じる波の速度ポテンシャルを、 ϕ_{12} は主防波堤の反射波を副防波堤への入射波とみなした時の波の速度ポテンシャルを、 ϕ_{12-3} はそれが更に主防波堤で反射されて生じる波の速度ポテンシャルを示している。そして図3-(a), (b), (c)および(d)はそれぞれの速度ポテンシャルが副防波堤が有限長になるために影の領域では欠けることを示している。

図3-(e)における ϕ_{21} は副防波堤による反射波を主防波堤への入射波とみなした時の速度ポテンシャル、 ϕ_{21-4} はその波の散乱波が副防波堤で反射されて生じる速度ポテンシャルであるが、これらはともに図中に示した θ_{21} が $2\beta-\alpha$ よりも小さい時に消滅することを示している。ここに α は図中に示すように主防波堤のX軸から測った波の入射角であり、同じく β はX軸から測った副防波堤の傾きである。図3-(f)は主防波堤の反射波が副防波堤に当り、それが再度主防波堤に作用する場合の速度ポテンシャルであるが、図中の θ_{121} が $2\beta+\alpha-2\pi$ より小なる時、 ϕ_{121} は消滅することを示している。

このように主・副防波堤が有限長になることにより、それまで存在していた速度ポテンシャルが一部欠落したり、全く存在しなくなることが、上の例からも明らかになる。以上はCASE 2の例における速度ポテンシャルの修正を示したものであるが、全体の速度ポテンシャルの修正を表2に示す。速度ポテンシャルの下に横線を付したものは何らかの形で修正したものである。

2.3 半無限長防波堤による波の計算手法(モデル2)について

港内の防波堤や隅角部で2次回折が生じる場合、防波堤周辺の波を図4に示すような半無限長防波堤による速度ポテンシャルで近似する。図4において、領域Aでは入射波、反射波(図中Rで示す)、および散乱波(図中Sで示す)が存在するが、この場合の入射波は港口からの回折波もしくは反射波であるため、場所が異なれば当然大きさも異なるので、モデル2の計算では反射波と散乱波のみを計算し、入射波は別途計算している。この場合の反射波の方向は幾何光学的反射方向に、散乱波の方向は防波堤先端より放射状に取っている。領域Bは入射波と散乱波の存在する領域であるが、前述の理由より散乱波のみを考慮する。領域Cでは散乱波のみを考慮している。

一方、波の強さは速度ポテンシャルにより決められるが、一例として領域Aでの速度ポテンシャルを

表2 港口における主・副防波堤が有限長であるために生じる速度ポテンシャルの修正(図中横線を付したものは修正を示す)

CASE 25	$\phi_2, \phi_{2-3}, \phi_{21a}$
CASE 1	$\phi_1, \underline{\phi_2}, \phi_{2-3}, \phi_{1-4}, \phi_{12a}, \phi_{21a}$
CASE 2	$\phi_1, \underline{\phi_2}, \phi_{2-3}, \phi_{1-4}, \underline{\phi_{12}}, \underline{\phi_{21}}, \underline{\phi_{12-3}}, \underline{\phi_{21-4}}, \underline{\phi_{121}}$
CASE 3	$\phi_1, \underline{\phi_2}, \phi_{2-3}, \phi_{1-4}, \phi_{1-4-3}, \underline{\phi_{21}}, \underline{\phi_{21-4}}, \phi_{12a}$
CASE 4	$\phi_1, \phi_2, \phi_{2-3}, \phi_{1-4}, \underline{\phi_{21}}, \underline{\phi_{21-4}}, \phi_{12a}, \phi_{21a}, \underline{\phi_{212}}$
CASE 5	$\phi_1, \phi_{1-4}, \underline{\phi_{21}}, \underline{\phi_{21-4}}, \phi_{12a}, \underline{\phi_{212}}$
CASE 6	$\underline{\phi_1}, \underline{\phi_2}, \underline{\phi_{12}}, \underline{\phi_{21}}, \phi_{12a}, \phi_{21a}, \underline{\phi_{121}}, \underline{\phi_{212}}$

図4 半無限長防波堤モデル(モデル2)の計算領域の分割

示すおとつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \frac{1}{\sqrt{2}} \exp[i\{kr \cos(\theta_0 - \alpha) + \frac{\pi}{4}\}] \left[\{C(r_1) - \frac{1}{2}\} - i\{S(r_1) - \frac{1}{2}\} \right] \\ &+ K_r \exp[i\{kr \cos(\theta_0 + \alpha)\}] \\ &+ \frac{K_r}{\sqrt{2}} \exp[i\{kr \cos(\theta_0 + \alpha) + \frac{\pi}{4}\}] \left[\{C(r_2) - \frac{1}{2}\} - i\{S(r_2) - \frac{1}{2}\} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots(1)$$

ここに r , θ_0 は図5において防波堤先端よりみた次の計算点の極座標であり, k は波数, K_r は防波堤の反射率, $C(r)$ と $S(r)$ は次式の Fresnel 積分で与えられる。

$$C(r) = \int_0^r \cos \frac{\pi}{2} x^2 dx, \quad S(r) = \int_0^r \sin \frac{\pi}{2} x^2 dx \quad \dots\dots(2)$$

また r_1 と r_2 は次式にて与えられる。

$$r_1 = \sqrt{\frac{4kr}{\pi}} \cos \frac{\theta_0 - \alpha}{2}, \quad r_2 = \sqrt{\frac{4kr}{\pi}} \cos \frac{\theta_0 + \alpha}{2} \quad \dots\dots(3)$$

式(1)において, 第1項は入射波に伴う散乱波を, 第2項は反射波を, 第3項は反射波に伴う散乱波を示す。これより反射波と散乱波の大きさは算定できるが, これらの波の方向も図中に示している。すなわち θ_i は半無限防波堤による反射波の次の計算点での入射角であるが, これは主防波堤の X 軸方向から測るものである。 θ_D は計算点における散乱波の入射角である。図中 θ_i , θ_r , θ_D を表わす等式において, θ_1 は半無限防波堤の X' 軸が X 軸となす角, θ_2 は計算点での岸壁の X' 軸が X 軸となす角である。

図5 半無限防波堤からの反射波および散乱波の次の計算点における入射角について

2.4 島堤による波の計算手法 (モデル3) について

港内の防波堤や岸壁で反射・回折が生じる場合, 防波堤や岸壁をほぼ同じような反射が生じると考えられる有限長部分に分割し, この分割された反射壁を島堤とみなして計算を行っている。

図6はモデル3の計算領域を分割したものであるが, 完全な島堤では図に示すように領域A~Fの6領域に分かれるが, 岸壁等の有限長部分の場合には図のA, BおよびC領域が存在するのみである。この島堤モデルでは島堤の両端より散乱波が生じるものとして扱っているため, 各領域では散乱波が2方向に生じる。

このような散乱波とは別に領域Bでは反射波が存在する。なお入射波はモデル2の場合と同じ理由ですべての領域で計算から除外している。一例として領域Bでの速度ポテンシャルを示すおとつぎのようになる。

図6 島堤モデル (モデル3) の計算領域の分割

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \frac{1}{\sqrt{2}} \exp \left[i\{kr_L \cos(\theta_L - \alpha) + \frac{\pi}{4} - \frac{kB}{2} \cos \alpha\} \right] \left[\{C(r_{11}) - \frac{1}{2}\} - i\{S(r_{11}) - \frac{1}{2}\} \right] \\ &+ K_r \exp \{ikr \cos(\theta + \alpha)\} \\ &+ \frac{K_r}{\sqrt{2}} \exp \left[i\{kr_L \cos(\theta_L + \alpha) + \frac{\pi}{4} - \frac{kB}{2} \cos \alpha\} \right] \left[\{C(r_{12}) - \frac{1}{2}\} - i\{S(r_{12}) - \frac{1}{2}\} \right] \\ &+ \frac{1}{\sqrt{2}} \exp \left[i\{kr_R \cos(\theta_R - \pi + \alpha) + \frac{\pi}{4} + \frac{kB}{2} \cos \alpha\} \right] \left[\{C(r_{21}) - \frac{1}{2}\} - i\{S(r_{21}) - \frac{1}{2}\} \right] \\ &+ \frac{K_r}{\sqrt{2}} \exp \left[i\{kr_R \cos(\theta_R - \pi + \alpha) + \frac{\pi}{4} + \frac{kB}{2} \cos \alpha\} \right] \left[\{C(r_{22}) - \frac{1}{2}\} - i\{S(r_{22}) - \frac{1}{2}\} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots(4)$$

ここに r_L, θ_L は図7において島堤の左端よりみた次の計算点の極座標であり, r_R, θ_R は右端よりみた極座標であり, r, θ は中央よりみた極座標である。 B は島堤の長さを表わす。また $\gamma_{11}, \gamma_{12}, \gamma_{21}, \gamma_{22}$ は次式にて与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{11} &= \sqrt{\frac{4kr_L}{\pi}} \cos \frac{\theta_L - \alpha}{2}, \quad \gamma_{12} = \sqrt{\frac{4kr_L}{\pi}} \cos \frac{\theta_L + \alpha}{2} \\ \gamma_{21} &= \sqrt{\frac{4kr_R}{\pi}} \cos \frac{\theta_R - \alpha}{2}, \quad \gamma_{22} = \sqrt{\frac{4kr_R}{\pi}} \cos \frac{\theta_R + \alpha}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots(5)$$

式(4)において第1項は左端からの入射波に伴う散乱波, 第2項は島堤からの反射波, 第3項は左端からの反射波に伴う散乱波, 第4項は右端からの入射波に伴う散乱波, 第5項は右端からの反射波に伴う散乱波を示す。これより反射波と散乱波の大きさは算定できる。

つぎにこれらの波の方向を主防波堤の X 軸より測ったものを図7に示している。図において θ_i は島堤による反射波の入射角を, θ_{DL} と θ_{DR} はそれぞれ島堤左端および右端からの散乱波の入射角を示している。

2.5 港内波の方向スペクトル

以上で港内の2点間の速度ポテンシャルの関係が

求められたので, これより2点間の方向スペクトルの関係を求めてみよう。今 j 番目の計算点での無次元化方向スペクトルを $D^*(f_{cn}^*, \alpha_i, j)$ と置く。ここに f_{cn}^* は無次元周波数で, α_i は波向きを示す。この波がモデル1, モデル2, 又はモデル3により i 番目の計算点に α_k ($k=1, 2, \dots, M$) の波向きをもつ ϕ_k なる速度ポテンシャルを生じたとすれば, その時の速度ポテンシャル ϕ は次式にて与えられる。

$$\phi = \sum_{k=1}^M \phi_k(f_{cn}^*, \alpha_i, \alpha_k) \dots\dots(6)$$

これは計算後に M 個の波向きが生じたことを示す。例えば図4に示したモデル2の領域Aでは散乱波と反射波が存在するので $M=2$ となる。この α_k および ϕ_k の大きさは先の計算手法の説明の中で示した方法により算出される。そこで i 番目の計算点での方向スペクトルは次式にて与えられることになる。

$$D^*(f_{cn}^*, \alpha_k, i) = D^*(f_{cn}^*, \alpha_k, i) + \sum_{j=1}^N |\phi_k(f_{cn}^*, \alpha_i, \alpha_k)|^2 \cdot D^*(f_{cn}^*, \alpha_i, j) \dots\dots(7)$$

ここに N は方位の分割個数である。上式の等号はフォートラン用語としての等号である。上式では波源 j による i 点の方向スペクトルの増分のみを示したが, 実際の計算では波源 j は多数あるので, これに関しても加算されるのは当然である。

上記計算手法において, 波高に関しては速度ポテンシャルより直接求められ, 半無限堤の場合は文献(7)において規則波と不規則波の回折係数が与えられているので, これと比較を行っている。一方, 島堤の場合は島堤を開口防波堤で近似できるとされているので, これも同様な比較を行った結果, 両者とも満足すべき結果が得られた。しかしこれは波高の比較であり方向スペクトルの比較ではない。

本来ならば, ここで提案した計算手法より求めた港内波の方向スペクトルと, 実験もしくは実測の方向スペクトルとがどの程度一致するかを提示して, 本計算手法の妥当性を示すことが最も望まれるところであるが, 種々の制約条件のためにこれは実現できなかった。これに関しては今後さらに検討を加えていく予定である。

3. 計 算 例

以上港内波の方向スペクトルの計算手法を述べたが, つぎに計算例を示す。図8は入射波として $S_{max}=75$ の

図7 島堤からの反射波および散乱波の次の計算点における入射角について

図8 光易型方向スペクトル($S_{max}=75$)の半無限防波堤背後および島堤前面での変化

図9 港内任意バースにおける波の方向スペクトル計算手順例

光易型の方向スペクトルを与えた場合の半無限防波堤背後の P 点(図中 L は有義波の波長を示す)と、島堤前面の Q 点での無次元化方向スペクトルを示している。これより回折もしくは反射後はかなり顕著にスペクトルが減少すること、および波の方向が集中することが明らかになる。

つぎに図9のような港を例にとりバースにおける方向スペクトルを求めてみよう。図に示すように港内の岸壁や防波堤上に16の計算点を設けているが、このうち点7と点16はモデル2の計算点であり、それ以外はモデル3の計算点である。まずステップ1において港口からの侵入波はモデル1により1~10の計算点に伝搬される。ステップ2ではモデル2により点8, 9, 10での反射波と散乱波が点1, 2, 3, 4および7へ伝搬される。ステップ3では点1, 2による波が点6, 16へ、点7の回折波が点3, 4, 5, 6, 16へ伝搬される。このように港内で起る反射・回折を繰り返させながら、漸次各点での方向スペクトルを現実に近いスペクトルへと近づけてゆく。そして計算点相互間の波の授受が終った段階でバースを取巻く計算点からバースへ波を伝搬させてバースでの方向スペクトルを求める。

図10の(a)は港口における入射波の無次元化方向スペクトルを表わしている。図(b)はステップ6において点7からの波が伝搬した時のバースにおける無次元方向スペクトルを表わしており、図(c)は更に点1, 2, 3, 4からの

図10 各点からの波の伝搬による方向スペクトルの増加状況

波が加わった場合、図(d)は点11, 12, 13からの波が加わった場合、そして図(e)は点14, 15, 16からの波が加わった場合のバースでの波の方向スペクトルの増加状況を示したものである。これより港内波の卓越方向は回折反射のため、入射波の方向スペクトルの卓越方向とずれること、およびどの岸壁からの反射・回折波が大きいかが明らかになる。

4. 結 語

港内係留船の船体運動を求める前段階としてバースでの港内波の方向スペクトルを求める方法について考察を行った。さらにここで求めた方向スペクトルと係留船の運動を結びつけて、港内各バースの荷役安全性の評価ができるような計算手法にしていく予定である。本研究を行うに当たり種々有益な御助言を頂いた大阪大学工学部・榎木亨教授に深く謝意を表わします。なお、この研究の一部は文部省科学研究費・自然災害特別研究(1)「日本海沿岸における特異な波浪現象と災害予知—寄り廻り波による海難について—」(代表者：神戸商船大学・井上篤次郎教授)の研究助成金を受けて行われたことを付記し感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- (1) 高山知司：波の回折と港内波高分布に関する研究，京都大学学位論文，1981.
- (2) 榎木 亨・久保雅義：荷役限界からみた港内静穏度に関する研究—直線岸壁および Slip 内係留船の運動特性—，第27回海岸工学講演会論文集，pp. 307~311，1980.
- (3) 谷本勝利・小舟浩治・小松和彦：数値波動解析法による港内波高分布の計算，港湾技術研究所報告，第14巻，第3号，pp. 35~58，1975.
- (4) Lee, J. J. : Wave induced oscillations in a harbors of arbitrary shape, Calif. Inst. of Tech., 1970.
- (5) 桑島 進：港内侵入波の計算について，日本航海学会論文集，54号，pp. 83~91，1976.
- (6) 榎木 亨・久保雅義・今井昭夫：半無限長の主防波堤と副防波堤によって形成される港内波の波高と波向についての基礎的研究，日本航海学会論文集，70号，pp. 101~109，1983.
- (7) 合田良実・鈴木康正：光易型方向スペクトルによる不規則波の屈折・回折計算，港湾技研資料，No. 230，1975.

質 疑 応 答

桑島 進(東京商船大学)：

- (1) 計算結果について他の手法との比較をされましたか。
- (2) 波向きを含めて計算結果と実測値との適合度を調査するようなアイデアあるいは計画はお持ちでしょうか。

久保雅義：

- (1) 波高に関しては文献(7)と計算手法が全く同じですので、両者は一致します。しかし波向きについては他と比較はしていません。
- (2) 本計算手法は港内係留船の船体運動を求める前段階の研究であるので、次のステップでは係留船の船体運動を6自由度船体運動測定器で求め、港内侵入波のスペクトル(実験室では一方向)と船体運動のスペクトルより応答関数を求め、理論的応答関数と比較することにより、ここで提示した港内波の方向スペクトル計算手法の適合度について検討を行う計画です。

川島利兵衛(北海道大学)：

- (1) 桑島先生(東船大)の質問に関連しますが港内波の方向スペクトルの計算結果の評価について“船体運動によって……”，というご回答がありましたが、それは“船体運動を計測して……”ということですか。計算によるとしますと波の数学モデルが間違えると思えますが、どのような計算手法と、考えておりますか。

久保雅義：

岸壁前面に係留している船に単一方向、単一周期の波が作用する場合の船体運動は文献(2)により算定できます。そこで今回の計算手法により港内の方向スペクトルが得られますと両者の線形重ね合せにより港内侵入波と船体運動の間の応答関数が得られます。この応答関数を実験のそれと比較する予定です。

井上篤次郎（神戸商船大学）：

- (1) 反射・散乱を繰返して計算して行くわけですが，どこかで打切るのですか。打切るとすればどのような基準で打切るのですか。

久保雅義：

数値計算実行前に港口からの入射波の主方向を中心として数方向に波を入れ，幾何光学的な反射図を作製しておき，これに沿って計算点間の波の授受の関係を把握し，これを本計算でデータとして入力していきます。計算点が反射波の方向よりはずれ回折領域に入ると，回折係数も小さくなることより，計算点が反射波の方向左右 90° より後方の領域に入るとき計算を打切っています。