自由表面による慣性航法—IV.

— 特有問題 (1) —

成 田 正*

Inertial Navigation Referred to the Free Surface—IV.

— Characteristic Problems (1) —

Tadashi NARITA

Abstract

In the latter half of the previous paper III, the author has reported a theoretical study of several characteristic problems concerning the FS (Free Surface) mechanizations of inertial navigation.

This report IV continues the same sort of investigations and treats:

1. Two methods of realizing the free surface without using the accelerometers. One method is to slave the platform surface to the free surface of liquid in a container using non-contact distance sensors and servo-motors. The other simply make use of one or two spirit levelings with the aid of servo-motors.

2. Relations between the errors $\delta\beta_j$ of the angle measuring sensors and those of the calculated specific force components a_x^n (east-west component) and a_y^n (north-south component). Here β_j is the direction cosine of the angle α_j between the j -th reference axis and the platform axis Z_p .

It was found that the type IN mechanization has a singularity at $\lambda=0$, λ is the latitude, owing to the coincidence of the earth axis Z_E and the north-south axis Y_n on the equator. This singularity can be removed if the mode of operation is changed from IN to NS or I(1) in the neighborhood of this latitude.

3. A probabilistic law for obtaining a reasonable value of a_x^n when the calculated value of this component is very small or even imaginary, i. e., when $|(a_x^n)_r| \cong 0$. The reasonable value turns out to be $(a_x^n)_r=0$. This rule is to apply to the types NS, I(1) and IN mechanizations where the east-west component is calculated by the formula $a_x^n = \text{sgn}(a_x^n) \sqrt{(a_z^n)^2 - (a_y^n)^2 - (a_z^n)^2}$. Here $\text{sgn}(a_x^n)$ means the sign of a_x^n , a_z^n is the negative of the total specific force, and a_z^n is the vertical component of the specific force vector $\mathbf{a}$.

In conjunction with this, the term “insensitive zone of a_x^n around zero” is introduced, which is to be considered a common defect of the types NS, I(1) and IN mechanizations. It is of course desirable to reduce the width of this zone as small as possible, and an appropriate and sensible means for attaining this objective is to use high performance angle measuring devices for α_j thus reducing the errors in β_j .

However, concerning the type IN mechanization, this defect can be overcome rather easily by a modification of the mechanization. This revised version which may be called the type IN(R) mechanization has no insensitive zone and does not require the sign monitoring of a_x^n .

1. ま え が き

筆者はこれ迄の報告 I ~ III^{(1)~(3)}において、自由表面 (Free Surface) 方式慣性航法の 4 種類のタイプについての各論及び関連事項の記述を行ったが、本稿並びに続稿では、前報 III 中の「若干の補足事項」の延長としての、

* 正会員 防衛庁技術研究本部第 1 研究所 (東京都目黒区中目黒 2-2-1)

F S 方式に特有と考えられる諸問題を論ずる。

2. 自由表面を実現する他の方法

F S 方式慣性航法を実施するのに欠くことの出来ない自由表面は、I の 3 章及び III の 4. 1. 2 項では制御用加速度計（とサーボモータ）を使って実現されたが、本章ではなお他の 2 つの方法について説明する。

2. 1 液体の自由表面と距離センサによる方法

重力場 $\mathbf{g}$ のもとに静止している容器内の液体の表面は自由表面 (Free Surface) と呼ばれ、常に $\mathbf{g}$ の方向に直交することは古来からよく知られている。この両者が直交する理由は、液体が形状変化に対する抵抗を持たないことと $\mathbf{g}$ が一様な体積力であることによる。従って他の同様な性質を持った力場下にあっても、液体の容器に接しない面、すなわち自由表面、はその力の方向に直交しなければならない。 $\mathbf{g}$ は前報 I の式(3)——これを式 I (3)と略記する、以下同様——からわかるように specific force $\mathbf{a}$ の特定の例であるが、式 I (2)：

$$\mathbf{a} = \mathbf{G} - \mathbf{A} \quad \dots\dots\dots(1)$$

で表わされる一般の $\mathbf{a}$ もこの性質を持っている。但し III の 4. 1 節で論じた、 $\mathbf{A}$ の非一様性にもとづく二義的な非一様性はこの際無視する。本節ではプラットフォーム面を容器内の液体の表面にスレーブ* させることによって自由表面を実現する方法を説明する。自由表面の形成は力学的平衡を前提としているので**、vehicle の運動による液体容器の姿勢変化を減衰させるため、III の 4. 1. 3 項で説明したように、防振機構で支持しなければならない。

図 1 はその構造の模式図である。但しプラットフォーム周辺だけに限定してある。(a)は側面図で、物理化学的に

図 1 容器内の液体による自由表面実現の方法

安定な液体を部分的に充填し、従って自由表面を形成し得る円筒容器が、2 個の軸受によりジンバル環で支えられ、このジンバル環はやはり軸受を介して別のジンバルで支持され、ジンバルの底部はベースに固定されている。(b)は容器の内部を示す縦断面図であるが、部分的に満たされた液体が自由表面を形成している。液体の上部の間にはその飽和蒸気が充満している、或いは別種の不活性な気体又は液体が充填されていてもよい。この図で

* slave は本来は「奴隷」の意味であるが、「忠実に見なろう」という意味の術語として使われる。例えば north slaved (指北)。

** このことはまた、vehicle の併進運動による自由表面の変化が準静的であることを前提としている。

は、重力場下で、容器が左から右へ加速されている状態が画かれているため、自由表面は右下りになって容器の軸に斜交している。自由表面の上部にはプラットホームがあり、その軸 Z_p には計測用の加速度計 A_m が取り付けられている。(c)はプラットホームをその規準の状態——面が容器の軸に直交している状態——において真上から眺めたものである。容器内壁から外側サーボモータと外側軸受が出てジンバル環を支え、ジンバル環からは内側軸受と内側サーボモータが出てプラットホームを支持している点はIの図2の対応する構造と同様である。プラットホームの裏面、すなわち自由表面に対向する面、には破線の円で示したように、4個の距離センサ d_i, d'_i, d_e, d'_e が、 d_i と d'_i は外側サーボモータと外側軸受を結ぶ線上に、また d_e と d'_e は内側サーボモータと内側軸受を結ぶ線上にあるように、それぞれ対称的に貼付されている。(b)ではこれらセンサの測距作用を破線分で表わした。これらの距離センサは、vehicleの運動に基づく自由表面の変化が妨げられることの無いよう、超音波型のような非接触型のセンサでなければならない。いまセンサ d_i と d'_i の出力によってこの2つの出力が常に互いに等しくなるように内側サーボモータを制御し、同時にセンサ d_e と d'_e の出力を使ってこの両出力が常に互いに等しくなるように外側サーボモータを制御するならば、プラットホームの面が液体の自由表面に平行な状態を保持し続けることは明らかである。すなわち上記の構造と操作によって自由表面はプラットホーム面として具体化される。

なお本節の始めに述べた A にもとづく α の二義的な非一様性の影響は、IIIの4.1.2項と類似の考え方に従って、距離センサを適切に対称配置すれば除去できるものと考えられるが、この問題の議論は省略する。

2.2 水準器による方法

本節の方法は前節のその変形と考えられる。言う迄もなく水準器は内面の縦断面が円弧ないし球面状をした透明容器内に小さな気泡を残して液体を充填したものであり、地球に対して静止した状態で重力 g に直交する方向を検知し又はそれからの小さい角変位を測定するのに用いられる⁽⁴⁾⁽⁵⁾。前節の場合と違い、液体自身の表面張力や容器壁との間の付着力の効果が顕著に現われるため、気液界面は平面にならない。しかしこの状況に対しては、界面の中心を通してこれに接する平面を自由表面と考えればよい。気泡が何処にあっても、今言った自由表面が(地理学的)水平面に平行でこれに直交する方向が g の方向であるが、実際的水準器は気泡が目盛の中心に来た時に、容器の底部構造が規定する方向ないし平面が水平になるように造られている。水準器が水平を検出できる基本的な理由は、前節同様、液体が形状変化に対する抵抗を持たないことのほか、それが置かれている重力場 g が一様な体積力の場合であることに依る。従って一般の specific force α に対しても適用可能である。

図2にこの方法によるプラットホームの例を画く。但し平面図のみを示してある。右及び上方にあるように、2個の水準器 l_i と l_e が、 l_i はその器軸が内側サーボモータと内側軸受を結ぶ線に直交するように、 l_e はその器軸が外側サーボモータと外側軸受を結ぶ線に直交するように、プラットホームの面に固定して設置される。勿論、両水準器軸はプラットホーム面に平行でなければならない。水準器 l_i の気泡が常に中心に来るように内側サーボモータを駆動し、同時に水準器 l_e の気泡が常に中心に来るように外側サーボモータを駆動するならば、プラットホーム面は α に直交する自由表面に平行となる。

本法を更に単純化したものとして、図の左下に画いたように、その軸面がプラットホーム面に平行になるようにプラットホームに埋込んだ唯一個の円形水準器 l_e を用いる方法も考えられる。 l_e の気泡が常に中心に来るように内外2個のサーボモータの回転を制御すれば、プラットホーム面は自

図2 水準器によって自由表面を実現する方法

由表面に平行となる。

この節で述べた水準器による方法は構造が最も簡単な長所を有するが、気泡の変位を精度よく測定し、またそれを内外サーボモータへの制御信号に変換する過程に工夫を要すると考えられる。

既述した自由表面実現の3つの方法のうち、精度が最も高くかつ即応性に富んでいるのは加速度計を使う方法であると考えられる。

3. 測角誤差と specific force の計算誤差の関係

この章ではプラットホーム軸 Z_p と各方向基準 D_j が与える軸* の間の角度 α_j の測定値に $\delta\alpha_j$ の誤差があった場合、或いは同じことであるが、対応する方向余弦 $\beta_j = \cos \alpha_j$ に $\delta\beta_j = -\sin \alpha_j \delta\alpha_j$ の誤差があった場合に、specific force の東西及び南北成分 a_x^n と a_y^n の計算値にどの程度の誤差が発生するかを考察し、これらの specific force 誤差と $\delta\beta_j$ の関数関係を求める。以下において現実の測角センサによる測定値或いはそれからの計算値に脚符 r を、誤差のない理想的な測角センサによる測定値或いはそれからの計算値に脚符 i をつける。すると specific force 成分の計算誤差は次式で定義される。

$$\delta a_x^n \equiv (a_x^n)_r - (a_x^n)_i, \quad \delta a_y^n \equiv (a_y^n)_r - (a_y^n)_i \quad \dots\dots\dots (2a, b)$$

また α_j よりむしろ β_j を測定するものと考え、その誤差を $\delta\beta_j \equiv (\beta_j)_r - (\beta_j)_i$ とするが、誤差の全く無い完全なセンサは現実には存在しないので、 $(\beta_j)_i$ や $\delta\beta_j$ の厳密に正確な値は不明であり、実際問題としては、センサ i に出来るだけ理想的なものを用いて $\delta\beta_j$ のほぼ正確な値を知り、それから δa_x^n や δa_y^n を計算するほかない。本章の目的はこれらの誤差の数値的な取扱いではなく、その前段階としての意味も含めてはいるが、主として、 δa_x^n や δa_y^n の $\delta\beta_j$ に対する依存性を関数の形で求め、それによって δa_x^n や δa_y^n に、vehicle の運動状況に依存する特異性が存在するか否かを確認することにある。

4種類の FS 方式のうち、NS, I(1), IN の3方式は specific force の東西成分を、 $a_x^n = \pm \sqrt{(a_z^n)^2 - (a_y^n)^2 - (a_z^n)^2}$ 、或いはこれを2乗して移項した

$$(a_z^n)^2 = (a_x^n)^2 + (a_y^n)^2 + (a_z^n)^2 \quad \dots\dots\dots (3)$$

から求めている。つまり、まず $(a_y^n)^2$ と $(a_z^n)^2$ を計算してこれらを測定値 a_z^p と共に上式に入れ、 a_x^n を計算する。一方、方式 I(2)では上の関係を使わず、式III(9)から計算している。従って誤差 δa_x^n の取扱い方は前の3方式と方式 I(2)では異ならざるを得ない。同様、前3方式の各々についても、 δa_x^n と、 δa_y^n 及び δa_z^n の取扱い方は異なる。

以下 total specific force の測定値 a_z^p には誤差は無いものとする。

3. 1 方式 NS, I(1), IN での δa_x^n の一般的な求め方

式(3)をセンサ i に適用して

$$(a_z^p)^2 = (a_x^n)^2_i + (a_y^n)^2_i + (a_z^n)^2_i \quad \dots\dots\dots (4)$$

これは vehicle が持っている specific force** の東西、南北及び鉛直成分の真値の関係式である。但し $(a_z^n)_i$ は式III(8)を移項した

$$a_z^n = (2\Omega \cos \lambda + \sigma_E) V_x + \sigma_N V_y - g - \ddot{h} + f_1(\lambda) [a_y^n + \sigma_N V_z + (2\Omega \sin \lambda + \sigma_E \tan \lambda) V_x] \quad \dots\dots\dots (5)$$

但し

$$f_1(\lambda) \equiv R_N^{-1} (R_0' + c R_0 \sin 2\lambda) \quad \dots\dots\dots (6)$$

において、 $a_y^n = (a_y^n)_i$ として得られるものである。この同じ式で $a_y^n = (a_y^n)_r$ と置いて計算される値を $(a_z^n)_r$

* 方式 I(2)の軸 X_I もこの中に入る。

** より正確には、プラットホーム上の計測用加速度計 A_m が持っている specific force。

と記せば, a_z^n の計算誤差は式 (2 a, b) 同様

$$\delta a_z^n \equiv (a_z^n)_r - (a_z^n)_i \quad \dots\dots\dots(7)$$

で定義される。これらの定義式を使うと式(4)は

$$(a_z^n)^2 = [(a_x^n)_r - \delta a_x^n]^2 + [(a_y^n)_r - \delta a_y^n]^2 + [(a_z^n)_r - \delta a_z^n]^2 = (a_x^n)^2_r + (a_y^n)^2_r + (a_z^n)^2_r \\ - 2[(a_x^n)_r \delta a_x^n + (a_y^n)_r \delta a_y^n + (a_z^n)_r \delta a_z^n] + [(\delta a_x^n)^2 + (\delta a_y^n)^2 + (\delta a_z^n)^2] \quad \dots\dots\dots(8)$$

となるが, 式(3)をセンサ r に適用すると

$$(a_z^n)^2 = (a_x^n)^2_r + (a_y^n)^2_r + (a_z^n)^2_r \quad \dots\dots\dots(9)$$

であるから式(8)は

$$-2[(a_x^n)_r \delta a_x^n + (a_y^n)_r \delta a_y^n + (a_z^n)_r \delta a_z^n] + [(\delta a_x^n)^2 + (\delta a_y^n)^2 + (\delta a_z^n)^2] = 0 \quad \dots\dots\dots(10)$$

となる。この式は specific force の空間 (a_x^n, a_y^n, a_z^n) において, 原点を中心とし半径が $|a_z^n|$ である球面——これを球面 $|a_z^n|$ と言うことにする——を考えた時, ベクトル $(a)_i \equiv [(a_x^n)_i, (a_y^n)_i, (a_z^n)_i]$ の端点とベクトル $(a)_r \equiv [(a_x^n)_r, (a_y^n)_r, (a_z^n)_r]$ の端点が共にこの球面上に存在する条件を表わし, さきに a_z^n の測定値には誤差が無いとした仮定と同等である。式(10)を δa_x^n についての代数方程式と見て解けば2根, $\delta a_x^n = (a_x^n)_r \pm \{(a_x^n)^2_r + 2[(a_y^n)_r \delta a_y^n + (a_z^n)_r \delta a_z^n] - [(\delta a_y^n)^2 + (\delta a_z^n)^2]\}^{1/2}$, が得られるが, この右辺で $\delta a_y^n = \delta a_z^n = 0$ とすれば当然 $\delta a_x^n = 0$ でなければならないので, 複号は-を取って

$$\delta a_x^n = (a_x^n)_r - \sqrt{(a_x^n)^2_r + 2[(a_y^n)_r \delta a_y^n + (a_z^n)_r \delta a_z^n] - [(\delta a_y^n)^2 + (\delta a_z^n)^2]} \quad \dots\dots\dots(11)$$

となる。これは δa_x^n の正確な表現であって近似は含まれておらず, 一般的に適用できる。この式で, $(a_x^n)_r \neq 0$ でその値があまり小さくなければ, 右辺第2項を二項展開し, 誤差について1次の項まで取ると

$$\delta a_x^n = - \frac{(a_y^n)_r \delta a_y^n + (a_z^n)_r \delta a_z^n}{(a_x^n)_r} \quad \dots\dots\dots(12)$$

となる。この式は式(10)の左辺第2項を無視した式からも得られ, 球面 $|a_z^n|$ 上で誤差を考える代りに, ベクトル $(a)_r$ の端点におけるこの球面への接平面内で考えていることに相当する。上式は $|(a_x^n)_r| \cong 0$ の場合には適用できない。

3. 2 球面での取扱いと接平面での取扱いの比較

前節に関連して, ベクトル a の真値 $(a)_i$ とその計算値 $(a)_r$ の関係を, 幾何学的にやや詳しく考察する。

さてベクトル a の真値 $(a)_i$ が与えられたとすれば, 図3のように球面 $|a_z^n|$ 上に一つの点 P_i が定まる。この点に対応して, 計算値 $(a)_r$ を代表する点 P_r を同じ球面上に求めるには次のようにすればよい。 a_y^n 及び a_z^n 方向の成分をそれぞれ $\delta a_y^n, \delta a_z^n$ とする微小ベクトル $(0, \delta a_y^n, \delta a_z^n)$ をベクトル $[(a_x^n)_i, (a_y^n)_i, (a_z^n)_i]$ に加えてその端点を $P_{i'}$ とする。それから $P_{i'}$ を通って a_x^n 軸に平行な直線を引く。この直線の方程式は

$$a_y^n = (a_y^n)_i + \delta a_y^n, \quad a_z^n = (a_z^n)_i + \delta a_z^n \quad \dots\dots\dots(13)$$

である。これと球面 $|a_z^n|$ の方程式(3)を連立に解けば

$$(a_x^n)^2_r = (a_x^n)^2_i - 2[(a_y^n)_i \delta a_y^n + (a_z^n)_i \delta a_z^n] \\ - [(\delta a_y^n)^2 + (\delta a_z^n)^2] \quad \dots\dots\dots(14)$$

図3 球面 $|a_z^n|$ 上で $[(a_x^n)_i, (a_y^n)_i, (a_z^n)_i]$ から $[(a_x^n)_r, (a_y^n)_r, (a_z^n)_r]$ を求める幾何学的作図

を得る。もしこの $(a_x^n)_r$ が正ならば直線(13)と球面 $|a_z^p|$ は2つの交点を持ち、点 P_i に近い方つまり $(a_x^n)_i$ と同符号の X 座標を持つ点が P_r である。式(14)で $(a_x^n)_r = 0$ ならば直線(13)は球面と接し、その接点 $[0, (a_y^n)_i + \delta a_y^n, (a_z^n)_i + \delta a_z^n]$ が P_r となる。更に $(a_x^n)_r < 0$ となるならば、交点は存在せず P_r は求められない。この時 $(a_x^n)_r$ は純虚数となって、現実の状況に対応しないことになる。 $(a_x^n)_r < 0$ は $(a_x^n)_i \cong 0$ の時に起るのは明らかである。

以上は a の計算値を表わす点 P_r を球面 $|a_z^p|$ 上で求めるものとして考察したが、今度はこの点がベクトル $(a)_i$ の端点における球面 $|a_z^p|$ への接平面内に拘束されるとして論ずる。ベクトル $(a)_i = [(a_x^n)_i, (a_y^n)_i, (a_z^n)_i]$ の方向余弦は $(a_x^n)_i / |a_z^p|, (a_y^n)_i / |a_z^p|, (a_z^n)_i / |a_z^p|$ で、その長さは $|a_z^p|$ であるから接平面の方程式は

$$(a_x^n)_i a_x^n + (a_y^n)_i a_y^n + (a_z^n)_i a_z^n = (a_z^p)^2 \quad \dots\dots\dots (15)$$

となる。これと式(13)を連立に解けば

$$(a_x^n)_r = (a_x^n)_i - \frac{(a_y^n)_i \delta a_y^n + (a_z^n)_i \delta a_z^n}{(a_x^n)_i} \quad \dots\dots\dots (16)$$

という唯一つの根を得る。そしてこれは式(14)で $(a_x^n)_i \neq 0$ として右辺の正の平方根を取り、更に $\delta a_y^n, \delta a_z^n$ について二項展開して1次の項まで取ったものと一致する。またここで得られた、点 P_r を代表するベクトル $[(a_x^n)_r, (a_y^n)_i + \delta a_y^n, (a_z^n)_i + \delta a_z^n]$ の長さの2乗は、 $\delta a_y^n, \delta a_z^n$ について1次までを保留する近似で $(a_z^p)^2$ に等しく、この近似において P_r が球面 $|a_z^p|$ の上にあることを保証する。式(16)で $(a_x^n)_i = 0$ の時は右辺第2項は無意味となって解は求められない。

以上この節では、specific force ベクトルの真値 $(a)_i$ と計算値 $(a)_r$ の関係を、球面 $|a_z^p|$ 上で正確に考える場合と、 $(a)_i$ の端点における接平面内で論じる場合とを比較して考察した。それにより、 $(a_x^n)_r$ の表現について、 $(a_x^n)_i \cong 0$ 或いは同じことであるが $|(a_x^n)_r| \cong 0$ の場合を除き、1次近似において両者は同一の結果を与えることがわかったので、続く3.3~3.5節では δa_x^n の表現として1次近似の式(16)を用いることにする。この式は、本来は、ベクトル $(a)_r$ の端点における接平面に対して適用されるものであるが、1次近似であるから、ベクトル $(a)_i$ の端点での接平面で考えた対応する表現——式(16)の右辺第2項——の代りに用いて差支えない。除外した $|(a_x^n)_r| \cong 0$ の場合は更に多くの考察を必要とするので、次章で改めて議論する。

3. 3 方式NS

3. 3. 1 δa_y^n

式II(2)：

$$a_y^n = \beta_1 a_z^p \quad \dots\dots\dots (17)$$

から

$$\delta a_y^n = a_z^p \delta \beta_1 \quad \dots\dots\dots (18)$$

と表わされる。

3. 3. 2 δa_x^n

式(5)に式(17)を代入して両辺の微分を取るが、その際、ここで問題にしているのは β_1 の測定誤差に起因する a_z^n の直接の計算誤差であるので、 $\lambda, V_x, \sigma_N, g$ 等の計算値や測定値 $\dot{h}$ 等には誤差は無いと考え

$$\delta a_z^n = f_1(\lambda) a_z^p \delta \beta_1 \quad \dots\dots\dots (19)$$

となる。これと式(18)を式(12)に代入して

$$\delta a_x^n = - \frac{(a_y^n)_r + f_1(\lambda) (a_z^n)_r}{(a_x^n)_r} a_z^p \delta \beta_1 \quad \dots\dots\dots (20)$$

を得る。

3. 4 方式I(1)

3. 4. 1 δa_Y^n

式(17)と式II(28)から

$$a_Y^n = (\beta_2 a_Z^p - a_Z^n \sin \lambda) \sec \lambda \quad \dots\dots\dots(21)$$

よって

$$\delta a_Y^n = (\delta \beta_2 \cdot a_Z^p - \delta a_Z^n \cdot \sin \lambda) \sec \lambda \quad \dots\dots\dots(22)$$

但し δa_Z^n は式(5)に式(21)を代入し、それを a_Z^n について解いた

$$a_Z^n = [1 + f_1(\lambda) \tan \lambda]^{-1} \{ (2\Omega \cos \lambda + \sigma_E) V_X + \sigma_N V_Y - g - \ddot{h} + f_1(\lambda) [\beta_2 a_Z^p \sec \lambda + \sigma_N V_Z + (2\Omega \sin \lambda + \sigma_E \tan \lambda) V_X] \} \quad \dots\dots\dots(23)^*$$

において、 $\beta_2 = (\beta_2)_r$ としたもの と $\beta_2 = (\beta_2)_i$ としたものとの差である。従って

$$\delta a_Z^n = a_Z^p f_1 (1 + f_1 \tan \lambda)^{-1} \sec \lambda \cdot \delta \beta_2 \quad \dots\dots\dots(24)$$

故に式(22)は

$$\delta a_Y^n = \frac{\sec \lambda}{1 + f_1(\lambda) \tan \lambda} a_Z^p \delta \beta_2 \quad \dots\dots\dots(25)$$

となる。

3. 4. 2 δa_X^n

上記2式により式(12)は

$$\delta a_X^n = - \frac{\sec \lambda}{1 + f_1(\lambda) \tan \lambda} \frac{(a_Y^n)_r + f_1(\lambda) (a_Z^n)_r}{(a_X^n)_r} a_Z^p \delta \beta_2 \quad \dots\dots\dots(26)$$

3. 5 方式IN

3. 5. 1 δa_Y^n この方式では a_Y^n の計算法は方式NSのそれと全く同じなので

$$\delta a_Y^n = a_Z^p \delta \beta_1 \quad \dots\dots\dots(27)$$

3. 5. 2 δa_X^n

まず式III(2)：

$$a_Z^n = \frac{\beta_2 - \beta_1 \cos \lambda}{\sin \lambda} a_Z^p \quad \dots\dots\dots(28)$$

から

$$\delta a_Z^n = \frac{\delta \beta_2 - \cos \lambda \cdot \delta \beta_1}{\sin \lambda} a_Z^p \quad \dots\dots\dots(29)$$

これと式(27)を式(12)に代入して

$$\delta a_X^n = - \frac{[(a_Y^n)_r - (a_Z^n)_r \cot \lambda] \delta \beta_1 + (a_Z^n)_r \csc \lambda \cdot \delta \beta_2}{(a_X^n)_r} a_Z^p \quad \dots\dots\dots(30)$$

を得る。

3. 6 方式I(2)

この方式では δa_X^n と δa_Y^n は同じ方法で扱える。

* これは式II(30a)と同じである。

3. 6. 1 δa_x^n

式Ⅲ(9)を微分して

$$\delta a_x^n = a_z^p [\cos(\Omega t + \tilde{l}) \delta \beta_3 + \sin(\Omega t + \tilde{l}) \delta \beta_4] \quad \dots\dots\dots (31)$$

3. 6. 2 δa_y^n

式Ⅲ(12)の微分を取れば

$$\delta a_y^n = a_z^p \{ \cos \lambda \cdot \delta \beta_2 - \sin \lambda [\sin(\Omega t + \tilde{l}) \delta \beta_3 - \cos(\Omega t + \tilde{l}) \delta \beta_4] \} \quad \dots\dots\dots (32)$$

となる。

3. 7. 考察

これ迄に得られた各方式に対する δa_x^n と δa_y^n の表現を用いて、これらの誤差が vehicle の運動に依存する特異性を有するか否かを検討する。

まず δa_x^n , δa_y^n の表現に現われる specific force 成分の計算値 $(a_x^n)_r$, $(a_y^n)_r$, $(a_z^n)_r$ 及び測定値である total specific force a_z^p は、vehicle の現実の運動に対応しているものであるから、すべて有限の大きさを持っていることに留意する。

方式 NS では δa_x^n , δa_y^n を表わす式(20)と(18)の右辺は、 $\delta \beta_1$ が有限ならば常に有限である。なお式(20)に現われる因子 $f_1(\lambda)$ の大きさを式(6)によって評価すると、 $R_N, R_0 \sim 10^6$ (m), $R_0' \sim 10^4$ (m), $c \sim 10^{-2}$ から*, $f_1(\lambda) \sim 10^{-2}$ 程度の無次元量である。

方式 I (1) で式(20)と(18)に現われる因子 $(1 + f_1 \tan \lambda)^{-1} \sec \lambda$ は $\lambda \rightarrow \pm 90^\circ$ で $\pm f_1^{-1}$ となる。 $\delta a_x^n, \delta a_y^n$ とともに、 $\delta \beta_2$ が有限ならば有限である。

方式 I N では式(17)の δa_y^n は、有限な $\delta \beta_1$ に対し明らかに有限である。 δa_x^n の表現(30)は $\lambda \neq 0$ ならば有限な $\delta \beta_1, \delta \beta_2$ に対して適用でき、有限な結果を与える。 $\lambda \cong 0$ では $\cot \lambda$ と $\csc \lambda$ は発散し、また式Ⅲ(3)からの $a_x^n = (a_x^n)_r$ と式(18)からの $a_z^n = (a_z^n)_r$ において**, $\cos \lambda \cong 1 - (\lambda^2/2)$, $\sin \lambda \cong \lambda - (\lambda^3/6)$ のため、それぞれ

$$(a_x^n)_r = \pm \left\{ 1 - \left[\frac{(\beta_2)_r - (\beta_1)_r}{\lambda} \right]^2 \right\}^{1/2} |a_z^p| \quad \dots\dots\dots (33)$$

$$(a_z^n)_r = \frac{(\beta_2)_r - (\beta_1)_r}{\lambda} a_z^p \quad \dots\dots\dots (34)$$

となるが、 $\lambda = 0$ の時には地軸 Z_E と南北軸 Y_n が互いに一致するため、 $\beta_2 = \beta_1$ となって商 $(\beta_2 - \beta_1)/\lambda$ は不定となり、 a_x^n, a_z^n は求められない。対応する計算値 $[(\beta_2)_r - (\beta_1)_r]/\lambda$ が仮りに得られたとしてもその値は信用できないものとなる。従って式(33)は $\lambda = 0$ に対しては適用できない。この説明から、 $\lambda = 0$ がこの方式の特異点である、換言すれば東西方向の航法方程式Ⅲ(4a)において $\dot{V}_x$ を決定できない点であることがわかる。この原因は勿論、前述したように赤道上では $Z_E = Y_n$ となるためである。この特異性は方式 I N としては解消できないが、装置の作動モードを方式 NS 又は方式 I (1) に変更すれば無くなる。

方式 I (2) では、 $\delta \beta_2, \delta \beta_3, \delta \beta_4$ が有限であれば、式(34)と(35)の右辺に発散要素は存在しない。

以上により、この節の結論として、方式 I N で vehicle が赤道 ($\lambda = 0$) に存在する時には δa_x^n は定義できないが、その他のすべての場合において δa_x^n と δa_y^n は有限の大きさに留まる、と言える。

4. $|(a_x^n)_r| \cong 0$ の場合の取扱方法

NS, I (1), I N の 3 方式において、式(11)右辺の $\sqrt{\quad}$ 内の量は、式(2a)により $(a_x^n)^2_i$ を表わしているから

$$(a_x^n)^2_r = (a_x^n)^2_i - 2[(a_y^n)_r \delta a_y^n + (a_z^n)_r \delta a_z^n] + [(\delta a_y^n)^2 + (\delta a_z^n)^2] \quad \dots\dots\dots (35)$$

* II の 2 章参照。

** 脚符 r を付けるのは、これらが測定値 $(\beta_1)_r, (\beta_2)_r$ からの計算値であることを明確にするためである。

が成立する。 $(a_x^n)_i$ は specific force $\mathbf{a}$ の東西成分の真値なので必ず $(a_x^n)_i \geq 0$ であるが、上式で表わされる計算値の2乗 $(a_x^n)^2_r$ は、右辺の他の成分の計算値 $(a_y^n)_r, (a_z^n)_r$ や誤差 $\delta a_y^n, \delta a_z^n$ の大きさや符号に依存するので、常に $(a_x^n)^2_r \geq 0$ を満足するとは限らない。この条件が満たされるためには、当然

$$(a_x^n)^2_i \geq 2[(a_y^n)_r \delta a_y^n + (a_z^n)_r \delta a_z^n] - [(\delta a_y^n)^2 + (\delta a_z^n)^2] \quad \dots\dots\dots (36)$$

でなければならないが、この両辺に $(a_y^n)^2_i + (a_z^n)^2_i$ を加え、式(4)、(2b)、(7)を参照すれば、上式は $(a_z^n)^2 \geq (a_y^n)^2_r + (a_z^n)^2_r$ という自明の要求と等価なことがわかる。

前述のように式(36)の左辺は、vehicle の運動状況に応じて、0又は任意の大きさの正数値を取り得る。しかるに右辺は、誤差又はその2乗に比例する項の和であるから、本来小さいことが要求される。従って式(36)の条件が成立しなくなるのは主として $(a_x^n)^2_i \cong 0$ の状況においてである。 $(a_x^n)^2_r$ は実際には式(9)を使って計算されるが、式(36)を用いてNS、I(1)、INの3方式に対し、誤差 $\delta\beta_1$ 又は/及び $\delta\beta_2$ の関数として記述すれば下記のようなになる。但し1次近似とする。方式NSでは式(18)と(19)より

$$(a_x^n)^2_r = (a_x^n)^2_i - 2a_z^n [(a_y^n)_r + f_1(\lambda)(a_z^n)_r] \delta\beta_1 \quad \dots\dots\dots (37)$$

方式I(1)に対しては式(24)と(25)から

$$(a_x^n)^2_r = (a_x^n)^2_i - 2a_z^n [(a_y^n)_r + f_1(\lambda)(a_z^n)_r] [1 + f_1(\lambda) \tan \lambda]^{-1} \sec \lambda \cdot \delta\beta_2 \quad \dots\dots\dots (38)$$

方式INでは式(27)と(29)によって

$$(a_x^n)^2_r = (a_x^n)^2_i - 2a_z^n \{[(a_y^n)_r - (a_z^n)_r \cot \lambda] \delta\beta_1 + (a_z^n)_r \csc \lambda \cdot \delta\beta_2\} \quad \dots\dots\dots (39)$$

測定値である方向余弦 $(\beta_1)_r, (\beta_2)_r$ の誤差 $\delta\beta_1, \delta\beta_2$ は、定誤差を十分に除去してあるとすれば、通常認められるように、その確率密度 f が平均値0のガウス分布

$$f = f(\delta\beta_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma_j} e^{-[(\delta\beta_j)^2/2\sigma_j^2]}, \text{ 但し } \begin{cases} j=1 \text{ (方式NS)} \\ j=2 \text{ (方式I(1))} \\ j=12 \text{ (方式IN)*} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (40)$$

に従う確率変数である⁽⁶⁾。但し σ_j は標準偏差。すると式(37)、(38)、(39)の右辺は、特定の $(a_x^n)_i, a_z^n, (a_x^n)_r, (a_z^n)_r, \lambda$ に対して、 $\delta\beta_1$ 又は/及び $\delta\beta_2$ の確率関数となる^{**}。従って必ずしも小さくはない任意の $(a_x^n)^2_i$ に対しても式(37)~(39)の右辺で与えられる $(a_x^n)^2_r$ は負になる可能性があるが、その確率は当然、 $(a_x^n)^2_i$ が小さい程大きい。もし $(a_x^n)^2_r$ が負であれば $(a_x^n)_r$ は虚数となって現実の状況に対応せず、そのままでは航法実施は不可能になる。但し $(a_x^n)^2_r < 0$ であっても $\mathbf{a}$ の東西成分の真値 $(a_x^n)_i$ は勿論存在しているのであるが、それが誤差 $\delta\beta_1, \delta\beta_2$ のために近似的にも計算できなくなると言うことである。本章ではこの問題を確率論の立場で解決する方法を説明する。

$\delta\beta_1$ と $\delta\beta_2$ はガウス分布(40)に従う確率変数であるが、この分布の一つの特徴は“小さい誤差は大きい誤差よりも高頻度で起り、甚だ大きい誤差は生じない”ということである⁽⁷⁾。よって、 $\delta\beta_1^*, \delta\beta_2^*$ を共に正の数とし、 $\delta\beta_1$ については $|\delta\beta_1| > \delta\beta_1^*, \delta\beta_2$ については $|\delta\beta_2| > \delta\beta_2^*$ であるような誤差は事実上起らない、換言すれば $\delta\beta_1$ は $-\delta\beta_1^* \leq \delta\beta_1 \leq \delta\beta_1^*$ の、 $\delta\beta_2$ は $-\delta\beta_2^* \leq \delta\beta_2 \leq \delta\beta_2^*$ の間の値だけを取ると限定しても差支えないであろう。正数 $\delta\beta_1^*$ と $\delta\beta_2^*$ は、航法精度上の要求や、 β_1, β_2 を測定するセンサの技術上の限界等から定まると考えられ、簡単に言えばセンサの精度を表わしているが、これらの値が小さい程望ましいのは言う迄もない。このように誤差 $\delta\beta_1$ と $\delta\beta_2$ がそれぞれ或る範囲内の値を取ると仮定すれば、式(37)~(39)で与えられる $(a_x^n)^2_r$ の値は、 $(a_x^n)_i$ の関数として、それぞれ或る一定の幅を以て分布するようになる。その様子を図4に模式的に画く。縦軸に関して対称な3本の放物線 C_u, C_0, C_l が画いてあるが、原点を通る中央の C_0 は誤差が無い場合の関係

* 式(44)参照。

** この意味では $(a_y^n)_r, (a_z^n)_r$ も確率関数であるが、1次近似では式(37)~(39)でこれらを $(a_y^n)_i, (a_z^n)_i$ で置き換えても、2次の程度の差しか生じないので、 $(a_y^n)_r, (a_z^n)_r$ を定数と考えてよい。つまりこれらの式の右辺で $\delta\beta_1, \delta\beta_2$ だけを確率変数と考えることにする。

$(a_x^n)^2_r = (a_x^n)^2_i$ を表わしている。 C_u は $(a_x^n)^2_r$ の上限を, C_l は下限を与える。そして図の一定の幅 $\Delta(a_x^n)^2_r$ は, 方式NSでは式(37)から

$$\Delta(a_x^n)^2_r = -2a_z^p |(a_y^n)_r + f_1(\lambda)(a_z^n)_r| \delta\beta_1^* \quad \dots\dots\dots(41)$$

方式I(1)では式(38)から

$$\Delta(a_x^n)^2_r = -2a_z^p [(a_y^n)_r + f_1(\lambda)(a_z^n)_r] [1 + f_1(\lambda) \tan \lambda]^{-1} \sec \lambda |\delta\beta_2^*| \quad \dots\dots\dots(42)$$

方式INでは式(39)から

$$\Delta(a_x^n)^2_r = -2a_z^p [|(a_y^n)_r - (a_z^n)_r \cot \lambda| \delta\beta_1^* + |(a_z^n)_r \csc \lambda| \delta\beta_2^*] \quad \dots\dots\dots(43)$$

と計算される。 $a_z^p < 0$ のためこれらはすべて正の量である。 a_z^p は測定値であり, $(a_y^n)_r$, $(a_z^n)_r$, $f_1(\lambda)$, $\tan \lambda$ 等の三角関数, は装置内の計算機で計算できるので, すべての時刻で $\Delta(a_x^n)^2_r$ を既知とすることが出来る。図4から, 縦座標である計算値 $(a_x^n)^2_r$ は $-\Delta(a_x^n)^2_r \leq (a_x^n)^2_r \leq +\infty$ の間の値を取り得ることがわかるが, 以下ではこの値域を $-\Delta(a_x^n)^2_r \leq (a_x^n)^2_r \leq 0$, $0 < (a_x^n)^2_r \leq \Delta(a_x^n)^2_r$, $\Delta(a_x^n)^2_r < (a_x^n)^2_r$ の3つに分けて論ずる。何れの場合も, 計算値 $(a_x^n)^2_r$ が与えられた時に a_x^n の真値 $(a_x^n)_i$ を確率論的に推定することを目的とし, この最確値を以て a_x^n の計算値 $(a_x^n)_r$ とする。

4. 1 $-\Delta(a_x^n)^2_r \leq (a_x^n)^2_r \leq 0$ の場合

この場合を図4で横軸に平行に引いた直線 a で示す。この時 $(a_x^n)_i$ は線分 a_-a_+ 上の何処かの点に対応する値を取る。この線分上の各点を通して $(a_x^n)^2_r$ と $(a_x^n)_i$ の関係を表わす曲線が引けるが, これらは誤差 $\delta\beta_1$ 又は/及び $\delta\beta_2$ の種々の値に対応しているものである。すなわち方式NSとI(1)では式(37)と(38)により, $\delta\beta_1$, $\delta\beta_2$ のそれぞれ一つの値に対してそれぞれ一つの曲線が対応し, 方式INでは式(39)の右边第2項の $\{ \}$ 内の量

$$\delta\beta_{12} \equiv [(a_y^n)_r - (a_z^n)_r \cot \lambda] \delta\beta_1 + (a_z^n)_r \csc \lambda \cdot \delta\beta_2 \quad \dots\dots\dots(44)$$

を一定とするような $(\delta\beta_1, \delta\beta_2)$ の無数の組合せに一つの曲線が対応する。これらの曲線は, 一般に, 直線 a と2点で交わる。そのうち最も大きい確率密度を与える曲線は, ガウス分布(40)の性質により, 誤差0の曲線 C_0 に最も近い曲線である。但し方式INでは確率変数が $\delta\beta_1$ と $\delta\beta_2$ の2つであるが, これらは何れも平均値0の互いに独立なガウス分布に従うため, 式(44)で定義される1次結合 $\delta\beta_{12}$ も平均値0のガウス分布に従うことになり⁽⁸⁾, やはりこの $\delta\beta_{12}$ が最小となる, つまり C_0 に最も近い曲線で表わされる場合に確率密度が最大となる。今言った曲線は明らかに, 縦軸上の点 O_a を通って直線 a に接するものであり, 図では破線で画いた。故に $(a_x^n)_i$ の最確値としてこの点 O_a に対応する $(a_x^n)_i = 0$ を採用するのは妥当と考えられ, これは實際上, a_x^n の計算値を $(a_x^n)_r = 0$ とすることである。

4. 2 $0 < (a_x^n)^2_r \leq \Delta(a_x^n)^2_r$ の場合

この場合を図4で水平な直線 b で表わす。 $(a_x^n)_i$ は線分 b_-b_+ で与えられる範囲内のどれかの値を取る。一方, $(a_x^n)_r$ は与えられた $(a_x^n)^2_r$ から, $+\sqrt{(a_x^n)^2_r}$ 又は $-\sqrt{(a_x^n)^2_r}$ として計算されるが, これらは図で, 直線 b と曲線 C_0 の2つの交点 b^0_+ , b^0_- に対応する $(a_x^n)_i$ の値 $(a_x^n)^+_i$ 又は $(a_x^n)^-_i$ にそれぞれ等しい。すなわち, 今問題にしている状況では, a_x^n の真値 $(a_x^n)_i$ は線分 b_-b_+ にわたって或る確率を以て分布していると考えら

図4* $\delta\beta_1$, $\delta\beta_2$ をパラメータとする $(a_x^n)_i$ と $(a_x^n)^2_r$ の関係

* この図では, 見易くするため, 横軸の単位の長さを縦軸のその2倍に取って, 横方向に拡大してある。

れるのに対し、計算値 $(a_x^n)_r$ は唯2つの値 $(a_x^n)^+_i$, $(a_x^n)^-_i$ のどれかに一致する。ここで $(a_x^n)_r$ の符号 $\text{sgn}(a_x^n)_r$ と $(a_x^n)_i$ の符号 $\text{sgn}(a_x^n)_i$ の関係を考察する。仮りに $\text{sgn}(a_x^n)_r = +$ とすれば $(a_x^n)_r = (a_x^n)^+_i$ である。この時、直線 b と図の縦軸との交点を O_b とすると、 $(a_x^n)_i$ が線分 $O_b b_+$ に対応する範囲* にあればその符号は $(a_x^n)^+_i$ のそれと同じく、 $\text{sgn}(a_x^n)_i = \text{sgn}(a_x^n)_r$ である。しかし $(a_x^n)_i$ が線分 $b_- O_b$ に対応する範囲にあれば $(a_x^n)^+_i$ と符号反対になり $\text{sgn}(a_x^n)_i \neq \text{sgn}(a_x^n)_r$ である。同様、 $(a_x^n)_r = (a_x^n)^-_i$ ならば $\text{sgn}(a_x^n)_r = -$ で、 $(a_x^n)_i$ が $b_- O_b$ の範囲の値を取れば $\text{sgn}(a_x^n)_i = \text{sgn}(a_x^n)_r$ であるが、 $O_b b_+$ の範囲の値を取れば $\text{sgn}(a_x^n)_i \neq \text{sgn}(a_x^n)_r$ となる。これらの事と、線分 $b_- b_+$ 上の縦軸に関して対称な2点は同一の $\delta\beta_j$ に属しているため対応する $+(a_x^n)_i$ と $-(a_x^n)_i$ が互いに等しい確率を持っていることを考えると、 $\text{sgn}(a_x^n)_i$ と $\text{sgn}(a_x^n)_r$ の間には相関が無いと言わざるを得ない。すなわち仮りに符号モニタ機構によって $\text{sgn}(a_x^n)_r$ を知り得たとしても、それを以て $(a_x^n)_i$ の符号とすることは出来ない。従ってこのままでは、曲線 C_0 上の2点 b^0_+ と b^0_- に対応する $(a_x^n)_i$ の2つの最確値** $(a_x^n)^+_i$ と $(a_x^n)^-_i$ の何れが現実に対応しているかを決定できないことになる。

しかしこの問題は別の見地から、一つの簡単な解答が見出せる。それは、 $(a_x^n)^+_i$ と $(a_x^n)^-_i$ が共に式(40)で $\delta\beta_j = 0$ と置いた等しい確率密度 $(\sqrt{2\pi}\sigma_j)^{-1}$ に対応していることを利用して、同じ重率で両者の平均値を取りそれを $(a_x^n)_i$ の値とすることである***。換言すれば算術平均を取って $(a_x^n)_i = 0$ とすることである。これは實際上、 $(a_x^n)_r = 0$ とするのにはかならない。

4. 3 $\Delta(a_x^n)^2_r < (a_x^n)^2_r$ の場合

$(a_x^n)^2_r$ が $\Delta(a_x^n)^2_r$ より大きい場合は、本来はこの章の考察の対象ではないが、前2節と比較する意味で記述する。

この場合は図4の直線 d で表わされる。 d は3本の曲線 C_b , C_0 , C_u と、2組の3点 d^b_- , d^0_- , d^u_- 及び d^b_+ , d^0_+ , d^u_+ で交わり、 $(a_x^n)_i$ の最確値として C_0 上の d^0_- 又は d^0_+ に対応する値 $-\sqrt{(a_x^n)^2_r}$ 又は $+\sqrt{(a_x^n)^2_r}$ を採用することになる。これは、現実には、計算値 $(a_x^n)_r$ をこのどれかに等しくすることになるが、その選択は a_x^n の符号モニタによってなされる。図から明らかなように、線分 $d^b_- a^u_-$ 又は $d^u_+ d^b_+$ に対応する $(a_x^n)_i$ はそれぞれの区間で同一の符号—又は+を持っており、かつ対応する $(a_x^n)_r = -\sqrt{(a_x^n)^2_r}$ 又は $(a_x^n)_r = +\sqrt{(a_x^n)^2_r}$ の符号にそれぞれ等しい。この状況と、図において $(a_x^n)_i$ の確率が0である区間 $d^u_- d^u_+$ が存在することは、前2節の場合、 $-\Delta(a_x^n)^2_r \leq (a_x^n)^2_r \leq +\Delta(a_x^n)^2_r$ と著しく異なっており、これらによって、符号モニタ機構の作動は $(a_x^n)^2_r$ が $\Delta(a_x^n)^2_r$ より大きい場合にのみ意味を持つと考えられる。

4. 4 考 察

4. 4. 1 $-\Delta(a_x^n)^2_r \leq (a_x^n)^2_r \leq \Delta(a_x^n)^2_r$ の場合に適用される規則

4.1 及び 4.2 節の結果をまとめると「 $(a_x^n)^2_r$ が $-\Delta(a_x^n)^2_r \leq (a_x^n)^2_r \leq \Delta(a_x^n)^2_r$ の範囲にある場合には、specific force の東西成分の計算値を $(a_x^n)_r = 0$ とすればよい」という規則が得られる。これに対する確率論的根拠は $-\Delta(a_x^n)^2_r \leq (a_x^n)^2_r \leq 0$ の場合と $0 < (a_x^n)^2_r \leq +\Delta(a_x^n)^2_r$ の場合とでは異なっている。すなわち前者はガウス分布(40)が $\delta\beta_j = 0$ の時に最大の確率密度を持つことに基づいている。一方後者では、主として、 $(a_x^n)^2_r$ と $(a_x^n)_i$ の関係を示す曲線(放物線)において、縦軸 $(a_x^n)^2_r$ に関して対称な2点(これらは与えられた同一の計算値 $(a_x^n)^2_r$ を持つ)に対応する、大きさは互いに等しい $(a_x^n)_i$ の正負の2つの値が同一の確率密度を持っていることを利用している。しかし結果的に同じ規則が得られたものである。

4. 4. 2 a_x^n の不感帯

上の規則によれば、 $-\Delta(a_x^n)^2_r \leq (a_x^n)^2_r \leq \Delta(a_x^n)^2_r$ の場合、図4で c で表わされる直線 $(a_x^n)^2_r = +\Delta(a_x^n)^2_r$ 上の区間 $c_- c_+$ に対応する $(a_x^n)_i$ の値はすべて0で置き換えなければならないことになり、この範囲は、言わ

* この範囲は正確に書けば $0 < (a_x^n)_i \leq [\text{点 } b_+ \text{ に対応する } (a_x^n)_i \text{ の値}]$ である。従って $(a_x^n)_i = 0$ は含まれない。

** $(a_x^n)^+_i$ と $(a_x^n)^-_i$ は a_x^n の計算値 $(a_x^n)_r$ であると同時に、曲線 C_0 上の点に対応しているので、 $(a_x^n)_i$ の最確値でもある。

*** 文献(4)の p. 46 の「算術平均の原理」を参考としてこのように考えた。

ば、 a_x^n の “不感帯” とでも呼ぶべきものである。これが小さいことは勿論望ましいが、その為には $\Delta(a_x^n)^2$ を小さくする、或いは更にさかのぼれば、式(41)~(43)からわかるように、 $\delta\beta_1^*$ と $\delta\beta_2^*$ を出来るだけ小さくすればよい。具体的には、方向余弦 β_1, β_2 を測定するセンサに出来るだけ高精度のものを使うと言う、極めて常識的な要求になる。

4. 4. 3 方式 IN(R)

方式 IN において緯度 $\lambda=0$ である場合は、3.7 節で述べたように、 $(a_z^n)_r$ を計算できず又 $\cot \lambda = \csc \lambda = \infty$ となるため、式(43)の右辺は存在せず、従って本章の方法は成立しない。 $\lambda \neq 0$ ならば適用可能であるが、他の方式 NS, I(1)同様 a_x^n の不感帯が存在する。

しかしこの方式では mechanization を以下のように変更すれば、不感帯が存在せず、また a_x^n の符号モニタを必要としないように改めることが出来る。

方式 IN では南北軸 Y_n と地軸 Z_E は、常時、装置内で実体を持って存在するから、この 2 軸に沿う単位ベクトルを j_n, k_E として、北半球では $j_n \times k_E$ によって、南半球では $k_E \times j_n$ によって*、東西軸 X_n を数式の形で求めることが出来る。従って、これも数式の形で記述されるプラットホーム軸 Z_p と X_n の間の方向余弦を計算でき、それを γ とすると a の東西成分は $a_x^n = |a| \times (-\gamma) = (-a_z^p)(-\gamma) = \gamma a_z^p$ となる。南北成分は従来同様 $a_y^n = \beta_1 a_z^p$ である。これらを慣性航法の基礎方程式の東西及び南北成分である式 I (21 a) 及び I (21 b) に代入すれば、この新しい方式に対する航法方程式として

$$\dot{V}_x = -\gamma a_z^p + (2\Omega \sin \lambda + \sigma_E \tan \lambda) V_y - (2\Omega \cos \lambda + \sigma_E) V_z \quad \dots\dots\dots (45 a)$$

$$\dot{V}_y = -\beta_1 a_z^p - \sigma_N V_z - (2\Omega \sin \lambda + \sigma_E \tan \lambda) V_x \quad \dots\dots\dots (45 b)$$

が得られる。ここでは a_x^n を $a_x^n = \pm \sqrt{(a_z^p)^2 - (a_y^n)^2 - (a_z^n)^2}$ の関係から計算していないので、前項で述べた不感帯は存在しない。また当然、符号モニタ機能も要求されない。

図5 方式 IN(R)のブロック線図

* $-k_E$ を方向基準とする場合は $j_n \times (-k_E)$ とする。

$\lambda = 0$ は、上記2式だけからは、特異点でないように見える。しかし実際は、3.7節で述べたように、2軸 Y_n , Z_n が重なってしまうため、両者の間のベクトル積、つまり東西軸 X_n が求められず、従って方向余弦 γ が計算できないことになって $\lambda = 0$ は特異点になる。この解消法は、本来の方式IN同様、作動モードを方式NS又は方式I(1)に切り替えることである。

新方式での地理座標系の求め方は次のようになる。 Y_n は所与であり、 X_n は前述のようにして得られるから、 X_n に沿う単位ベクトルを i_n として、ベクトル積 $i_n \times j_n$ によって鉛直軸 Z_n の方向を見出せばよい。

また γ や β_1 に基づく a_x^n と a_y^n の計算誤差は、 $\delta a_x^n = a_z^n \delta \gamma$ 及び $\delta a_y^n = a_z^n \delta \beta_1$ となるが、 γ は計算値なので関連する測定値 u_j により $\delta \gamma = \sum_j (\partial \gamma / \partial u_j) \delta u_j$ としなければならない。なお $\lambda \cong 0$ の状況では、前述のように γ 自体が求められないので、 $\delta a_x^n = a_z^n \delta \gamma$ も無意味となる。

本項で説明した新しい機構化の方法を方式IN(R)と呼ぶことにする。図5にこの方式のブロック線図を示す。2重の四角枠で囲んだDCは入力2軸間の方向余弦を計算して出力する要素である。他の記号は前報II, IIIで既に説明してある。

5. あ と が き

本稿ではFS方式慣性航法に特有と考えられる諸問題のうち、加速度計に依らずに自由表面を設定する他の2種類の方法、測角センサの誤差に起因する specific force 成分の計算誤差の定量的表現、方式NS, I(1), INにおいて $|(a_x^n)_r| \cong 0$ の場合に $(a_x^n)_r = 0$ とすることの確率論的根拠、等について記述した。又これに関連して新しい方式、方式IN(R)、を提案した。

続稿では空間内で直線や円錐面を方程式の形で記述する種々の方法、測角機構を使わない理論構成、重力不安定性の問題、FS方式のストラップダウン化、等について論ずる予定である。

参 考 文 献

- (1) 成田 正：自由表面による慣性航法I，日本航海学会論文集第70号，p. 39～p. 49，昭和59年1月
- (2) 成田 正：自由表面による慣性航法II，日本航海学会論文集第72号，p. 13～p. 22，昭和60年1月
- (3) 成田 正：自由表面による慣性航法III，日本航海学会論文集第73号，p. 1～p. 12，昭和60年9月
- (4) 真島正市・磯部 孝：計測法概論上巻，p. 205～p. 208，コロナ社，昭和45年
- (5) 土木学会：土木工学ハンドブック，p. 255～p. 256，技報堂，昭和30年
- (6) 平岩 節：船位論，p. 13，成山堂書店，昭和46年
- (7) 文献(4)の p. 45
- (8) 河田竜夫：確率と統計，p. 139の定理41，清水書院，昭和26年