非線形力学から見た船の横揺れ解析—Ⅱ.

——自然風波中の横揺れと非線形力学理論——

川 島 利 兵 衛*

Ship's Rolling Motion Analysis from
the Nonlinear Dynamics Point of View—Ⅱ.

——Ship Motion in Wind Waves by Global Theory of
Nonlinear Ordinary differential Equations——

Rihei KAWASHIMA

Abstract

Using the method given in the previous paper, the author has been analysed the ship's rolling motion in wind waves by the model experiments. The coefficients of nonlinear differential equation for the ship rolling motion at sea have been deduced from the experimental data and solved by Runge-Kutta method for Froud-Krilov forces described in various functions. Based on both of the solutions of equation and the experimental results, statistics, power spectra and Poincare mapping functions have been calculated. The utilities of the mathematical model for the ship motion in the experiments have been discussed.

1. ま え が き

前文⁽¹⁾では船の横揺れを非線形運動として、標準的な非線形横揺れ方程式を用いて、規則波および不規則波入力に対する解を求め、解の3次元位相空間表示から、入力周期や横揺れ固有周期をストロボ点とする2次元ポアンカレマップを用いて表示し、その性質を調べてきた。本文では、自然現象の中の船の横揺れ現象が、力学モデルとして同定された数学モデルとどの様に係わり合うかを明らかにすることを目的として、湖に起こっている自然風波中の模型船の運動計測実験データと同定された非線形横揺れ運動の数学モデルによる運動データとの関連性を調べた。

本論文での主点は同定された運動システムの動きと、システム入力に対する出力と実験計測データがどの程度適合するかの評価にある。対象の現象が不規則現象であることから、微分方程式の解における初期条件の問題と言うよりも大域論的問題として見て比較検討を試みた。前文に記述した方法で、船の固有周期をストロボ点としたポアンカレマップとパワースペクトル等を比較検討の指標とした。

具体的には、自然風波中のモデル船による波浪中の航走時の船体運動計測記録データに基づいて、前文で述べてきた非線形力学と横揺れの視点から解析を試みた。①システムの同定：モデル船の実験状態における慣動半径計測結果および復原挺曲線等から、横揺れ非線形微分方程式の諸係数を決定した。②規則波中の性質：このシステムの規則波に対する性質を調べた。規則波入力に対する数値解を求め、ポアンカレマップを用いて位相面での動きを表示した。③不規則波中の動き：ランダム波を入力関数を用いてシステムの数値解からポアンカレマップ

* 名誉会員 北海道薬科大学(〒047-02 小樽市桂岡町7番1号)

を、またパワースペクトルを求めた。自然風波中のモデル船の運動計測時の実験データを入力関数として用い、計算出力と運動計測データを対応させ、ポアンカレマップ、パワースペクトルおよび統計値について比較検討した。

以上の解析の結果、得られた若干の知見に関して報告する。

2. 漁船モデルの横揺れ系

自然風波中の漁船モデルによる耐航性実験時の野帳および諸計測記録から、実験時の船体状態における、慣動半径、横揺れ減衰係数および同状態において、船体線図から求めた横復原挺曲線を用い、復原力係数を推定した。実験船の要目、船型および実験時の船体状態を表1および図1に示した。

2.1 横揺れ非線形微分方程式

2.1.1 横揺れ固有周期および減衰係数の推定

静水中の横揺れ記録から固有周期および減衰係数 a , b を求めた。

2.1.2 復原力係数の推定

実験船のブルワークトップ没水角は29.5度である。船体横傾斜角30度までの復原挺曲線について、誤差が最小になる5次の多項式を当てはめその係数を求めた。

以上の方式で決定した各係数をそれぞれ表2および表3に示した。

2.2 漁船モデルの運動

2.2.1 非線形微分方程式の解

船の運動を前文と同様、ルンゲクッタ法によって、非線形微分方程式の解として求め3次元位相空間からポアンカレマップを求めた。

外力 $f(t)$ として Froud-Krylov 力を考え、以下に記述する4種の波浪に対する入力関数を用いて計算を行った。非線形微分方程式の諸係数および入力関数を表4に示した。

2.2.2 規則波中の運動

波周期 1.5 sec~4.0 sec の規則波に対する解を求め、3次元空間での位相表示について、波周期および横揺れ固有周期をストロボ点として2次元位相図およびポアンカレマップを求めた。表4中に示す $F_1(t)$ として示した。

2.2.3 ランダム波中の運動

正規乱数を用いて発生したランダム波に対する解を求め、位相面に示し、固有周期をストロボ点としてポアンカレマップを求めた。表4中に示す $F_2(t)$ として示した。

2.2.4 海洋波中の運動

大沼実験での風波中、航走時、同時計測された船の横揺れ、横揺れ角速度および縦揺れ角、および実験水域で

表1 船体要目および実験時船体状態

Model		Full scale
L_{pp}	2.00m	15.20m
B	0.50m	3.80m
D	0.195m	1.48m
d	0.169m	1.282m
Disp	129.05 kg	56.65 ts
Trim	0.104m	0.789m
Tr	2.32 sec	6.395 sec
k_{xx}/B	0.454	
GM	0.037m	0.283m
KG	0.231m	1.757m

図1 実験船の船体線図

表2 横揺れ減衰力係数

a	0.13635
b	0.77155

表3 横揺れ復原力係数

k_1	0.27598
k_2	0.07057
k_3	0.60804
k_4	2.50929
k_5	-3.57512

表4 横揺れ非線形微分方程式

$$d^2q_4/dt^2 + Adq_4/dt + B(dq_4/dt)^2 + K_1q_4 + K_2q_4^2 + K_3q_4^3 + K_4q_4^4 + K_5q_4^5 = f(t)$$

但し, $f(t) = C_{FKV}F_i(t)$

$F_1(t)$: 規則波(振幅=0.01745 rad), (波周期 1.0 sec~4.0 sec)

$F_2(t)$ =波傾斜角*RR, RR: $-1.0 \leq RR \leq 1.0$ 正規乱数

$F_3(t)$ =波傾斜角*実験時同時計測波高記録 $h(t)$ /最大波高値

$F_4(t)$ =実験時同時計測縦揺れ角記録 $p(t)$

A=0.235086

B=0.57852

K_1 =7.15268

K_2 =1.8289

K_3 =15.7589

K_4 =65.0352

K_5 =-92.6591

同時に計測された波高データを用いた。同時刻に計測された波高, 縦揺れ角を用い入力関数とし解を求めた。波高については, 表4中の $F_3(t)$ として, 縦揺れ角については, 表4中, $F_4(t)$ として示した。

3. 規則波中の運動

同定されたシステムに対する入力関数を表4の $F_i(t)$ 関数を用いて波周期を 1.5 sec から 0.5 sec 毎に 4.0 sec までに対して計算を行った。ストロボ点を入力周期とした場合, 各入力に対する計算出力を図2(a)に, ストロボ点を固有周期とした場合を図2(b)に示した。同図において, 2次元位相図を x, y 座標に示した。また, 位相図と同一平面において, ストロボ点の x, y 座標に対する各座標 x_n, y_n を用いて, 各々 x_n, x_{n+1} および y_n, y_{n+1} 座標に対して, 前文において示したのと同様に $x_{n+1}=f(x_n)$ および $y_{n+1}=g(y_n)$ として表示した。図2(a), (b)中, 前者には f , 後者には g と記入してある。本文中, ポアンカレマップには同じ表現を用いている。

3.1 ストロボ点を入力波周期とした場合

図2(a)において, 前文のシステムの非線形項を除いた形の線形系との比較をしているが, これを参照して本文の図2を見ると入力周期に対するポアンカレマップの形がシステムの固有周期を境に異なる傾向を示している。またその形は十分な時間経過の後に定常状態になる収束点に達するまで各々特徴を示している。その傾向は前文の場合と類似している。なお, ポアンカレマップは方程式の解が時間座標に対する表現では難しい収束の過程をその平面上に見ることができる点も特徴と言えよう。

3.2 ストロボ点を固有周期とした場合

図2(b)において, 前項と同じ入力に対して, ストロボ点を固有周期とした。各入力周期に対するポアンカレマップの形は十分な時間経過の後, 定常な形となることが示されている。この項は外力周期の分からない海洋波中を横揺れする運動をしている場合, その位相情報から固有周期をストロボ点とするポアンカレマップを得ることは可能であろうと考えて, 基礎となる規則波入力時, ストロボ点を横揺れ固有周期とした場合のポアンカレマップの形を知ることが必要であると考えた。

入力周期が固有周期より大きくなると x_n, y_n に対する f, g 関数が重なってくる。

4. 不規則波中の運動

表4に示されている入力関数 $F_2(t), F_3(t)$ および $F_4(t)$ を用いた場合である。計算結果, ストロボ点を表示した位相図と2次のポアンカレマップおよび各入出力のパワースペクトルを示した。

4.1 ランダム波を入力関数とした場合

表4の入力関数 $F_2(t)$ において, コンピュータにセットされている正規乱数を用いて, ランダム波を発生させ,

(a) 入力波の周期をストロボ点とした場合

図2 規則波中の運動

(b) 船の固有周期をストロボ点とした場合

図2 規則波中の運動

システムへの入力として解を求めた。このような波のスペクトルはフラットでホワイトノイズとして知られている。計算例を図3(a)に出力の位相図とポアンカレマップおよび横揺れ角と横揺れ角速度のパワースペクトルを示した。位相図中のダイヤ印による表示は各ストロボ点を示す。ポアンカレマップの表現は前述にしたがった。ストロボ点はランダムに散らばっている。ポアンカレマップは x, y 座標45度方向に長軸を持つ楕円を示している。スペクトラムから横揺れ角および角速度は固有周期付近に大きなパワーをもち、ランダム入力波は大約フラットなスペクトルを示している。ストロボ点を固有周期とする場合のポアンカレマップの特徴が分かる点で系の性質を見るのには意味があるものと考えられる。

4.2 波傾斜を入力関数とした場合

4.2.1 波高記録からの波傾斜時系列

表4の入力関数 $F_3(t)$ において、実験時の波高計測値を正規化してこれに与えられる最大波傾斜を掛けた時系列を入力とした。波浪中の船体運動は波と船の相対関係において変化する。スペクトルの形は特徴的である。実

(a)-1 波傾斜, 横揺れ角, 横揺れ角速度の
パワースペクトル

Prog Name PLPOINCR
POINCR MAP for ship motion
File name B:GMSX2, B:GMSY2
STD= .1745 DATA number= 1258
DPX= 8, DPT= 1.5
RTX= 500, RTY= 500
DATE of calculation 1989-AUG-16

(a)-2 位相図, ポアンカレマップ

3(a) ランダム波入力に対する計算結果例

(b)-1 波高, 横揺れ角, 横揺れ角速度の
パワースペクトル

(b)-2 位相図, ポアンカレマップ

3(b) 波高記録入力に対する計算結果例

(c)-1 縦揺れ角, 横揺れ角, 横揺れ角速度
のパワースペクトル

(c)-2 位相図, ポアンカレマップ

3(c) 縦揺れ角記録入力に対する計算結果

(d)-1 波高, 縦揺れ角, 横揺れ角, 横揺れ角速度のパワースペクトル

(d)-2 位相図, ポアンカレマップ

3 (d) 自然風波中運動計測記録解析結果

図3 非線形微分方程式の解

験では Head, Bow, Beam, Quartering, Following の各状態において運動計測がされている。この実験では同一水域の一点で同時波高記録されていたが、この波高記録について前述の波傾斜時系列に変えて入力関数 $F_3(t)$ として解を求めた。計算結果を図3 (b) に示した。図3中、各パワースペクトルはBT法で求めた。横座標はスペクトル分割数(周波数 $\Delta f = 0.025$ Hz)および周期で示した。縦座標は各パワーでパワーのピークを強調する表現をし、目盛は適宜とした。以下、本文におけるパワースペクトルの表現は同様の方式とした。ポアンカレマップの表現は前述の方式によった。ポアンカレマップの形はランダム波の場合の形に規則波入力成分も含まれている形となっている。

4.2.2 縦揺れ角を入力関数とした場合

表4の入力関数 $F_4(t)$ において、運動計測中、同時記録され縦揺れ角の時系列を入力関数 $F_4(t)$ とおいて解を求めた。計算結果を図3 (c) に示した。計算例は右横波中を航行した場合の運動計測データを用いた。計算結果の表示は前述の方式とした。入力の波傾斜(縦揺れ角)のパワースペクトルは比較的幅の広い周波数帯域を持っている。出力の横揺れ角および横揺れ角速度は固有周期付近に大きなパワーを示しているが、前述の2つの場合よりも広い周波数幅である。ストロボ点はランダムな散らばりを示している。ポアンカレマップはランダム波の場合の形に規則波入力成分が含まれる形である。

4.2.3 自然風波中の船の運動

自然風波中の模型船による実験計測データから、各運動記録について統計値およびパワースペクトルを、2次元位相図からポアンカレマップを求め、前述の方式で図3 (d) に示した。計算は前項の右横波中を航行した場合である。同時計測された波高データから求めたパワースペクトルも示した。横揺れ角および横揺れ角速度のパワースペクトルは固有周期付近に大きなパワーを持ち、更にその付近に第2のパワーを持っている。前項の計算例よりも更に広い帯域にパワーが存在している。ストロボ点はランダムな散らばりを示している。ポアンカレマップの形はランダム波の場合の形に規則波入力成分が混在し、図3 (b), (c) の場合より複雑な形を示している。

5. 考 察

実験船の非線形システムとしての数学モデルによる計算結果に示される特性と自然風波中、実験結果の示す特性について、比較検討した。自然風波中の模型実験データと同定したシステムの出力を大域的に見て比較するのに前述したようにポアンカレマップ等による方法を用いてきた。十分とは言えないが、以上を示した解析結果を次の通り要約できる。

5.1 不規則波中の運動と自然風波中の運動

自然風波中のモデル実験に対応させて数学モデルに対して4つの入力関数を用いて計算した。本項では模型

表5 実験結果と計算結果との比較

実験 (a) 縦揺れ角の時間分布 データ数 1000

Pitch (Teac new 2-ch) CALV=.105163

データの平均値=2.66967 分散=9.09741

最大値=11.0015 最小値=-9.61043

データ名 B:80003.1 のヒストグラム

項目	ランク値	度数	百分比
1	- 9.475	1	0.1
2	- 8.425	3	0.3
3	- 7.375	7	0.7
4	- 6.325	15	1.5
5	- 5.275	24	2.4
6	- 4.225	48	4.8
7	- 3.175	49	4.9
8	- 2.125	91	9.1
9	- 1.075	107	10.7
10	- 0.025	159	15.9
11	1.025	120	12.0
12	2.075	153	15.3
13	3.125	69	6.9
14	4.175	70	7.0
15	5.225	30	3.0
16	6.275	27	2.7
17	7.325	12	1.2
18	8.375	6	0.6
19	9.425	6	0.6
20	10.475	2	0.2

計算 (a) 入力 (縦揺れ角) の時間分布

ファイル名=B:GMHK 3 ZZ データ数 1200

データの平均値=-7.06959E-03 分散=8.65954

最大値=10.963 最小値=-9.50546

データ名 B:GMHK 3 ZZ のヒストグラム

項目	ランク値	度数	百分比
1	- 9.475	2	0.2
2	- 8.425	4	0.3
3	- 7.375	5	0.4
4	- 6.325	20	1.7
5	- 5.275	26	2.2
6	- 4.225	50	4.2
7	- 3.175	68	5.7
8	- 2.125	107	8.9
9	- 1.075	142	11.9
10	- 0.025	186	15.5
11	1.025	163	13.6
12	2.075	152	12.7
13	3.125	92	7.7
14	4.175	83	6.9
15	5.225	45	3.8
16	6.275	27	2.3
17	7.325	17	1.4
18	8.375	5	0.4
19	9.425	4	0.3
20	10.475	0	0.0

実験 (b) 横揺れ角の時間分布 データ数 1000

WAVE DIR=R-beam (19.9 GT)

Roll (Teac new 1-ch) CALV=.202616

データの平均値=5.48786 分散=44.1117

最大値=18.6234 最小値=-17.8474

データ名 B:80003.0 のヒストグラム

項目	ランク値	度数	百分比
1	- 17.075	7	0.7
2	- 15.225	10	1.0
3	- 13.375	22	2.2
4	- 11.525	44	4.4
5	- 9.675	47	4.7
6	- 7.825	67	6.7
7	- 5.975	77	7.7
8	- 4.125	81	8.1
9	- 2.275	111	11.1
10	- 0.425	137	13.7
11	1.425	123	12.3
12	3.275	108	10.8
13	5.125	64	6.4
14	6.975	43	4.3
15	8.825	24	2.4
16	10.675	14	1.4
17	12.525	12	1.2
18	14.375	5	0.5
19	16.225	4	0.4
20	18.075	0	0.0

計算 (b) 出力 (横揺れ角) の時間分布

ファイル名=B:GMHK 3 XX データ数 1200

データの平均値=-.035666 分散=38.2102

最大値=20.4981 最小値=-19.6944

データ名 B:GMHK 3 XX のヒストグラム

項目	ランク値	度数	百分比
1	-19.000	6	0.5
2	-17.000	12	1.0
3	-15.000	9	0.8
4	-13.000	10	0.8
5	-11.000	16	1.3
6	- 9.000	37	3.1
7	- 7.000	83	6.9
8	- 5.000	119	9.9
9	- 3.000	139	11.6
10	- 1.000	168	14.0
11	1.000	161	13.4
12	3.000	160	13.3
13	5.000	111	9.3
14	7.000	77	6.4
15	9.000	35	2.9
16	11.000	12	1.0
17	13.000	14	1.2
18	15.000	13	1.1
19	17.000	11	0.9
20	19.000	6	0.5

実験 (c) 横揺れ角速度の時間分布

WAVE DIR=R-beam (19.9 GT)

データ数 1000

Roll rate (Teac new 3-ch) CALV=.27279

データの平均値=7.0367 分散=349.696

最大値=60.3432 最小値=-52.5931

データ名 B:80003.2 のヒストグラム

計算 (c) 出力 (横揺れ角速度) の時間分布

ファイル名=B:GMHK3YY データ数 1200

データの平均値=-.0162758 分散=338.737

最大値=63.708 最小値=-61.1149

データ名 B:GMHK3YY のヒストグラム

項目	ランク値	度数	百分比
1	-50.175	4	0.4
2	-44.525	3	0.3
3	-38.875	17	1.7
4	-33.225	35	3.5
5	-27.575	51	5.1
6	-21.925	86	8.6
7	-16.275	100	10.0
8	-10.625	108	10.8
9	-4.975	113	11.3
10	0.675	127	12.7
11	6.325	114	11.4
12	11.975	89	8.9
13	17.625	58	5.8
14	23.275	41	4.1
15	28.925	29	2.9
16	34.575	6	0.6
17	40.225	14	1.4
18	45.875	3	0.3
19	51.525	2	0.2
20	57.175	0	0.0

項目	ランク値	度数	百分比
1	-57.875	6	0.5
2	-51.625	9	0.8
3	-45.375	12	1.0
4	-39.125	10	0.8
5	-32.875	13	1.1
6	-26.625	28	2.3
7	-20.375	73	6.1
8	-14.125	110	9.2
9	-7.875	136	11.4
10	-1.625	160	13.4
11	4.625	177	14.8
12	10.875	158	13.2
13	17.125	131	11.0
14	23.375	77	6.4
15	29.625	39	3.3
16	35.875	17	1.4
17	42.125	15	1.3
18	48.375	10	0.8
19	54.625	10	0.8
20	60.875	5	0.4

実験における計測された波高および縦揺れ角を入力して求めた解と実測値との比較検討結果について述べる。計算については、前述したが、実験時の波との各相対方向に航行時計測したアナログデータについて、時間間隔 0.1 sec, 0.02 sec で読み取られた各データを $F_3(t)$, $F_4(t)$ として入力して計算した。約60の計算結果から、求めた位相図、ストロボ点、ポアンカレマップ、パワースペクトルおよびそのデータの統計値に基づいて検討した。その中で、波を右舷正横に受けて航行中の場合について計算出力データおよび対応する実測データの統計値を表5に示した。

ポアンカレマップは各々図3(c), (d)に対応するが、ランダム波、規則波の各入力の効果を示しており、その形が同形であるとは言えないが相対的には近似している。表5中、実験(a), (b), (c)は実験計測データで、計算(a), (b), (c)は計算出力データである。(a)は入力で同一データである。(b)の横揺れ角についてみると分散、最大値、最小値は約10%以内の値にあり、そのヒストグラムも類似している。次に(c)の横揺れ角速度は分散、最大値、最小値共に5%以内で近似しており、ヒストグラムも類似している。但し、各平均値は実験値にデータレコーダー入出力時の偏りが含まれており計算値とは一致していない。この計算例では数学モデルの動きが極めて良く一致しているものと考えた。

しかしながら、両者のパワースペクトルには相違が認められるので全く一致するとは言い難い。更に、この計算例以外では、この程度の一致は見られなかった。そのデータから見た主な違いは入力スペクトルの形で、帯域幅が広いのが特徴的であった。

5.2 規則波中の数学モデルの動きと自然風波中の模型船の動き

3節に記述した規則波中のシステムの動きを示す2種類のストロボ点に対するポアンカレマップのパターンは本研究での一つの成果である。これを基礎として、風波中での実験計測データとの関連性を求めたが、実験データのパワースペクトルに現れているように外力の複合性等から規則波による運動解析を更に進め十分な検討を要すると考える。

6. ま と め

本文では、自然風波中のモデル船による運動計測実験とモデル船の横揺れ運動に関する非線形微分方程式の数値解とを非線形力学の問題として、大域的に比較検討してきた。

実験データの中で、右横波を受けて航行中の計測データ解析例で、数学モデルの数値解とモデル船の実験結果が極めて類似していることを確認できた。湖での実験では生成される風波がかなり早いペースで消長を繰り返している。決定論的な意味での再現性があるとは言えないが、本文に示した意味で数学モデルがある程度、的確な現象の把握の手がかりにはなると考えられる。また規則波中の位相図あるいはポアンカレマップから、実船における運動を同様な方法で大域的に見ることによって、その時点の船体に及ぼす外力因等の一端を窺える可能性を検討したい。

本論はカオスを問題にしてはいないが、数学モデルによる現象の再現性の確認の上、その問題があればカオス現象の研究もする必要も出てくると考えている。

本研究において、実験データの収集等にご協力を頂いた北海道大学水産学部漁船運用学講座の諸氏に深謝する。

参 考 文 献

- (1) 川島利兵衛, 非線形力学から見た船の横揺れ解析—I, 日本航海学会論文集 69号, pp. 49-57, 平成1年9月

質 疑 応 答

大津皓平(東京商船大学): 非線形方程式の係数の同定は時系列データのあてはめでやられたのでしょうか, 速力影響などを考えると, 実際の実験データからのあてはめも必要と思われますが, 教えてください。

川島利兵衛: ご指摘の運動の計測データのあてはめで係数の同定したものではありません。出来れば, ご指摘の方法による係数同定が必要に思います。今後, その方法も研究してみたいと思います。