操縦運動制御問題における最適レギュレータ入力の取扱いについて

湯室彰規*・増田伯昭**・荒木獻次**

An Application of the Optimal Regulator Theory to Ship Maneuvering Control

Akinori YUMURO, Noriaki MASUDA and Kenji ARAKI

Abstract

The solution of an optimal control problem with magnitude-constrained input is computed for maneuvering motion of a tanker type ship equipped with a rudder and a bow thruster. And the computation for the control input based on the linear optimal regulator theory is made by taking account of magnitude constraint on the input due to state feedback. It is indicated that the latter solution almost agrees with the former solution when the interval of the integration providing the performance function is increased significantly.

This report deals with parallel course shift maneuver induced by control forces on the rudder and the bow thruster. The maneuvering motion in which drifting angle or heading angle is kept sufficiently small is examined. Considering effect of the input saturation, some features of the behaviour of the control forces are presented and discussed.

1. 緒 言

近年、船舶の操縦運動制御に関する検討、設計においても最適レギュレータ（線形最適レギュレータ）理論が広く便利に使用されている。最適レギュレータの計算では、制御入力に拘束条件を課すことができないので、本来は入力に飽和状態が現れないことになる。

本報告では、入力に拘束のある場合の最適制御入力（以下、最適解と呼ぶ）が、最適レギュレータ理論によるフィードバック・ゲインを採用した上で入力に上限を設ける取扱いを行ったときの入力（以下、最適レギュレータ入力の修正値と呼ぶ）と一致することを数値計算例により確認している。ここで、最適解とは変分法を用いる方法における 2 点境界値問題を直接に数値的に解いて得られた結果を意味するものとする。なお、リカッチ行列方程式の解で構成されるフィードバック・ゲインにより定められる入力そのものを最適レギュレータ入力と呼び、この方法より求められた入力が最大許容量を越える場合には、その最大値をとるとしたときの入力を、上述のごとく最適レギュレータ入力の修正値と呼ぶことにする。

さらに、上述の結果を踏まえ、舵および船首サイドスラスターを制御手段としたときの平行移動操船の操縦運動における入力をシミュレーション計算により検討し、その特性を明確にすることを目的とする。なお平行移動運動の形態としては、いくつかの種類が考えられるが、ここでは横流れ角あるいは回頭角の小さい運動を取り上げる。

* 正会員 埼玉大学工学部（〒338 浦和市下大久保 255）

** 非会員 埼玉大学工学部（〒338 浦和市下大久保 255）

2. 操縦運動方程式と評価関数

外乱のない状態を考え、船速を一定とする近似的取扱いを行う。線形化された運動方程式として次式を用いる。

$$\left. \begin{aligned} (m+m_y) V \dot{\beta} + Y_{\beta} \cdot \beta - \{(m+m_x) V - Y_r\} r &= Y_{\delta} \cdot \delta - Y_T \\ (I_z + J_z) \dot{r} - N_{\beta} \cdot \beta - N_r \cdot r &= N_{\delta} \cdot \delta + Y_T \cdot \ell_T \\ \dot{Y} &= V \Psi - V \beta \\ \dot{\Psi} &= r \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

座標系を図1に示す。記号は操縦運動に常用されているもの⁽¹⁾に従っており、 β は横流れ角、 r は回頭角速度、 Ψ は回頭角（方位角）、 δ は舵角、 V は船速である。ただし Y は横変位を表し、 Y_T および ℓ_T はスラスタ推力、スラスタ・船体重心間の距離を表す。本来は Y_T はスラスタにより船体に発生する横方向力、 ℓ_T は着力位置と船体重心の距離を意味するが、近似的にスラスタ自身の推力およびスラスタ・船体重心間の距離を用いる。なお、同図には平行移動操船時の航跡を模擬的に示しており、図中の Y_0 は横変位の初期値を表している。(1)式の左辺の各微係数には、有効舵角に基づく舵力およびプロペラ横力による付加が含まれているとする⁽²⁾。

図1 座標系

線形化を行うに当たっては、舵角 15° の旋回における回頭角 $\Psi=0^\circ \sim 90^\circ$ の範囲の航跡が元の非線形運動方程式によるそれと合致するように定めた等価的な船体微係数を用いている。簡単のため、舵力およびスラスタ推力は制御指令どおりに得られるとし、時間遅れは考えない。スラスタ推力に対する船速影響は、文献(3)の実験結果に基づいて得られた実験式

$$\frac{Y_T}{(Y_T)_0} = e^{-a \cdot F_N} \quad (2)$$

より推算する。 $(Y_T)_0$ は前進速度零における推力、 F_N はフルード数を表し、 a は実験定数である。深水状態の船首スラスタの場合は $a=15.5$ となる。

(1)式によると、状態ベクトルおよび入力ベクトルはそれぞれ $x = [\beta, r, Y, \Psi]^T$ 、 $u = [\delta, Y_T]^T$ となる。 x の各要素はすべて直接測定可能であると仮定する。また出力ベクトル（制御したい変数を意味する）は $y = [\beta, Y, \Psi]^T$ とする。最適レギュレータに対する評価関数として

$$J = \int_0^\infty (y^T Q y + u^T R u) dt \quad (3)$$

を採用する。行列 Q と R において対角線要素のみを考え、(3)式を次式のように書き直す。

$$J = \int_0^\infty \{ k_1 (q_1 \beta^2) + k_2 (q_2 Y^2) + k_3 (q_3 \Psi^2) + \{ \bar{k}_1 (r_1 \delta^2) + \bar{k}_2 (r_1 Y_T^2) \} \} dt \quad (4)$$

ここで、 $q_1 \sim q_3$ および r_1, r_2 は規格化を行うためのものであり、 $q_1 = (1/\beta_{\max})^2$ 、 $q_2 = (1/Y_{\max})^2$ 、 $q_3 = (1/\Psi_{\max})^2$ および $r_1 = (1/\delta_{\max})^2$ 、 $r_2 = [1/(Y_T)_{\max}]^2$ とする⁽⁴⁾。 $k_1 \sim k_3$ および $\bar{k}_1, \bar{k}_2$ は、出力および入力の各要素に対する重要視の程度を表す係数であり、ここではこれを重み係数と呼ぶことにする。

最適レギュレータ入力あるいは最適レギュレータ入力の修正値を求めるに際しての、これらの係数の値を決定する手順は、まず $k_1 \sim k_3$ を与えた上で、入力に飽和を許さない場合は入力の最大値がその制限値に一致するように $\bar{k}_1, \bar{k}_2$ を定める。飽和を許す場合は、このように定められた $\bar{k}_1, \bar{k}_2$ に一定の係数を乗じて適宜減少させるものとする。一方、入力の大きさに制約条件がある場合の最適解を求める時の評価関数は、(3)式あるいは(4)式において積分上限（終端時刻）を有限値 t_f で置き換えたものとする。最適解の計算は、一般に制御対象が非線形微分方程式で記述される場合も計算可能なように、評価関数の最小値の最適探索を共役勾配法で行う方法に従っている。実際の計算は共役勾配法の一つであるFletcher-Reeves法⁽⁵⁾を用いる方法によっている⁽⁶⁾。ただし、この方法自体は本来は入力に拘束条件が付かない場合

に対して適用されるものである。入力制限の実扱いにおいては、ここでは Quintana と Davison によるクリップ法⁷⁾を用いている。これを採用したのは共役勾配法の数値計算手順として、入力制限がない場合とほとんど同じ形を用いることができることを考慮したことによる。

3. 対象船型と計算条件

対象とした船型はタンカー船型⁸⁾で、その要目を表 1 に示す。満載状態を考え、船速は $F_N = 0.05$ (約 5.3 ノット) を基準とする。以下、断りのない場合はこの船速を意味するものとする。なお、スラスターの装備位置として s. s. 9½ を想定する。

最大許容量については、舵角は 35° 、スラスター推力は 40 トン (船速零の場合) とする。(1) 式中の各係数の値は基本的には MMG 数学モデルの考え方により定める^{(1), (2)}。(1) 式の元の非線形方程式に基づく旋回航跡が、舵角 35° および 15° に対して実用上問題にならない程度に実測値と一致することを確認している。

表 1 対象船型の要目

$L(=L_{pp})$ (m)	300.0
B (m)	50.0
d (m)	19.0
C_b	0.83
舵面積比	1/61.3
縦横比	1.35
プロペラ直径(m)	8.36
ピッチ比	0.718

4. 最適レギュレータ入力の修正

(1) 式の線形微分方程式で記述される系において入力に制約条件が課せられた場合の最適解の計算を行い、最適レギュレータ入力の修正値との比較を行う。この比較を便宜上、より単純な運動について行うこととし、ここでは変針操船について行う。この場合の状態ベクトルは $x = [\beta, r, \Psi]^T$ となり、出力ベクトルは $y = [\beta, \Psi]^T$ とする。ただし、(4) 式の表示において β 、 Ψ に対する重み係数を改めて k_1 、 k_2 で表わす。

重み係数の値が与えられたとして、最適レギュレータ入力そのもの、最適レギュレータ入力の修正値および最適解の間の比較を行う。その例を図 2 に示す。図中、Fletcher-Reeves 法と記してあるのが最適解を表す。ここで重み係数は $k_1 = k_2 = 1$ 、 β および Ψ の初期値は 0° 、 90° としている。図 2(a) は最も単純な取扱いとして舵のみの 1 入力とした場合、図 2(b) は 2 入力の場合の例を示している。図中、舵角に対しては許容最大値を 20° 、スラスター推力に対しては 18.4 トンとしている。スラスター推力については船速 $F_N = 0.05$ の状態における許容値を意味する。ここで最適レギュレータ入力そのものは、たとえ制限値を越えても、そのままの大きさが与えられると想定したときの入力を意味しているので、この取扱いにおいては飽和の状態は現れない。最適レギュレータ入力とその修正値との比較によると、入力に制限を設けると制限値を越えた部分は飽和域を拡げる方向に

図 2(a) 最適レギュレータ解と最適解との比較
(1 入力の場合)

図 2(b) 最適レギュレータ解と最適解との比較
(2 入力の場合)

働くが、ある程度時間が経過すると両者は十分に接近する。図2の例に限れば、この経過時間は飽和時間長さのほぼ2倍強となっている。

また、比較に当たっては最適解計算における評価関数の積分上限 t_f に十分大きい値を与えることが必要である。同図より、 t_f の増大に伴い最適レギュレータ入力 of 修正値が最適解に近づく様子がよく分かる。ここで、積分上限 t_f を 2000 秒程度にすれば、最適レギュレータ入力 of 修正値と最適解は、図における曲線として区別できない程度に一致している。

5. 平行移動操船時の操縦運動

さきに述べたごとく、ここでは β あるいは ψ を十分小さくする運動を考える。前者は航跡の占有面積を小さくする運動であり、後者は接岸局面において望ましいと見なせる運動である^{(8),(9)}。以下では最適レギュレータ理論に基づくことを前提として、2入力制御によるこの種の運動の入出力の特徴について考察する。

5.1 運動の評価法

評価関数の形が固定されている場合は、関数値そのものを計算するのも一つの評価法となる。一般に評価関数を最小にすることは、できるだけ小さい制御入力で、初期状態をできるだけ寄り道をしないで目標状態に移すことを意味しているが⁽⁴⁾、これに等価で簡潔な指標を見出すことは困難である。そこで評価関数と直接には対応しないが、文献(10)で提案されている占有面積を指標とする。ただし、占有面積は横移動量と進出距離との積で定義される。後述するように本報告では横変位の初期値を一定としているので、占有面積はそのまま進出距離に対応する。

最適レギュレータ理論によって得られた場合のこの指標は、当然最短時間制御による場合のそれよりも大きい値を示すことになる。しかしながら最適レギュレータ入力の修正値を用いる方法は、消費エネルギーを小さく押さえる取扱いにおいて任意性を伴うが、バン・バン制御の要素を一部取り入れた実用的な制御方法と見なすこともできる。

5.2 入力飽和がない場合の入出力特性

最適レギュレータ理論の適用に当たっては、入力に飽和を許さない取扱いが基本となるので、まずこの条件の下での結果について述べる。重み係数は $k_1 = k_2 = k_3 = 1$ の場合を基準とし、このときの入出力の時間変化を図3に示す。ここで、初期条件は $Y = 300\text{m}$ ($Y/L = 1$)、 $\beta = r = \psi = 0$ としている。舵およびスラスタを用いる平行移動運動では、船速の影響が比較的大きく現れることが予想されるので、同図には船速を変化させた場合の結果を示してある。入力については、低速になるほど大きな舵角が要求されることになり、もっともらしい結果が得られている。出力については、極く低速において β にやや特異な挙動が見られる。

図3 平行移動運動の入出力に及ぼす船速の影響
(重み係数 $k_1 = k_2 = k_3 = 1$)

入力直後の短い時間区間において β は正の値を持ち、方向を反転した次の区間では比較的小さな値に留まっている。極く初期に β の符号が正となるのは、スラスター推力が舵力に比して過大な状態にあることによると考えられる。また低速ほど過渡状態における横移動量が大きく、運動航跡としては低速時が有利という結果になっている。

次に β あるいは ψ の小さい運動を得るために、係数 k_1 あるいは k_3 の値を順次増加させ、上述と同じ要領により入出力を求める。ここで横変位も主要因子であるので、 k_2 の値もパラメータとして変化させている。以上の結果から β の最大値 $|\beta|_{\max}$ あるいは ψ の最大値 $|\psi|_{\max}$ 、さらに指標値として進出距離を求める。ここで、進出距離は横変位が $0.05Y_0$ (Y_0 : 横変位の初期値) に至るまでの距離と定めている。係数 k_1 と k_2 の組合せに基づく $|\beta|_{\max}$ および指標値の変化を図 4 に示す。また k_2 と k_3 の組み合わせによるそれらを図 5 に示す。

図 4 より明らかなように、係数 k_1 を大きくすると β の小さい運動が得られるが、同時に進出距離の増加を招く。このことは同時に横移動運動が緩慢になることを意味している。また、図 5 より ψ を小さくする運動についても同様のことが言える。

いま例として β の最大値に対して条件が課せられることを想定する。条件を満たす k_1 と k_2 の組合せについては、両者を共に小さくすること、あるいは共に大きくすることの 2 つの選択がある。この場合の有利性は、それぞれにおける指標値、さらに入力の大きさなどの比較により判定されることになる。 ψ の最小値が指定されることを想定した場合についても同様の手順で取り扱うことができる。2 種類の運動の例として、 $k_1=10$ 、 $k_2=k_3=1$ とした場合および $k_1=k_2=1$ 、 $k_3=10$ とした場合の入出力の比較を図 6 に示す。入力における特徴として次のことが挙げられる。

入力開始後の初期段階では、舵およびスラスターは共同して船首を新針路へ向けるモーメントを与え、船体に大きな負の β の値を発生させる。これに伴う横方向力により船体を新針路側へ移動させる。その後、舵角に符号の反転が起り β あるいは ψ の発達 of の行き過ぎ of の調整が行われる。以上が初期段階における両運動に共通した入力の特性であると言える。その後の段階では、 ψ を小さく運動においては 2 入力共に以

図 4 指標値に及ぼす重み係数の組合せの影響
(β を小さくする運動の場合)

図 5 指標値に及ぼす重み係数の組合せの影響
(ψ を小さくする運動の場合)

図6 2種類の平行移動運動における入出力の比較

図7 入力飽和がある場合の平行移動運動
(β を小さくする運動の場合)

前の符号を維持し、新針路へ方向の横方向力を発生し続ける。このことは、 β を小さくする運動と比べ目標針路への接近が緩慢であることにも関連していると考えられる。一方 β を小さくする運動においては、目標値への接近に備えて比較的早い時期に2入力共に符号の反転が行われ、船体を新針路から遠ざける方向の横方向力を発生させる。なお、前者の運動ではスラスター推力は入力直後に激減し、以後徐々に減少しているのが特徴と言える。このことは方位角の増加を抑制するために、本来、初期段階においても制限値に近くなるような大きな入力及要求されないことを意味していると考えられる。

5.3 入力飽和がある場合の入出力特性

5.2節の図6に示した運動の場合と同一の条件の下で入力に飽和を許した場合の入出力を求め、飽和を許さない場合と許した場合の比較を行う。図7は β を小さくする運動に対する結果である。これは飽和を許さないときの重み係数 k_1 、 k_2 に乘じる係数を、一例として0.0625とした場合の結果である。

飽和を許す扱いを行うことにより、スラスター推力にのみ比較的長い飽和時間が現れている。舵角にも飽和が現れているが極く短い。このことは、スラスターがより効果的な入力であることを意味していると考えられる。飽和を許した場合の入力の特徴の一つとして、入力の各要素において方向の反転時期が、飽和を許さない場合のそれとほとんど変わらないことが挙げられる。

横流れ角の重み係数を大きく設定することにより横流れ角のより小さい運動が得られるが、これに伴い一般には横移動量も減少する。ここで入力に飽和を許す取扱いを行えば、横流れ角を小さくするという本来の要求をより満たしつつ、横移動量に対しても改善がなされている。ただし、重要視していない方位角は飽和を考慮すると逆に増大する。

一方、図 8 は ψ を小さくする運動に対する同様の結果を示したものである。ただし、上述の飽和領域を生じさせるための係数を、一例として 0.250 とした場合の結果である。 β を小さくする運動の場合と比べ、改善の程度は小さいが、全く同様の傾向が得られている。

次に飽和時間が指標値に及ぼす影響について考える。理解を容易にするため、2 入力のいずれかが一方のみに飽和が現れる状態を考える。係数 k_1 および k_2 の調整により飽和時間長さを順次変化させる。このとき他方の入力の最大値は制限値と一致するようにする。ここで両入力に飽和がなく、それぞれの最大値が制限値と一致するときの評価関数を考え、この関数値を指標値とする。

舵角に飽和が現れる場合の飽和時間長さと指標値との関係を示したのが図 9 である。また、スラスタ推力に飽和が現れる場合のそれを図 10 に示す。この例は上に述べた β を小さくする運動における結果である。 k_1 あるいは k_2 の値を十分に小さくすると、入りに制限値間の切替えが生じることがあるが、ここでは初期部分の一箇所のみ飽和領域が現れる場合に限定している。

飽和時間の増加に伴い、評価関数値は下に凸の形で単調に増加する傾向が見られる。一方、進出距離については、舵角に飽和のある場合は単調に減少するのに対し、スラスタ推力に飽和のある場合は、ある飽和時間長さのところで極小値が現れている。

図 9 舵角飽和時間と指標値との関係
(スラスタ飽和時間=0)

図 8 入力飽和がある場合の平行移動運動
(ψ を小さくする運動の場合)

図 10 スラスタ飽和時間と指標値との関係
(舵角飽和時間=0)

6. 結 言

最適レギュレータ計算における入力制限の取扱い、および舵とサイドスラスタを制御手段としたとき平行移動操船時の入出力の特徴について考察した。結果は大略以下になる。

- (1) 最適レギュレータ理論によるフィードバック・ゲインを採用した上で、入力に上限を設ける取扱いの妥当性を数値計算例により確認した。
- (2) 平行移動操船における一つの運動形態として、横流れ角あるいは方位角を小さくする運動を取り上げ、それらの入力に飽和を許さない場合と許した場合の入出力の特性について述べた。
- (3) 飽和時間長さと、ある種の指標の値との関係について考察した。飽和時間の増加に伴い、評価関数値は下に凸の形で単調に増加する傾向が見られる。進出距離については、スラスタ推力に飽和がある場合、ある飽和時間長さのところで極小値が現れる。

最後に、本報告の作成に当たりご協力いただいた埼玉大学工学部石野裕二技官に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- (1) 小瀬邦治・湯室彰規・芳村康男：操船運動の数学モデルの具体化，第3回操縦性シンポジウム，日本造船学会，1981
- (2) 湯室彰規：船の操船運動の縮率影響の実例とその推定法，石川島播磨技報，第21巻，第3号，1981
- (3) 藤野正隆・猿田俊彦・伊田 力：サイド・スラスタの効果に関する実験的研究，関西造船協会誌，第168号，1978
- (4) たとえば，小山健夫・金 雁・金 奎喚：船の自動離着舷のシステムの考察（第1報），日本造船学会論文集，第162号，1987
- (5) R. Fletcher and C.M. Reeves：Function minimization by conjugate gradients, Computer J., Vol.7, 1964
- (6) L.S. Lasdon, S.K. Mitter and A.D. Waren：The Conjugate Gradient Method for Optimal Control Problems, IEEE Trans. Vol. AC-12, No.2, 1967
- (7) V.H. Quintana and E.J. Davison：Clipping-off gradient algorithms to compute optimal controls with constrained magnitude, Int. J. Control, Vol.20, No.2, 1974
- (8) 日本造船研究協会・59部会調査資料：Bow thruster を作動したときの船体運動について，1963
- (9) 日本造船研究協会・59部会調査資料：Bow thruster による船の斜航運動について，1963
- (10) 小林弘明，遠藤 真：航行環境の安全性評価における船舶操船特性，日本航海学会誌，第120号，1994

質 疑 応 答

大津皓平（東京商船大学）：

- (1) 操舵機 etc. のアクチュエータの応答モデルはどうなっていますか。
- (2) 経験によると平行移動操船では非線型の影響はあまり出てこないのので、速力変更 etc. に着目されては如何か。

湯室彰規：

- (1) 第1段階の取扱いとして、十分に簡略化された運動方程式を用いております。操舵機、スラスタの駆動装置の動特性は考慮しておりません。制御力は瞬時に得られるものとし、応答遅れの影響は無視しております。今後、できるだけ実際の状態に合った計算法に改めていく必要があると考えております。
- (2) 運動中の船速変化を考慮するには、縦方向の運動方程式を加えた上で、本来は非線形の取扱いが必要になりますが、今後の検討項目とさせていただきます。設定船速そのものを変化させたときの影響については、入出力に関するいくつかの計算結果を得ておりますが、その例を本文中に示しております。今後、これに関連した検討をさらに続ける予定でございます。