滑走平板が造る波の研究について—VIII. —有限幅滑走平板が造る波の数値計算—

塩 谷 茂 明 *

Study on Waves Generated by a Planing Flat Plate—VIII. —Numerical Computation on Waves Generated by a Planing Flat Plate of Finite Span—

Shigeaki SHIOTANI

Abstract

This paper is a fundamental research on wave-making phenomena by a planing flat plate of finite span.

In the 7th report, the waves generated by a planing flat plate of finite span were calculated numerically by using the running pressure disturbance model on the free-surface of water and the calculated results were compared with the measured ones.

This paper deals with direct numerical computation by a finite differential scheme of surface waves generated by a planing flat plate of finite span without the hypothesis of a running pressure disturbance as mentioned above.

The computational surface waves are compared with the experimental results.

1. 緒 言

本研究の主目的は、第 I 報の緒言で述べた高速艇（主として滑走艇）の流体力学的問題の基礎である滑走平板の造波現象の解明である。

本研究の第 I～III 報では無限幅滑走平板の（二次元）造波現象を回流水槽において実験的に調査した後、解析的並びに数値的手法による生成波の計算方法を提案し、実験波との比較からこれらの計算手法が有意義であることを実証した⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾。これらの研究から、二次元滑走平板の造波問題の全体像が把握できた。

次に、第 IV～VII 報では有限幅滑走平板の三次元的造波現象を二次元の場合と同じ手法で実験的に調査した後、二次元問題と同様な仮定を用いた生成波の計算方法を示した^{(4)～(7)}。

滑走艇の造波問題は通常の排水量型船舶の造波現象と異なる点が多く、一定速度で滑走する有限幅または無限幅平板の造波の計算において、滑走平板の流体への作用を水面上の航走圧力攪乱と等価であると仮定した。さらに、実圧力の攪乱分布は複雑な形状となり直接的に計算が容易でないから、滑走平板の姿勢（浸水長と平板の迎角）と速度から簡単に推定可能な矩形圧力分布モデルを仮定した。このような単純な模擬圧力分布モデルによる計算波も実験波とよく一致することを確認した。しかし、近い将来、滑走艇の造波問題だけでなく粘性を含む総合的な艇周りの造波粘性流場の計算に研究を発展させるには、最終的に圧力分布の仮定をしないで直接的に数値計算する必要がある。

本報の目的は、有限幅滑走平板の造波問題を直接的に数値計算する方法の提案と、計算結果を実験波との比較から本手法の有効性を検討することである。数値計算法は MAC 法に基づいた有限差分法であり、基礎方程式は粘性を含む Navier-Stokes 方程式で、定常解を解くものである。

* 正会員 長崎大学水産学部（〒852 長崎市文教町1-14）

2. 基礎方程式

基礎方程式と計算方法は第III報の水面上二次元圧力攪乱の造波問題に対する数値計算の三次元への拡張であり、基本的には同じMAC法である。詳細は第III、VII報に記述したので簡単に基礎方程式について説明する。

流体は非圧縮性流体であり、粘性は考慮する。このとき、三次元流れの基礎方程式は、次式のように無次元化したNavier-Stokes方程式で与えられる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{1}{Re} \nabla^2 u - \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right] \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \frac{1}{Re} \nabla^2 v - \left[u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{1}{Re} \nabla^2 w - \left[u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right] \quad (3)$$

それぞれの式の無次元化は注目した系の代表長さ L と代表速度 C で、座標 (x, y, z) 、速度 (u, v, w) 、圧力 P 、時間 t を次式のようにして行った。

$$u = \frac{u}{C}, \quad v = \frac{v}{C}, \quad w = \frac{w}{C} \quad (\text{速度}), \quad x = \frac{x}{L}, \quad y = \frac{y}{L}, \quad z = \frac{z}{L} \quad (\text{座標}),$$

$$P = \frac{p}{\rho C^2} \quad (\text{圧力}), \quad t = \frac{t}{L/C} \quad (\text{時間}) \quad (4)$$

ここに、 ρ は流体密度、 C は一樣流速、 L は滑走中の平板浸水長の x 座標への投影長さである。座標は静止水面上で、原点は滑走平板中心線上浸水長の1/2の位置に、下流方向に x の正、 y は平板の幅方向で進行方向に対し右舷側に正、 z は鉛直上方に正である。 Re はレイノルズ数(CL/ν)、 Φ は重力項を含む

$$\Phi = p + \frac{z}{Fn^2} \quad (5)$$

で定義される圧力であり、 Fn はフルード数($C/\sqrt{gL}$ 、 g は重力の加速度)である。また、無次元化した連続の式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

(1)(2)(3)式を時間に関し一次前進差分近似で表すと

$$\frac{u^{n+1}}{\Delta t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} = E \quad E = \frac{u^n}{\Delta t} + \frac{1}{Re} \nabla^2 u - \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right] \quad (7)$$

$$\frac{v^{n+1}}{\Delta t} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} = F \quad F = \frac{v^n}{\Delta t} + \frac{1}{Re} \nabla^2 v - \left[u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right] \quad (8)$$

$$\frac{w^{n+1}}{\Delta t} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} = G \quad G = \frac{w^n}{\Delta t} + \frac{1}{Re} \nabla^2 w - \left[u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right] \quad (9)$$

となる。ここで、添字 n 、 $n+1$ はそれぞれタイムステップを示す。

(7)(8)(9)式をそれぞれ x 、 y 、 z に関し偏微分して加え、MAC法を適用すると次式のPoisson方程式になる。

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = R \quad (10)$$

圧力成分は(10)式を点S.O.R法による反復計算で求める。

自由表面波の計算は、任意水面 (x, y) で時刻 t における水面変位を $h(x, y, t)$ とすると、水面の式 $H(x, y, z, t) = z - h(x, y, t) = 0$ から、 H の実質微分($DH/Dt = 0$)によって次式で得られる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} = w - u \frac{\partial h}{\partial x} - v \frac{\partial h}{\partial y} \quad (11)$$

ここに、基礎方程式の差分化は物体適合座標を用いるため直交座標系 (x, y, z) を一般座標系 (ξ, η, ζ) に変換して行う。両座標系の関係式は次式で与えられる。

$$\xi = \xi(x, y, z, t), \quad \eta = \eta(x, y, z, t), \quad \zeta = \zeta(x, y, z, t), \quad \tau = t \quad (12)$$

ここで、微分項は4次中心差分、対流項は3次風上差分を用いて計算する。

詳細な座標変換と差分化は文献(8)を参照されたい。

3. 計算方法と計算対象

図1は2. で述べた計算方法のアルゴリズムである。MAC法に基づいた陽解法で計算する。初期値の設定後に、初期計算格子を生成する。そして、(7)(8)(9)式からE、F、Gを計算し、(10)式から圧力項 Φ を得る。次に、(7)(8)(9)式から $n+1$ タイムステップの速度を計算する。こうしてタイムステップ毎に新しく得られた速度で自由表面を移動させてから、初期格子における各格子間隔の比率に基づき流体内部の全格子を再構成する。このような過程を定常解が得られるまで繰り返し計算する。

図2は初期計算格子である。三次元計算では大容量のメモリーが要求されるためコンピュータの容量の制約と計算速度の効率化からレギュラー格子とし、幾何学的に生成した物体適合座標である。平板の迎角は 5° 、 B/L は0.44、計算対象領域は格子数が x 方向に $I=127$ 、 y 方向に $J=41$ 、 z 方向に $K=31$ 、座標では $x=(-1.228, 4.80)$ 、 $y=(-1.248, 0.0)$ 、 $z=(-0.377, \text{最大波高})$ の範囲であり、これは滑走平板が造る波が流れ方向の平板中心線に対し左右舷対象と考えられるから、左舷側半面の領域である。格子間隔は波面と平板周りの境界層を詳細に計算するために自由表面と平板周りに集中させ、最小格子間隔を $\Delta z=0.001$ 、 $\Delta x=\Delta y=0.007$ とした。現実には、平板は通常の静止状態では後縁が水面下に没水していて、航走するにしたがって次第に平板後縁周りの水面が低下し、遂に滑走体勢になると後縁から連続した滑らかな波面を形成するようになる。しかし、ここで行った数値計算は安定した定常解を得るために静止状態から計算を開始して、徐々に加速しながら計算を続行させるだけで、上述のような実際の物理現象を逐次計算するものでない。しかも、このような物理過程を物体適合座標を用いて計算するのは不可能である。したがって、最終結果として定常解を得るために初期格子は、静止状態の波面を強制的に平板後縁と滑らかに連結させて生成した。このような格子で計算を継続しても途中で発散することなく安定した定常解が得られた。

境界条件を次のように与えた。流入境界において速度は一様流速、圧力は静水圧、流出境界では速度、圧力とも垂直方向に零勾配とする。平板中心断面において波は左右舷対象になるから速度は対称条件と

図1 計算アルゴリズム

図2 計算格子

図3 滑走平板の圧力抵抗係数 C_p と摩擦抵抗係数 C_f の数値計算時間歴

$v=0$ 、圧力は対称とし、平板から離れた計算領域側面境界において速度、圧力とも垂直方向に零勾配である。計算領域の底部境界では速度は境界垂直方向に零勾配、圧力は静水圧で一定、自由表面境界では速度は垂直方向に零勾配、圧力は大気圧、平板底部の境界において速度はノースリップ条件、圧力は(7)(8)(9)式からNeumann条件で与えた。

本計算は乱流モデルを含まない層流計算であり、レイノルズ数は $Re=10^4$ 、フルード数は $Fr=1.29$ で無次元時間 $T=4.5$ まで計算した。

図3は滑走平板の圧力抵抗係数 C_p と平板摩擦抵抗係数 C_f の時間歴である。 C_p と C_f は次式で計算した。

$$C_p = \frac{1}{S_0} \int_s \Phi \cdot n_x ds', \quad C_f = \frac{1}{S_0} \int_s \frac{\partial q}{\partial n} \cdot n_x ds' \quad (13)$$

ここに、 q は流れの速度ベクトルの大きさ、 ds' は平板上圧力分布の微小面積、 S は平板底面の面積、 n_x は平板に対する単位法線ベクトル n の x 方向成分を示す。両抵抗係数とも比較的早い時間に収束しているため、平板周りの波の計算は無次元時間 $T=4.5$ で十分に定常状態に達しているものと考えられる。

図4 回流水槽による有限幅滑走平板が造る実験波

図5 有限幅滑走平板が造る実験波の概略図

図6 有限幅滑走平板が造る数値計算波の鳥瞰図

4. 計算結果

図4は第IV報の回流水槽実験で得られた計算と同じ迎角の有限幅滑走平板が造る波である。平板が微小迎角であるため、水面変位が僅かであるにもかかわらず、図5で示す波の概略図の滑走平板特有の波形パターンがよく現れ、船尾で生成された三角波、船尾クロス波がよく確認できる。図5に示す個々の波の名称は滑走平板が造る波の特徴を表現するために付したものである。また、図中の(a)～(g)の記号は第IV報において波形を評価するために水面変位の計測を行った位置である。

図6は計算波の鳥瞰図を示す。平板は紙面上を左斜め上方に滑走する。水面変位を強調するために z 方向に3倍増幅して描いた。水が平板側縁と後縁から放出しながら滑走の様子がよく計算されている。

図7は等波高線図である。図中の実線は静止水面より正、破線は負の水面変位である。図5で示したとおり平板前縁から船首八の字波、後縁から滑走平板特有の三角形波とクロス波がより鮮明に表れている。ところが、平板の後縁で生成される船尾八の字波が計算されていない。これは、乱流モデルを含まない層流計算であるために計算のレイノルズ数が実験よりもかなり低くなり、その結果粘性効果が強くなったことと、この計算格子では詳細な流れが表現できるほど密な格子間隔でなく平板後縁の両端部における微妙な流れを十分表現できなかったことによるものと考えられる。また、平板前縁部で発生するスプレー現象も計算されていない。これは物体適合座標を用いた格子では碎波現象やスプレーのような強い非線形現象のシミュレーションが困難であり、ここでは急峻な水面隆起を逆に抑制するように計算されたことによるものと思われる。これらの点については今後の検討課題である。

図8は $y-z$ 座標面に平行な各断面における実験と

$T = 4.5$

図7 有限幅滑走平板が造る数値計算波の等波高線図

図8 有限幅滑走平板が造る実験波と数値計算波の比較 (x -一定断面)

図9 有限幅滑走平板が造る実験波と数値計算波の比較 (平板中心線)

図10 有限幅滑走平板が造る数値計算波の速度ベクトル分布 (y一定断面)

a) $x = 0.0$

b) $x = 0.5$

c) $x = 1.0$

d) $x = 1.75$

e) $x = 2.50$

f) $x = 3.24$

g) 4.05

h) 4.80

図11 有限幅滑走平板が造る数値計算波の速度ベクトル分布 (波面)

図12 有限幅滑走平板が造る数値計算波の速度ベクトル分布 (x一定断面)

計算波の比較である。図4で示したとおり平板迎角が微小であることから波面の起伏が非常に小さくなり、その上に回流水槽中の流れの乱れが重畳するから、波を計測したサーボ式水位計の分解能や追従性等の精度面にも関係して、決して高精度の計測ではない。両者の波は平板の極く近傍ではよく一致しているが、平板後縁から後方になるにしたがい計算波の方が水面変位が小さくなる。このことは、図9で示した平板中心線上の波形の比較からも判断できる。これは前述したとおり計算では粘性の影響が強く平板後縁からの流れの速度の回復が遅く、後方の波が十分に発達しなかったことによる。

図10は滑走平板の側縁と中心線を含む断面($x-z$ 座標面)の速度ベクトル(u, w 成分)を示す。速度ベクトルの大きさは計算領域下部の十分深いところにおけるベクトルの長さが一様流の強さである無次元速度1.0に相当する。本研究では、平板周りの流れの計測を行うことができなかったため、計算結果の詳細な吟味が不可能であるが、波の谷の部分で流れが速く山の部分で遅くなる、いわゆる波の粒子運動の様子がよくシミュレーションできている。

図11は滑走平板を含む波面上の速度ベクトル($u-v$ 成分)を示す。平板側縁での境界層内部と後縁直後の中心線方向に向かう流れの変化がよく現れている。

図12は $y-z$ 座標面に平行な各断面における速度ベクトル($v-w$ 成分)を示す。特に乱れた部分もなく自由表面近傍の生成波内の流体運動の様子がよくわかる。

図13は平板底面の圧力分布を示す。平板側縁での小さな折れ曲がり(キンク)は格子間隔が粗い離散格子の計算による。平板の前縁に極く近い部分の圧力が急激に高くなり、後縁は滑らかに低下している。図14は平板の進行方向に直角方向の平板前縁部、中央部ならびに後縁部における圧力分布を示す。平板の中心部はほぼ滑らかな平坦であり、側縁において急激な圧力が低下する様子は第V報の有限幅滑走平板の圧力分布の計測値とよく似ている。

図15は平板中心線上での実験と計算圧力分布の比較を示す。平板前縁部で計算圧力分布が急に増加するが、実験では圧力が高くなりすぎずほぼ一定値である。これは実験において、平板前縁部を観測すると一様流がそこで逆流して平板に沿って遡上し、その先端部は絶えず変動している。しかも発達したスプレーが水面上に落下し、砕け泡立つために平板の圧力計測のための動圧孔が水面から露出したり水泡の混入などにより正確な圧力の計測が困難であることによる。前縁部を除くその他の部分で両者の圧力分布はよく一致している。

5. 結 論

本研究は滑走艇の流体力学的問題の基礎となる滑走平板の造波現象解明を目的としたものである。このために回流水槽中の滑走平板による造波現象を実験的に詳細に調べるとともに、解析的ならびに数値的手

図13 有限幅滑走平板上の数値計算圧力分布

図14 有限幅滑走平板上の数値計算圧力分布 (x -一定線)

図15 有限幅滑走平板上の実験と数値計算圧力分布の比較 (平板中心線)

法による波の計算方法を提案し、その妥当性を詳細に検討した。

本報では有限幅滑走平板が造る波を圧力攪乱の仮定を設けずに直接差分法により平板周りの粘性流場の数値計算を行い、実験結果と比較しながらこの計算方法の妥当性を検討した。この研究により得られた主な結果をまとめると以下のとおりである。

- (1) 微小迎角では船尾八の字波を除く有限滑走平板が造る波のおよそのシミュレーションは可能である。
- (2) 全体的に実験波は計算波より波高が多少過大評価されるが、これは計算では粘性の効果が強いことによる影響であると推定される。
- (3) 大迎角での滑走平板の数値計算は格子数の制約等もあり、現状では可能でない。
- (4) 物体適合座標では滑走平板特有の前縁部で発生するスプレー現象をシミュレーションすることができなかった。スプレー再現のために適切なモデルの導入等が考えられる。
- (5) 自由表面では粘性効果の軽減、平板境界層では粘性効果の詳細な表現のため乱流モデルの導入による高レイノルズ数の計算が要求される。

以上、第Ⅰ～Ⅷ報まで滑走平板の造波現象の研究について論じた結果、滑走艇の造波現象の基礎的研究の把握の成果を得た。ここに、滑走平板の造波に関する研究はなお詳細な調査検討の吟味が依然と残されたが、一応の成果が得られたのでひとまず終え、この一連の研究で得た成果に基づき、今後はより実用船型の滑走艇周りの粘性流場を含む造波現象の研究に発展させ、操縦性能や推進性能分野の基礎となる研究を遂行する所存である。さらに、近年の船舶の高速化に伴う航走波と海洋構造物を含む浮体間の応答問題にも発展させる予定である。

最後に、本研究の実施にあたり、長年にわたって終始一貫して多大なるご指導と激励を賜った広島大学仲渡道夫名誉教授に感謝の意を表し、心からお礼申し上げます。

参 考 文 献

- (1) 小原茂明：滑走平板が造る波の研究について—Ⅰ。—無限幅滑走平板の造波現象の実験—，日本航海学会論文集，第87号，pp.205-216，1992。
- (2) 小原茂明：滑走平板が造る波の研究について—Ⅱ。—無限幅滑走平板上の圧力分布計測実験—，日本航海学会論文集，第88号，pp.95-106，1993。
- (3) 塩谷茂明：滑走平板が造る波の研究について—Ⅲ。—二次元圧力攪乱が造る波の数値計算—，日本航海学会論文集，第90号，pp.223-232，1994。
- (4) 塩谷茂明：滑走平板が造る波の研究について—Ⅳ。—有限幅滑走平板の造波現象の実験—，日本航海学会論文集，第91号，pp.89-102，1994。
- (5) 塩谷茂明：滑走平板が造る波の研究について—Ⅴ。—有限幅滑走平板上の圧力分布の計測実験—，日本航海学会論文集，第92号，pp.157-166，1995。
- (6) 塩谷茂明：滑走平板が造る波の研究について—Ⅵ。—三次元圧力攪乱が造る波の解析計算—，日本航海学会論文集，第93号，pp.179-190，1996。
- (7) 塩谷茂明：滑走平板が造る波の研究について—Ⅶ。—三次元圧力攪乱が造る波の数値計算—，日本航海学会論文集，第94号，pp.299-308。
- (8) Shiotani S. and Nakato M.，： Numerical Simulation of Three Dimensional Free Surface Waves Generated by a Planing Flat Plate, Transaction of the West-Japan Society of Naval Architects, No.86, pp.1-13, 1993.

質 疑 応 答

今村純也（日建設計）：(1) 研究のアウトプットとしては何をしようとしていますか。（例えば船体への影響なら圧力だし、環境への影響なら慣性力の分布）目的によって使う道具を選ぶ必要があるのでは。

(2) その目的を達成するために研究のフレームをどこまで考えているか。ご講演では将来乱流モデルは入れるつもりなのですが。

塩谷茂明：ご討論有り難うございます。講演でも説明しましたとおり次のように考えています。

ご指摘のとおりだと思います。本シリーズのこれまでの主目的は第Ⅰ報で詳細に、また毎報の緒言冒

頭で記述したとおり滑走艇の基礎となる滑走平板の造波現象の解明です。そのため造波現象の実験的解釈、生成波の解析的、数値的計算法の構築、造波と直接関連した平板上圧力分布の調査等を二次元、三次元問題で追求してきました。言うなれば波の正確な推定法の模索が研究のアウトプットになります。この目的はある程度達成できたと思います。

本報の研究は緒言の後半に記述したとおり、上述の目的、結論を踏まえた上、今後船舶工学的観点から滑走艇の波を含む造波粘性流場の研究へ発展させるための数値計算の構築が目的であると言えます。この目的のため正確な粘性流場を得るには高レイノルズ数の計算が要求されますので乱流モデル導入も検討中です。

また、結論の後半に記述したとおり、航走波と浮体間の応答問題の研究にも目的を発展させる予定です。この場合粘性はそれほど重要でなく、本シリーズで得た成果に基づき、ご指摘のとおり目的によって使う道具を選んで今後研究を進める所存です。