B スプライン近似の操縦性解析への適用について

野 村 士 平 *

Applications of B-spline Approximation to the Analysis of Ship Manoeuvrability

Shihei NOMURA

Abstract

This paper deals with a method of ship manoeuvring analysis.

B-spline fitting is applied to produce phase plane trajectories from manoeuvring trials which were carried out with the 240 ton training ship 'Yuge Maru'.

The rudder and CPP response properties are examined, which are ascertained to be well described with the equations of first order lag.

Nomoto's equations of motion^{4),6)} are used for phase plane analysis of manoeuvrability on zig-zag trials. The obtained constants, with the rudder response equation, are put into simulation.

The second order linear equation of motion coincides well with the measured trial results, and is thought fit best for practical use.

The analysis shows that B-spline fitting is useful for the phase plane analysis of ship manoeuvrability.

1. はじめに

海難事故の発生に伴う海洋汚染や環境破壊が、大きな問題となっているが、航行の安全性確保の観点から、船の操縦性能に着目したIMO操縦性暫定基準¹⁾が採択され、わが国でも1994年7月から施行されている。この基準が本格的に導入されると、操縦性能の設計段階からの推定、実船の操縦性能の確認の必要性も当然生じてくる。

船の操縦性能を表現する方法は三つに大別される。ひとつは、船体に働く流体力をもとに操縦運動を記述する流体力モデルがあり、現在では、船に作用する流体力は船体、プロペラ、舵各々単独に作用する流体力と各々の相互の干渉力からなるとする、MMGモデル²⁾が提案され、操縦運動推定の主力となっている。

つぎに、自航模型船もしくは実船の試験結果から、システム同定の手法を用いる回帰モデル³⁾がある。

また、船に加えた操作と運動の応答との関係から操縦運動を推定する応答モデル⁴⁾がある。このモデルの簡略化した1次系近似モデルは、運動応答のゲイン（旋回力指数：K）及び時定数（追従安定指数：T）の定量的把握に貢献してきた。また、非線形影響を含むこの応答モデルに対して、いろいろな手法での同定法⁵⁾⁻⁸⁾が提案されてきた。

運航者にとって与えられた自船の操縦運動を把握するには、実船の実験からの解析が可能で、入力・出力の関係を大づかみに、直感的に判定できる応答モデルは役に立つものである。この意味からも応答モデルは未だ輝きを失わない存在であると思われる。

本論文は、校内練習船「弓削丸」の操縦性試験をもとに、工学上よく利用されているスプライン関数を用いて、位相面軌跡から操縦運動、操舵機、及びCPPの応答モデルの同定を試み、操縦性解析においてスプライン関数を適用することの有用性を検討したものである。

* 正会員 弓削商船高等専門学校（〒794-25 愛媛県越智郡弓削町下弓削1000）

2. 解析方法

2.1 供試船及び実験データ

供試船は1994年3月に完成した校内練習船「弓削丸」で、その主要目を表1に示す。

操縦性試験における収録データは方位角(ψ)、舵角(δ)、旋回角速度(r)、船首尾方向船速(u)、船横方向船速(v)及びプロペラピッチ角(p)であり、サンプリング周期は0.25秒である⁹⁾。

2.2 計測データの平滑化の方法

計測データには高周波の雑音(外乱)が含まれている。雑音を除去し、その計測対象に関する有用な情報を得るための方法のひとつとして、データの平滑化がある。図1に旋回角速度 r の計測データに直接数値微分(5点法)を施した位相面軌跡を示す。これからも明らかなように、データの平滑化は単にデータを平滑化するだけでなく、信号の積分や微係数を求めるにも大変有効であり、位相面軌跡を通しての解析においては必要不可欠な方法である。

操縦性の解析においては、計測旋回角速度 r から、旋回角加速度 $\dot{r}$ 、さらに $\ddot{r}$ ($=d\dot{r}/dt$)を精度よく求めるためことはかなり困難なことである。これを克服するため、デジタルフィルタ(数学的フィルタ)^{5),6)}が利用されている。

ここではデータ平滑化の方法として、B-スプラインによる1次元データの平滑化法^{10),11)}を用いる。スプライン関数は、

- (1) 局所的(local)なふるまいをする性質がある。すなわち、ある小区間でのふるまいは、他の小区間でのふるまいに余り影響しない。したがって、節点(knot)の変更によるある区間の曲線形状の変化は、他の区間にはほとんど影響を及ぼさない。
- (2) (1)により、節点を適切に選択すれば、振動が生じにくい。
- (3) (B-スプラインは)節点を重ねることにより、連続条件をゆるめること(拡張スプライン関数による補間、平滑化)が可能である。

等の、操縦性解析に際しての有利な特徴を有する。他方、節点の選択の良否が、近似の精度を大きく左右することに留意する必要がある。

スプライン関数の基底関数として m 階($m-1$ 次)のB-スプラインを用いると、

$$S(x) = \sum_{i=1}^{n+m} c_i N_{mi}(x) \quad (1)$$

$$N_{mi}(x) = (\xi_i - \xi_{i-m}) M_{mi}(x)$$

ここに

m : スプライン関数の階数

n : (内部の) 節点 (基底を作るためには、これに $2m$ 個の付加節点が必要)

c_i : $S(x)$ の係数

表1 供試船の主要目

Hull	L_{oa}	40.00m
	$L_{pp}(L)$	35.00m
	Breadth(B)	8.00m ($L/B=4.375$)
	Depth(D)	3.30m
	Draft(d)	2.80m (Full load)
	Gross ton	240ton
	Disp't	487.2MT (Full load)
Rudder	C_b	0.605
	Rudder area(A_r)	3.36m ²
Main Engine	A_r ratio(A_r/Ld)	1/29.2 (Full load)
	Type	4-cycle D. E.
Propeller	Output	1300PS×750rpm
	Type	4-bladed high skew
Propeller	Diameter	CPP(left handed)
		2100mm

図1 計測データ直接微分の $r-\dot{r}$ 位相面軌跡(15°Z)

M_{mi} : 節点に対して定義された階数 m の B-スプライン

N_{mi} : 正規化された B-スプライン

データ数を N 、計測データを F 、信号を $f(x)$ 、誤差を e とすると、

$$F_k = f(x_k) + e_k \quad (k=1, 2, \dots, N) \quad (2)$$

で表されるとする。節点を与えて、データ(2)を最小 2 乗法により、あてはめを行う。残差の 2 乗和

$$Q = \sum_{k=1}^N \{S(x_k) - F_k\}^2 \quad (3)$$

を最小にする係数 c_i を求め、(1)から $S(x)$ を求める。

近似関数に対して当てはめの良さを測る基準として、情報量規準(AIC)が用いられる。¹²⁾この場合、AIC は

$$AIC = N \log_e Q + 2(n + m) \quad (4)$$

と表現でき、(4)を最小にするモデルが最も良いモデルと見なされる。

実際の解析にあたっては、3 次のスプライン関数(階数 $m=4$)を用い、節点の入力はキーボード入力(手動入力)によった。また、節点の位置の変更、付加あるいは削除を行うことにより、AIC をできるだけ小さくする一方、平滑化データと原データを CRT 上で比較し、合理的と考えられる平滑化の関数を探った。得られた平滑化データに対し、5 点法による数値微分を求め、位相面軌跡を求めた。

3. 解析結果

3.1 操舵機及び CPP の応答特性

操舵角 δ と操舵速度 $\dot{\delta}$ との位相面軌跡から操舵機応答特性が判明する。解析に用いたデータは各 Z 試験のもので、舵切り返し点は、2 重節点(1 次導関数まで連続)とした。図 2 にそれらの位相面軌跡を示す。これから操舵機の応答は、1 次おくれの要素で近似が可能であることがわかる。

$$\left. \begin{aligned} T_E \dot{\delta} + \delta &= \delta^* \\ |\delta^* - \delta| &\geq \dot{\delta}_{\max} \text{ のとき} \\ \dot{\delta} &= \text{sgn}(\delta^* - \delta) \dot{\delta}_{\max} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここに

T_E : 操舵機時定数

δ : 実舵角

δ^* : 指令舵角

$\dot{\delta}$: 操舵速度

$\dot{\delta}_{\max}$: 最大操舵速度

位相面解析から、操舵機時定数 $T_E = 0.5(s)$ 、最大操舵速度 $\dot{\delta}_{\max} = 4.5(^{\circ}/s)$ が求まる。

操舵機時定数は小さく、台形近似としてもよい程度である。

図 3 に CPP ピッチ角 p と変節速度(ピッチ角速度) $\dot{p}$ の位相面軌跡を示す。解析対象データは、発動惰力、停止惰力及び反転惰力の各惰力試験である。CPP の翼角制御で特徴的なことは、設定角(供試船の場合 10°)以上になると、翼角の減る方向(及び増す方向)に通常の変節速度よりおそい、別の速度で変節するモードが加わることである。供試船の場合、S/B FULL AH'D はこの設定角以下であるので、通常の加減速操船には変節速度のおそいモードは生じない。

平滑化を行う際、変節速度が変化する設定角の点を 3 重節点(折れ線)とした。CPP の応答特性は、操舵機の場合と同様、位相面解析から、次のように記述できる。

図 2 操舵機応答の位相面軌跡

$$\left. \begin{aligned} p \geq p_i \quad &\text{のとき} \quad \dot{p} = \dot{p}_i \\ p < p_i \quad &\text{のとき} \quad T_p \dot{p} + p = p^* \\ |p^* - p| / T_p \geq \dot{p}_{\max} \quad &\text{ならば} \\ p &= \text{sgn}(p^* - p) \dot{p}_{\max} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここに、

T_p : CPP時定数

p : ピッチ角

p^* : 指令ピッチ角

$\dot{p}$: 変節速度 (ピッチ角速度)

$\dot{p}_{\max}$: 最大変節速度

p_i : 変節速度制御設定ピッチ角

$\dot{p}_i$: p_i 以上でのピッチ角変節速度

位相面解析から、

$T_p = 2.0(s)$, $\dot{p}_{\max} = 1.1(^{\circ}/s)$, $\dot{p}_i = 0.2(^{\circ}/s)$ が求まる。

3.2 操縦運動の応答特性

操舵に対する旋回応答を与える応答モデルとして、野本が提案した⁴⁾1次系線形モデル、

$$T \dot{r} + r = K(\delta + \delta_r) \quad (7)$$

(δ : 計測舵角, δ_r : 補正舵角)

は、広く利用されていることは前に述べた。(7)式は、横流れと旋回運動をともに考慮した2次系線形応答モデル、

$$T_1 T_2 \ddot{r} + (T_1 + T_2) \dot{r} + r = K(\delta + \delta_r) + K T_3 \delta \quad (8)$$

において、旋回応答の低周波域特性に着目して、簡略化した応答モデルとして導かれた。また、野本等⁶⁾は、操縦運動の非線形要素を取り入れた応答モデル、

$$T_1 T_2 \ddot{r} + (T_1 + T_2) \dot{r} + r + \alpha r^3 = K(\delta + \delta_r) + K T_3 \delta \quad (9)$$

を導入している。

ここで問題となるのは、1次系線形モデルにおいては(7)においては、微小運動を仮定した線形モデルであるから、非線形性の強い船の場合、操縦運動の強弱によって常数 K , T が極端に変化することである。その欠点を補うものとして、線形の範囲では、(8)式、非線形影響を取り入れたものとして、(9)式が考えられる。

しかし、決定すべき未知量が増加し、モデルも複雑化するため、対象データのわずかなローカルの誤差、ノイズが物理的につじつまの合わない解析結果を招来することが多い。前に述べたように、解析上の困難さを克服してモデルの同定に至ったいくつかの研究があるが、ここではスプライン関数を用いての操縦運動の同定法を検討する。

図4、5、6に各Z試験の $r-\dot{r}$ の位相面軌跡(実線)を示す。操舵機の応答特性を求めた時と同様に舵切り返し点を2重節点とした。図中、ほぼ第1及び第3象限の直線部が舵角一定時の、第2及び第4象限の曲線部が操舵中の位相面軌跡を表す。この図から、供試船の操縦運動はほぼ線形運動と見なされる。

図3 CPP応答の位相面軌跡

図4 位相面軌跡及びシミュレーションとの比較(10°Z)

図5 位相面軌跡及びシミュレーションとの比較(15°Z)

スプライン平滑化検証の意味から、1次系近似(7)の生データによる最小2乗法解析結果と、平滑化されたデータ $r, \dot{r}, \delta$ を用いた解析結果を表2に示す。ほとんど差異はなく、妥当な平滑化であると考えられる。また、Z試験のタイムヒストリーから、わずかながら操舵速度影響があるとして、その影響項を加えた操縦運動方程式、

$$T\dot{r} + r = K(\delta + \delta_r) + K T_3 \delta \quad (10)$$

による解析結果を同じく表2に示す。その影響は操舵角の小さい試験において大きい。この項を付加した効果については後で述べる。

表に示される操縦性指数 K 、 T の無次元表示には、試験時の平均対水速度を用いている。

2次系線形応答モデル(8)の位相面解析には、その式の両辺を K で除した式、

$$T_1 T_2 / K \ddot{r} + (T_1 + T_2) / K \dot{r} + 1/K r = (\delta + \delta_r) + T_3 \delta \quad (11)$$

をもとに検討する。未定常数は、 $T_1 T_2 / K$ 、 $(T_1 + T_2) / K$ 、 $1/K$ 、 T_3 の4個である。補正舵角 δ_r は、スパイラル試験結果から、 $\delta_r = 1.0(^{\circ}/s)$ とする。

2次系応答モデルの同定に際して $\dot{r}$ を求めるとき、 $r - \dot{r}$ 位相面解析で用いた $\dot{r}$ をさらに平滑化したものを数値微分する方法によった。この際、2度の平滑化により、本来の $\dot{r}$ の持つ特性が変質しないことを確認している。図7はその位相面軌跡である。

まず、実験全区間にわたって最小2乗法により未定常数を求めてみたが、 $T_1 T_2 / K$ がマイナスとなる結果に終わった。(11)式の積分による^{7),8)}解析方法でも同様であった。このことは、前述したように平滑化したデータのわずかな誤差が、物理的につじつまの合わない解析結果となることが端的に現れたものであり、特に、未定常数 $T_1 T_2 / K$ にその影響が表れることは式の成り立ちから明らかである。そこで、解くべき未定常数を減らすことと、誤差の入る余地の少ない諸要素が安定している区間を選択することにより、 $T_1 T_2 / K$ を求める際の不安定要因の減少を図った。この解の一般性は失われない。具体的には、図7の第2象限及び第4象限の操舵角一定で、操舵速度の影響が消失した区間を選択し、最小2乗法により、

$$T_1 T_2 / K \ddot{r} + (T_1 + T_2) \dot{r} + 1/K r = \delta + \delta_r \quad (12)$$

の未定常数 $T_1 T_2 / K$ 、 $(T_1 + T_2) / K$ 、 $1/K$ を求め、得られた $T_1 T_2 / K$ を(11)式に代入し、全区間について最小2乗法により、残りの未定常数、 $(T_1 + T_2) / K$ 、 $1/K$ 、 T_3 を求めた。

この方法によりそれぞれの常数を求めた結果を、表3に示す。供試船のように、線形性の強い船では、実際上必要がないと考えられるが、この解析方法の汎用性を目的として、(8)式の2次系非線形モデル同様な方法で解析した結果を表3(下段)に示す。当然のことながら、非線形項 r^3 の係数 α は極めて小さい。

図6 位相面軌跡及びシミュレーションとの比較(20°Z)

表2 1次系近似による解析結果

Analysis method	Exp. name	K(1/s) K'	T(s) T'	T ₃ (s) T ₃ '	δ _r (°)
LMS from raw data	10°Z	0.226 1.211	5.797 1.081	— —	0.64
	15°Z	0.205 1.147	4.767 0.852	— —	0.96
	20°Z	0.197 1.175	4.704 0.790	— —	1.48
LMS from splined (r, r', δ)	10°Z	0.219 1.174	5.219 0.973	— —	0.60
	15°Z	0.203 1.135	4.747 0.848	— —	0.94
	20°Z	0.196 1.168	4.667 0.783	— —	1.43
LMS from splined (r, r', δ, δ')	10°Z	0.237 1.271	6.512 1.214	0.644 0.120	0.61
	15°Z	0.213 1.192	5.499 0.983	0.473 0.0845	0.96
	20°Z	0.197 1.174	4.776 0.802	0.470 0.0789	1.43

図7 $\dot{r} - \ddot{r}$ 位相面軌跡

表3 2次系近似による解析結果

Exp. name	K(1/s)	T_1 (s)	T_2 (s)	T_3 (s)	α (°/s) ⁻²	δ_r (°)	Analysis method
	K'	T_1'	T_2'	T_3'	α'		
10°Z	0.239 1.282	7.071 1.319	0.748 0.139	1.600 0.298	— —	1.0	2nd order Linear Eq.
15°Z	0.210 1.175	5.503 0.984	0.844 0.151	1.287 0.230	— —	1.0	
20°Z	0.196 1.168	4.667 0.783	1.033 0.173	1.043 0.175	— —	1.0	
10°Z	0.253 1.357	7.559 1.410	0.744 0.138	1.573 0.293	0.0212 7.372×10^{-4}	1.0	Non Linear Eq.
15°Z	0.229 1.281	6.111 1.092	0.832 0.149	1.271 0.227	0.0154 4.920×10^{-4}	1.0	
20°Z	0.210 1.251	5.128 0.861	1.006 0.169	1.060 0.178	0.0063 1.772×10^{-4}	1.0	

4. 解析結果の検討

スプライン関数を用いた位相面軌跡での操縦運動の解析結果及び操舵機応答特性をもとに、操縦運動のシミュレーションを行い解析結果を検討する。シミュレーションにおいては、初期値をゼロとし指令舵角は計測舵角の平均値を用いた。また、舵角の指令は手動入力（ノブ）によった。

図4、5、6に、10°Z、15°Z、20°Zのスプライン平滑化 r - $\dot{r}$ 位相面軌跡と2次系応答モデルのシミュレーションの比較を示す。いずれも良い一致度を示している。また、線形と非線形モデルとの間には、10°Zにわずかに非線形項導入の効果が認められるものの、総じて非線形影響は極めて小さく、相違がほとんどないことがわかる。

図8は15°Zの1次系と2次系モデルのシミュレーションの比較である。指数 T_2 、 T_3 の寄与は小さいため、1次系と2次系との間にあまり大きな差異は表れないが、転舵中及び一定舵角静定直後の運動の表現は2次系応答モデルが優れている。1次系応答モデルに操舵速度影響項を加えたモデルは、一定舵角静定後の運動表現の改善にかなり寄与している。供試船のように、線形で旋回力の強い船においては、操舵速度影響を考慮することが有効であることを示している。

操縦運動解析の総合的な評価として、図9に15°Zの試験結果と2次系応答モデルのシミュレーション結果を比較したものを示す。操舵運動を含め、非常に良い一致度を示している。

以上により、スプライン関数を用いての位相面解析を操縦運動に適用する有用性は明らかに示されたものと考えられる。供試船のように、線形性の強い船は稀有な例であろうが、ここでの解析法は非線形影響の強い船にも適用可能であろう。

図8 1次系と2次系線形応答モデルの比較(15°Z)

図9 Z試験結果とシミュレーションの比較(15°Z)

5. まとめ

本論文ではB-スプラインによるデータ平滑化を操縦性解析に適用した。得られた結論は次のとおりである。

- (1) 操舵機及びCPP応答の位相面解析を行い、それらの応答特性は1次おくれ要素として十分近似できることを確認し、それらの応答時定数を求めた。
- (2) Z試験結果から操縦運動の位相面解析を行った。これをもとにシミュレーション計算を行い、試験のタイムヒストリー及び位相面軌跡と比較し、良好な一致度を見ることを確認した。
- (3) 供試船の場合、2次系線形モデルが最も良く運動を表現することが判明した。また、1次系線形近似でも概略の運動の表現は可能であり、この場合、操舵速度影響を考慮することが運動の表現にかなりの改善をもたらすことが判明した。
- (4) B-スプラインによるデータ平滑化を適用して操縦性解析を行う方法は、スプライン関数の持つ性質が有効に発揮されて、有用な方法であることが判明した。

今回は船速については言及していない。稿を改めて検討を行う予定である。

最後に、操縦性試験を行うにあたり、ご協力下さった地本直弘船長はじめ乗組員の皆様、及び、この試験を行った本校商船学科4年（実験時3年）の学生諸君に厚く御礼申し上げる。

参 考 文 献

- (1) IMO RESOLUTION A.751(18):INTERIM STANDARDS FOR SHIP MANOEUVRABILITY, Adopted on 4 Nov.1993.
- (2) 小川陽弘・小山健夫・貴島勝郎：MMG報告-I 操縦運動の数学的モデルについて、日本造船学会誌、NO.575, 1977.
- (3) 小瀬邦治・湯室彰規・芳村康男：操縦運動の数学モデルの具体化—船体・プロペラ・舵の相互干渉とその表現、第3回操縦性シンポジウム、1981.
- (4) 野本健作・田口賢士・本田啓之助：船の操縦性について(1)、造船学会論文集、第99号、1956.
- (5) D.Clarke, D. R. Patterson, R. K. Wooderson: Manoeuvring Trials with the 193,000 tonne Deadweight Tanker'Esso Bernicia', RINA, 1972.
- (6) 野本健作・小瀬邦治・芳村康男：Z試験の新しい解析法、日本造船学会論文集、第134号、1973.
- (7) 藤野正隆：位相面を用いた操縦性解析、日本造船学会論文集、第132号、1972.
- (8) 金 鍾三・小林英一・野本健作：操縦性試験の最小自乗法解析、日本造船学会論文集、第144号、1978.
- (9) 野村士平・地本直弘・豊田利彦・須佐美智嗣：練習船弓削丸の操縦性能について、日本航海学会誌、第125号、1995.
- (10) 市田浩三、吉本富士市：スプライン関数とその応用、教育出版、1979.
- (11) 山口富士男（訳）：コンピュータグラフィクス、日刊工業新聞社、1979.
- (12) 赤池弘次：情報量規準A I Cとはなにか、数理科学 NO.153, 1976.

質 疑 応 答

鳥野慶一（北海道大学）：位相面解析法とBスプライン近似によって2次系の操縦性指数 K , T_1 , T_2 , T_3 まで分析されたことに敬服致します。

以前、「Z試験による定常旋回特性の推定」鳥野慶一他3名、神戸商船大学紀要第23号、S. 50. 11. にて、位相面解析を行ったことがあります。この時の経験から判断しますと1次系に近い本船の運動から2次系の指数 T_2 , T_3 を分離するのは困難かと思われますが、その点はどのようにされたのでしょうか、ご教示ください。

野村士平：2次系操縦運動方程式より指数を求める時、未知常数の増加、モデルの複雑化のため、わずかなローカルな誤差が物理的に不合理な結果をもたらします。本船の場合も例外ではなく、実験全区間をスプライン化したデータ(r , $\dot{r}$, $\ddot{r}$, δ , $\dot{\delta}$)により最小2乗法による解析結果は、 $\ddot{r}$ の項の係数($T_1 T_2 / K$)がマイナスになってしまいます。この項の行列係数が小さいため解が不安定で、2次系の式を積分

した式を用いても事情は変わりません。そこで、未定常数を少なくすること、及び諸要素が安定している区間を選択して、(具体的には、舵角一定でしかも操舵速度影響のない区間を選択して)最小2乗法により不安定な $T_1 T_2 / K$ を、まず、決定しました。この方法でも解の一般性は失われないと考えます。これを2次系の式に代入し、始めと終わりの各々5データを除く全区間について、最小2乗法により残りの常数を求めました。

ご指摘のとおり、 T_2, T_3 の寄与は小さく、1次系近似でもZ試験のような場合、概略の運動の表現は可能ですが、図5、8、9で示されるように、転舵中及び舵角一定直後の運動の表現は、2次系近似が勝ります。本船の場合は汎用性のある応答モデルは2次系線形近似と思われます。