長周期波と港湾の周辺形状との関連について

久保 雅義* ・ 前田 保男**
片山 哲三*** ・ 斎藤 勝彦*

A Study on the Relationship between Long-Period Waves and Surrounding Land Form of Harbors

Masayoshi KUBO, Yasuo MAEDA,
Tetsuzo KATAYAMA and Katsuhiko SAITO

Abstract

Harbors facing to open-sea are sometimes troubled with long-period waves. Long-period waves cause harbor oscillations, and damage moored ships and adjacent structures.

So far some studies on harbor oscillations have been carried out, and calculation models have been developed. Previous analytical studies can be divided into two groups. The first is the method that the basic solution of the Helmholtz equation is expressed in terms of an infinite series. The second is expressed in terms of the zero order Hankel function of the first kind alone.

Applying the second method, a new calculation model is developed in this paper. This model is applicable to harbors which have arbitrary boundary in the open-sea region as well as the harbor region.

Some details about the new model are given in the 2nd chapter. In the 3rd chapter, the numerical results are compared with previous study. Then the model is applied to three familiar harbors.

The obtained results are summarized as follows;

- (1) About the integral of coastline parts, the tip of the boundary is set at the point that the radiated wave function attenuates to $1/10$.
- (2) In spite of the difference in the surrounding land form of the harbors, each resonant period resembles, and the wave patterns in the harbor region for the resonant modes is very similar to each other.
- (3) In the open-sea region, long-period waves have a different influence on the wave pattern according to the surrounding land form of the harbors.

1. はじめに

外洋に面して建設された港湾においては、当地の気象・海象が穏やかな状態であるにもかかわらず、長周期波の影響を受ける。実際、現地観測及び数値計算により、周期150(秒)、波高30cmの長周期波の場合、60,000DWT級の船舶がSurge方向に6m程度動くことが明らかになっており⁽¹⁾、長周期波が重要視されつつある。

浅海域における長周期波は二つの主要因により、必然的に発生することが知られている。一つは、不

* 正 会 員 神戸商船大学 (〒658 神戸市東灘区深江南町5丁目1-1)

** 学生会員 神戸商船大学大学院 (〒658 神戸市東灘区深江南町5丁目1-1)

*** 非 会 員 株式会社エム・オー・マリンコンサルティング (〒108 東京都港区海岸3丁目18番1号)

規則性をもつ沖波の連なりから生じる二次波としての長周期波 (set-down波) であり⁽²⁾、もう一つは、碎波による質量輸送が引き起こすサーフ・ビート (wave set-up) である⁽³⁾⁽⁴⁾。長周期波が港内に侵入すると、長周期波周期と港内形状に応じて決まる固有振動周期とが近ければ、共振現象によって港内波高は増幅される。このとき係留船舶は大きく動揺し、荷役中止や係留索切断などの事態が引き起こされ、荷役稼働率に影響を与えることになる⁽⁵⁾。

港内副振動現象の数学モデルについて、水深が変化する場合には緩勾配方程式、一様水深の場合にはヘルムホルツ方程式が基礎方程式である。ヘルムホルツ方程式はその基本解が、①無限級数形で表現されるもの、②零次のハンケル関数のみで表現されるものに分類される。ヘルムホルツ方程式を基礎方程式とする代表的なモデルについてまとめたものが表1である。

Chen, H. S. et al⁽⁶⁾、松岡⁽⁷⁾、坂井ら⁽⁸⁾は①のモデルを用いて有限要素法により、任意形状港湾における副振動現象の解析を行った。この手法は、港外の無限領域に仮想境界の概念を導入している。また、境界内の有限領域内には多くの計算点を設定して解を求める必要があり、そのため計算点を設定する港外領域は狭い。

さらに、合田⁽⁹⁾は①のモデルを用いて、長方形港および扇形港における副振動の解析を行った。これは、港のもつ特殊な形状の境界条件を利用することにより未知数の数を減らし、連立方程式をたてて無限級数における未知数を決定している。

一方、Lee⁽¹⁰⁾は②のモデルを用いて、積分方程式法 (境界要素法) により解析を行った。このLeeによる手法は、図1のように、港内形状については任意形状港湾に対して適用できるものの、港外形状については「海岸線が直線状に左右遠方まで延びている」という前提条件が果されている⁽¹¹⁾⁽¹²⁾。また、日下ら⁽¹³⁾はLeeの方法にならって、海岸線から突出した防波堤を取り囲む積分経路をとることにより、任意の港外形状を有する港湾に適用できるモデルを提案している。しかし、このモデルを用いた場合には、最終的に帰着する連立方程式の未知数が多く、文献⁽¹³⁾では実際の計算および散乱波の性質の検討はされていない。

長周期波は短周期波と比べて周期が長く、波長が大きいため、海岸線など港外の周辺形状の様子に応じて、港内波高が影響を受けると考えられる。そこで今回、グリーン関数法を用いて、港内形状だけでなく、港外の周辺形状をも考慮できる港内副振動の数値計算手法を開発した。本報告では、第2章で計算手法について述べ、第3章でモデルの妥当性を検証するとともに、具体的な任意の港湾形状に対して数値計算手法を適用し、その結果について考察する。

表1 港内副振動に関する既往の研究

	ヘルムホルツ方程式の解	港内形状	港外形状	港外領域の広さ	計算点
Chen らの手法	無限級数	任意	任意	狭い	領域内のすべての点 (有限要素法)
Lee の手法	零次のハンケル関数	任意	海岸線は一直線で突出した防波堤なし	広い	境界上のみ (境界要素法)
今回の手法	零次のハンケル関数	任意	任意	広い	境界上のみ (境界要素法)

図1 これまでグリーン関数法を適用していた港湾形状

2. 周辺形状を考慮した副振動の数値計算の方法

2.1 数値計算の数学モデル

数値計算手法の数学モデルを次に示す。

流体場が非回転・非圧縮・非粘性であるとき、流体は速度ポテンシャル Φ をもち、この Φ はラプラス方程式(1)で支配される。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

このとき、速度ポテンシャル Φ を式(2)のように定義すれば

$$\Phi(x, y, z, t) = \frac{1}{-i\sigma} \cdot f(x, y) \cdot Z(z) \cdot \exp \{-i\sigma t\} \quad (2)$$

変数分離により、式(3)のヘルムホルツ方程式が得られる。

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + k^2 f = 0 \quad (3)$$

また、底面 $z = -h$ (h は水深) と自由水面 $z = 0$ における境界条件とを考慮すると、速度ポテンシャル Φ として次式を用いることができる。

$$\Phi(x, y, z, t) = \frac{1}{i\sigma} \cdot \frac{A g \cosh k(h+z)}{\cosh kh} \cdot f(x, y) \cdot \exp \{-i\sigma t\} \quad (4)$$

ここに、 t は時刻、 σ は角周波数、 A は入射波振幅、 g は重力加速度、 k は波数である。式(4)において、任意形状港湾の流体場を考える場合、 $f(x, y)$ は水面の各場所における波高分布を表わすので、以下 f を波高分布関数と呼ぶことにする。

そこで、図2のような任意形状港湾を考える。水面を港外領域1と港内領域2とに分割し、領域1における波高分布関数を f_1 、領域2における波高分布関数を f_2 と表わす。また、座標原点を図2のようにとり、 x 軸は海岸線に一致させる。

港外領域1の波高分布関数 f_1 、港内領域2の波高分布関数 f_2 は式(3)のヘルムホルツ方程式を満足しなければならない。ここで、グリーン関数法を用いれば、境界条件を満足する波高分布関数 $f_2(\vec{X}_2)$ は式(5)のように表わすことができる。

$$f_2(\vec{X}_2) = -\frac{i}{4} \int_{\partial_2} \left\{ f_2(\vec{X}_{02}) \frac{\partial}{\partial n_2} [H_0^{(1)}(kr)] - H_0^{(1)}(kr) \frac{\partial}{\partial n_2} [f_2(\vec{X}_{02})] \right\} ds \quad (5)$$

ここに、 $\vec{X}_2$ は港内領域2における任意点、 ∂_2 は港内領域2の境界、 $\vec{X}_{02}$ は領域2の境界の位置ベクトル、 r は距離 $|\vec{X}_2 - \vec{X}_{02}|$ 、 n_2 は港内領域2の内側からみた外向き法線である。また、 $H_0^{(1)}(kr)$ は第1種0次のハンケル関数である。式(5)は、港内境界上の f_2 と $\partial f_2 / \partial n_2$ とを知ることができれば、港内任意点における波高分布関数 $f_2(\vec{X}_2)$ が得られることを示している。

つぎに、港内境界上の f_2 と $\partial f_2 / \partial n_2$ を求める方法を述べる。境界上の $f_2(\vec{X}_{i2})$ は、境界が滑らかなときには、 $\vec{X}_2$ を境界上の点 $\vec{X}_{i2}$ に近づけることにより求められる (図2)。これは式(6)で表わされる。

$$f_2(\vec{X}_{i2}) = -\frac{i}{2} \int_{\partial_2} \left\{ f_2(\vec{X}_{02}) \frac{\partial}{\partial n_2} [H_0^{(1)}(kr)] - H_0^{(1)}(kr) \frac{\partial}{\partial n_2} [f_2(\vec{X}_{02})] \right\} ds \quad (6)$$

ここに、 r は距離 $|\vec{X}_{i2} - \vec{X}_{02}|$ である。

港内境界上の $\partial f_2 / \partial n_2$ を求める。 $\partial f_2 / \partial n_2$ は港口部を除いて零であるから、港口部の $\partial f_2 / \partial n_2$ だけを求めればよい。そのために、港外領域1における波高分布関数 f_1 を考える。波高分布関数 f_1 は、入射波関数 f_i 、反射波関数 f_r 、散乱波関数 f_3 を用いて次式で表わされる。

$$f_1(x, y) = f_i(x, y) + f_r(x, y) + f_3(x, y) \quad (7)$$

境界条件を満足する散乱波関数 $f_3(\vec{X}_1)$ は式(5)と同様に表わすことができ、式(8)となる。

$$f_3(\vec{X}_1) = -\frac{i}{4} \int_{\partial_1} \left\{ f_3(\vec{X}_{01}) \frac{\partial}{\partial n_1} [H_0^{(1)}(kr)] - H_0^{(1)}(kr) \frac{\partial}{\partial n_1} [f_3(\vec{X}_{01})] \right\} ds \quad (8)$$

ここに、 $\vec{X}_1$ は港外領域1における任意点、 ∂_1 は港外領域1の境界、 $\vec{X}_{01}$ は領域1の境界の位置ベクトル、 r は距離 $|\vec{X}_1 - \vec{X}_{01}|$ 、 n_1 は港外領域1からみた外向き法線である。

港外任意点 $\vec{X}_1$ の散乱波関数 $f_3(\vec{X}_1)$ を求めるとき、積分範囲 ∂_1 、図3に示すように、無限に続く左の海岸線部分： ∂LCL 、左の防波堤部分： ∂LBW 、港口部分： ∂HE 、右の防波堤部分： ∂RBW 、無限に続く右の海岸線部分： ∂RCL 、半径を無限長と考える円周部分： ∂R に分けられ、式(9)のように表現できる。

$$f_3(\vec{X}_1) = -\frac{i}{4} \int_{\partial LCL + \partial LBW + \partial HE + \partial RBW + \partial RCL + \partial R} \left\{ f_3(\vec{X}_{01}) \frac{\partial}{\partial n_1} [H_0^{(1)}(kr)] - H_0^{(1)}(kr) \frac{\partial}{\partial n_1} [f_3(\vec{X}_{01})] \right\} ds \quad (9)$$

式(9)において、放射条件を用いれば区間 ∂R の積分は零となる。

図2 今回グリーン関数法を適用する任意形状港湾

区間 ∂LCL 、 ∂RCL について考える。図3のような海岸線が左右一直線に延びている場合には、入射波 f_i ・反射波 f_r を式(10)のように与えれば、 $\partial f_i/\partial n_1 + \partial f_r/\partial n_1 = 0$ であり、港外の完全反射境界において

$$\partial f_1/\partial n_1 = \partial f_i/\partial n_1 + \partial f_r/\partial n_1 + \partial f_3/\partial n_1 = 0$$

であるから

$$\partial f_3/\partial n_1 = 0 \text{ となる。}$$

$$\begin{aligned} f_i &= \exp\{-ik(x\cos\alpha + y\sin\alpha)\} \\ f_r &= \exp\{-ik(x\cos\alpha - y\sin\alpha)\} \end{aligned} \quad (10)$$

ここに、 α は入射角である。

区間 ∂LBW 、 ∂RBW については、

$$\partial f_1/\partial n_1 = \partial f_i/\partial n_1 + \partial f_r/\partial n_1 + \partial f_3/\partial n_1 = 0 \text{ であるから、}$$

$\partial f_3/\partial n_1$ は次式により確定する。

$$\frac{\partial f_3}{\partial n_1} = -\left(\frac{\partial f_i}{\partial n_1} + \frac{\partial f_r}{\partial n_1}\right) \quad (11)$$

よって、書き換えると式(12)となる。

$$\begin{aligned} f_3(\vec{X}_1) &= -\frac{i}{4} \int_{\partial LCL} \left\{ f_3(\vec{X}_{01}) \frac{\partial}{\partial n_1} [H_0^{(1)}(kr)] \right\} ds - \frac{i}{4} \int_{\partial LBW} \left\{ f_3(\vec{X}_{01}) \frac{\partial}{\partial n_1} [H_0^{(1)}(kr)] \right. \\ &\quad + H_0^{(1)}(kr) \left[\frac{\partial f_i}{\partial n_1} + \frac{\partial f_r}{\partial n_1} \right] \left. \right\} ds - \frac{i}{4} \int_{\partial HE} \left\{ f_3(\vec{X}_{01}) \frac{\partial}{\partial n_1} [H_0^{(1)}(kr)] \right. \\ &\quad - H_0^{(1)}(kr) \frac{\partial}{\partial n_1} [f_3(\vec{X}_{01})] \left. \right\} ds - \frac{i}{4} \int_{\partial RBW} \left\{ f_3(\vec{X}_{01}) \frac{\partial}{\partial n_1} [H_0^{(1)}(kr)] \right. \\ &\quad + H_0^{(1)}(kr) \left[\frac{\partial f_i}{\partial n_1} + \frac{\partial f_r}{\partial n_1} \right] \left. \right\} ds - \frac{i}{4} \int_{\partial RCL} \left\{ f_3(\vec{X}_{01}) \frac{\partial}{\partial n_1} [H_0^{(1)}(kr)] \right\} ds \end{aligned} \quad (12)$$

式(12)は、 ∂R を除く境界上の f_3 、港口部の $\partial f_3/\partial n_1$ が求められれば、港外任意点 $\vec{X}_1$ における波高分布関数 $f_3(\vec{X}_1)$ が得られることを示している。また、港外境界上の $f_3(\vec{X}_{01})$ は、式(6)を求めたときと同様にして、式(13)で表わされる。

$$\begin{aligned} f_3(\vec{X}_{01}) &= -\frac{i}{2} \int_{\partial LCL} \left\{ f_3(\vec{X}_{01}) \frac{\partial}{\partial n_1} [H_0^{(1)}(kr)] \right\} ds - \frac{i}{2} \int_{\partial LBW} \left\{ f_3(\vec{X}_{01}) \frac{\partial}{\partial n_1} [H_0^{(1)}(kr)] \right. \\ &\quad + H_0^{(1)}(kr) \left[\frac{\partial f_i}{\partial n_1} + \frac{\partial f_r}{\partial n_1} \right] \left. \right\} ds - \frac{i}{2} \int_{\partial HE} \left\{ f_3(\vec{X}_{01}) \frac{\partial}{\partial n_1} [H_0^{(1)}(kr)] \right. \\ &\quad - H_0^{(1)}(kr) \frac{\partial}{\partial n_1} [f_3(\vec{X}_{01})] \left. \right\} ds - \frac{i}{2} \int_{\partial RBW} \left\{ f_3(\vec{X}_{01}) \frac{\partial}{\partial n_1} [H_0^{(1)}(kr)] \right. \\ &\quad + H_0^{(1)}(kr) \left[\frac{\partial f_i}{\partial n_1} + \frac{\partial f_r}{\partial n_1} \right] \left. \right\} ds - \frac{i}{2} \int_{\partial RCL} \left\{ f_3(\vec{X}_{01}) \frac{\partial}{\partial n_1} [H_0^{(1)}(kr)] \right\} ds \end{aligned} \quad (13)$$

ここに、 r は距離 $|\vec{X}_{01} - \vec{X}_1|$ である。

式(13)の海岸線部分 ∂LCL 、 ∂RCL の積分について、海岸線が無限に続くため、この積分を行うことは不可能である。しかし、第1種ハンケル関数が減衰する特性をもつことから、仮想領域を設定し、その範囲だけを積分することにより近似的に扱える⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾。本報告では、計算機の制限と長周期波の波長とを考慮して、水深が5.0mで一定のとき、散乱波の減衰項 $\sqrt{1/\pi kr}$ が1/10と1/24に減衰する距離を海岸線の長さとする計算を次章で行った。図4に長周期波の周期と想定する海岸線の長さとの関係を示す。これにより、港外境界上の点 $\vec{X}_{01}$ にお

図3 港外の積分境界

図4 長周期波の周期と想定する海岸線の長さとの関係

る波高分布関数 $f_3(\vec{X}_{i1})$ が式(13)により与えられ、式(7)から波高分布関数 $f_1(\vec{X}_{i1})$ が求められる。

そこで、次式で表わされる接続条件を用いることにより

$$f_1 = f_2, \quad \frac{\partial f_2}{\partial n_2} = -\frac{\partial f_1}{\partial n_1} = -\frac{\partial f_i}{\partial n_1} - \frac{\partial f_r}{\partial n_1} - \frac{\partial f_3}{\partial n_1} \quad (14)$$

港口部の $\partial f_2/\partial n_2$ についての連立方程式が導出できる。よって、港内境界上のすべての $f_2(\vec{X}_{i2})$ が定まり、式(5)から港内任意点の $f_2(\vec{X}_2)$ が計算できる。また、港外境界上の $f_3(\vec{X}_{i1})$ も求められ、港外任意点の $f_1(\vec{X}_1)$ が計算できる。

以上が周辺形状を考慮した数値計算手法の数学モデルである。

2.2 数値計算の計算モデル

ここでは、数学モデルを離散化し、計算モデルを作成する。これにより、計算機で数値解を得ることができる。

2.2.1 港内境界上の波高分布関数

港内境界上の波高分布関数 $f_2(\vec{X}_{i2})$ を求める式(6)について、境界を十分大きな数 N (N 個の微小境界要素)に分割すると、各々の境界要素において f_2 と $\partial f_2/\partial n_2$ は一定であり、その値をその要素の中央点における値で代表させることができる。よって、離散化すると式(15)となる。

$$(F2)_i = -\frac{i}{2} \left[\sum_{j=1}^N (G2_{n2})_{ij} (F2)_j - \sum_{j=1}^N (G2)_{ij} (F2_{n2})_j \right], \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (15)$$

ここで、式(15)中の各記号は次の通りである。

$$(F2)_i = f_2(\vec{X}_{i2}), \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (16a)$$

$$(G2_{n2})_{ij} = -k \cdot H_1^{(1)}(kr_{ij}) \frac{\partial r_{ij}}{\partial n_2} \Delta \partial 2_j, \quad (i, j=1, 2, \dots, N; i \neq j) \quad (16b)$$

$$(G2_{n2})_{ii} = 2 \int_0^{\frac{1}{2} \Delta \partial 2_i} \left(-k \cdot H_1^{(1)}(kr) \frac{\partial r}{\partial n_2} \right) ds, \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (16c)$$

$$(G2)_{ij} = H_0^{(1)}(kr_{ij}) \Delta \partial 2_j, \quad (i, j=1, 2, \dots, N; i \neq j) \quad (16d)$$

$$(G2)_{ii} = 2 \int_0^{\frac{1}{2} \Delta \partial 2_i} H_0^{(1)}(kr) ds, \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (16e)$$

$$(F2_{n2})_j = \frac{\partial}{\partial n_2} f_2(\vec{X}_j), \quad (j=1, 2, \dots, N) \quad (16f)$$

式(15)をマトリックス表示して、まとめると次式のようになる。

$$\{F2\} = \left([I] + \frac{i}{2} [G2_{n2}] \right)^{-1} \left(\frac{i}{2} [G2] \cdot [U2] \cdot [C2] \right) = [M2] \{C2\} \quad (17)$$

ここに、 $\{ \}$ は列ベクトル、 $[\]$ はマトリックス、 $[I]$ は単位行列を表わす。また、港口の分割数を P として、 $[U2]$ は港内の完全反射境界と港口境界とを区別するために用いた N 行 P 列の調整マトリックスであり、 $\{C2\}$ は港口部における $\partial f_2/\partial n_2$ を表わす P 次の列ベクトルである。式(17)は港内境界上の $f_2(\vec{X}_{i2})$ が港口部における $\partial f_2/\partial n_2$ の値によって表わされることを示している。しかし、 $\{C2\}$ は未知ベクトルである。

2.2.2 港外境界上の散乱波関数

港外境界上の $f_3(\vec{X}_{i1})$ について、境界を十分大きな数 M (このうち左防波堤に相当する境界要素数を $NLBW$ 、右防波堤のそれを $NRBW$ とする) に分割すると、式(13)を離散化して式(18)となる。

$$(F3)_i = -\frac{i}{2} \left[\sum_{j=1}^M (G3_{n1})_{ij} (F3)_j - \sum_{j=1}^M (G3)_{ij} (F3_{n1})_j \right], \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (18)$$

ここで、式(18)中の各記号は次の通りである。

$$(F3)_i = f_3(\vec{X}_{i1}), \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (19a)$$

$$(G3_{n1})_{ij} = -k \cdot H_1^{(1)}(kr_{ij}) \frac{\partial r_{ij}}{\partial n_1} \Delta \partial 1_j, \quad (i, j=1, 2, \dots, M; i \neq j) \quad (19b)$$

$$(G3_{n1})_{ii} = 2 \int_0^{\frac{1}{2}\Delta\alpha_{1i}} \left(-k \cdot H_1^{(1)}(kr) \frac{\partial r}{\partial n_1} \right) ds, \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (19c)$$

$$(G3)_{ij} = H_0^{(1)}(kr_{ij}) \Delta\alpha_{1j}, \quad (i, j=1, 2, \dots, M; i \neq j) \quad (19d)$$

$$(G3)_{ii} = 2 \int_0^{\frac{1}{2}\Delta\alpha_{1i}} H_0^{(1)}(kr) ds, \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (19e)$$

$$(F3_{n1})_j = -\frac{\partial}{\partial n_1} f_3(\vec{X}_j), \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (19f)$$

式(18)をマトリックス表示して、まとめると式(20)となる。

$$\{F3\} = \left([I] + \frac{i}{2} [G3_{n1}] \right)^{-1} \left(\frac{i}{2} [G3] \cdot [U3] \cdot \{C3\} \right) = [M3] \{C3\} \quad (20)$$

ここに、[U3]は港外の境界を海岸線部分とそれ以外の部分とに区別する M 行 ($NLBW + P + NRBW$) 列の調整マトリックスであり、{C3}は防波堤と港口部における $\partial f_3 / \partial n_1$ を表わす ($NLBW + P + NRBW$) 次の列ベクトルである。式(20)は港外境界上の $f_3(\vec{X}_{i1})$ が防波堤と港口部における $\partial f_3 / \partial n_1$ の値によって表わされることを示している。しかし、{C3}の港口部に相当する部分ベクトル{C3P}は未知である。式(20)を部分マトリックス、部分ベクトルを用いて書き直すと次式となる。

$$\{F3\} = [M3] \{C3\} = \begin{bmatrix} \text{LCL} & \text{LCP} & \text{LCR} \\ \text{LBL} & \text{LBP} & \text{LBR} \\ \text{M3PL} & \text{M3PP} & \text{M3PR} \\ \text{RBL} & \text{RBP} & \text{RBR} \\ \text{RCL} & \text{RCP} & \text{RCR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \text{C3L} \\ \text{C3P} \\ \text{C3R} \end{Bmatrix} \quad (21)$$

ここに、部分マトリックスで表わした[M3]の左列は左側の防波堤に相当し、文字の最後にLを付けた。中列は港口部に相当し、文字の最後にPを付け、右列は右側の防波堤に相当し、文字の最後にRを付けた。そして、1行目は左側の海岸線LCに相当し、2行目は左側の防波堤LB、3行目は港口部M3P、4行目は右側の防波堤RB、5行目は右側の海岸線RCにそれぞれ相当する。部分ベクトルで表わした{C3}の1行目は左側の防波堤Lに、2行目は港口部P、3行目は右側の防波堤Rに相当する。

また、式(7)より、港外境界上における波高分布関数{F1}は次のようになる。

$$\{F1\} = \{FI\} + \{FR\} + [M3] \{C3\} \quad (22)$$

ここに、{FI}= f_i 、{FR}= f_r である。

2.2.3 港内波高分布関数の計算

接続条件式(14)より{C2}を用いて港口部における{C3P}を表現し、港内境界上の波高分布関数{F2}を計算する。ここで、港口部では港外領域1と港内領域2の積分方向が反対になることを考慮して、マトリックス[M3]の列について上下をひっくり返し、さらに行について左右をひっくり返したマトリックスを[M3]'とする。以後、マトリックス・ベクトルについて、その領域の積分方向と反対方向に配置されたものにはプライムを付すことにする。

式(14)を変形し、ベクトル表現すると次式となる。

$$\{C3P\}' = - \left(\{DFI\}'_P + \{DFR\}'_P + \{C2\} \right) \quad (23)$$

ここに、{DFI} $_P$ 、{DFR} $_P$ はそれぞれ港口の $\partial f_i / \partial n_1$ 、 $\partial f_r / \partial n_1$ を表わす列ベクトルである。式(23)を式(22)に代入すると式(24)となり、{C2}を用いて、港口部の波高分布関数{F1} $_P$ が次式にて表わされる。

$$\{F1\}'_P = \{FI\}_P + \{FR\}_P + [M3PR]' \{C3R\}' - [M3PP]' \left(\{DFI\}'_P + \{DFR\}'_P + \{C2\} \right) + [M3PL]' \{C3L\}' \quad (24)$$

ここに、{F1} $_P$ は、港外境界上の波高分布関数{F1}のうち港口部に相当する部分ベクトルであり、{FI} $_P$ 、{FR} $_P$ はそれぞれ港口の f_i 、 f_r を表わす列ベクトルである。[M3PR]は[M3]の右側の防波堤境界に相当する P 行 $NRBW$ 列マトリックスであり、[M3PP]は[M3]の港口部に相当する P 行 P 列マトリックス、[M3PL]は[M3]の左側の防波堤境界に相当する P 行 $NLBW$ 列マトリックスである。{C3R}は右側の防波堤境界境界

上の $\partial f_3 / \partial n_1$ を表わす $NRBW$ 次の列ベクトル、 $\{C3L\}$ は左側の防波堤境界上の $\partial f_3 / \partial n_1$ を表わす $NLBW$ 次の列ベクトルであり、この2つの列ベクトルは既知である。

一方、港口部の波高分布関数 $\{F2\}_P$ は次式で表わされる。

$$\{F2\}_P = [M2P]\{C2\} \quad (25)$$

ここに、 $[M2P]$ は $[M2]$ の港口部に相当する P 行 P 列マトリックスである。

そこで、港口部について、式(24)と式(25)とから接続条件 $\{F1\}'_P = \{F2\}_P$ を適用すれば未知ベクトル $\{C2\}$ ($= \partial f_2 / \partial n_2$) に関する P 元連立1次方程式(26)が得られる。

$$([M2P] + [M3PP]')\{C2\} = \{F1\}_P + \{FR\}_P + [M3PL]'\{C3L\}' - [M3PP]'\{DFI\}'_P + \{DFR\}'_P + [M3PR]'\{C3R\}' \quad (26)$$

式(26)を解くことにより港口部における未知ベクトル $\{C2\}$ が定まる。これを式(17)に代入すれば、港内境界上における波高分布関数 $\{F2\}$ が求められる。さらに、式(5)より港内任意点の波高分布関数 f_2 が計算できる。

2.2.4 港外波高分布関数の計算

式(26)を解くことにより得られた $\{C2\}$ を式(23)に代入すれば港口部における $\{C3P\}$ が定まる。これと式(21)により港外境界上における波高分布関数 $\{F3\}$ が求められる。さらに、式(12)と式(7)より港外任意点の波高分布関数 f_3 が計算できる。

以上が数値計算の計算モデルである。

3. 数値計算

3.1 計算手法の検証

3.1.1 既往の研究との比較

図5は、松岡⁽⁷⁾が有限要素法により計算した振幅増幅率の分布である。このときの計算条件は、水深 = 5.0m、波向き = 110deg、反射率 = 1.0、周期 = 384sである。この分布図と開発した計算手法による結果とを比較する。ここで、図5の港湾は港口を2つ有しているが、今回の計算手法では港口を1つにして計算手法を適用した。そのため両者は完全に同じではない。

この港湾に対して、同じ計算条件で計算した結果が図6である。この場合、海岸線の積分範囲は散乱波の減衰項が1/10に減衰する距離までとした。これより、港外の左側全域と右側の海岸線付近の分布形状はよく一致していることがわかる。しかし、港外の右側防波堤付近は開口部がないため異なった分布となっている。また、港内の振幅増幅率の分布も図5と比べて小さくなっている。これは、図5においては、港内から見て手前に2つ目の港口があることにより、この港口が振動の節となる副振動現象が引き起こされ、増幅率が大きくなっているためと考えられる。

3.1.2 境界内部点が境界に近づいたときの計算波高

港外および港内の完全反射境界における境界条件の検証を行うため、境界内部点が境界に近づいたときの波高を計算した。図7に示す港内外の10箇所の

図5 松岡⁽⁷⁾が有限要素法により計算した振幅増幅率の分布

図6 開発した手法により計算した振幅増幅率の分布

図7 境界条件の検証のための計算点

ポイントにおいて、境界に対して直角に近づいたとき、境界内部点としての計算波高 H の境界上の計算波高 Hb に対する比を求めたのが図8である。ここに、図8のポイント1～5の図は港外任意点が、周期384秒の波の波長の1/10の距離から境界に直角に近づいたときの比を示すものであり、ポイント6～10の図は港内任意点が境界から20m離れた地点から境界に近づいたときの比を示している。これより、港内および港外の完全反射境界における境界条件 $\partial f_1 / \partial n_1 = 0$, $\partial f_2 / \partial n_2 = 0$ を満足していることがわかる。

3.1.3 散乱波の分布

散乱波関数はその定義から港の存在に負う反射波についての修正波高分布関数である。そこで散乱波の分布を図9に示す。このときの海岸線の積分範囲は散乱波の減衰項が1/10に減衰する距離である。ここで、海岸線の積分範囲を散乱波の減衰項が1/24に減衰する距離までとした場合の散乱波の分布が図10である。図9と図10より、港から離れたところで差が顕著となっており、港の周辺では大きな差はないことがわかる。さらに、このときの港の周辺の振幅増幅率の分布を示したものが図11である。図6と図11より、分布形状にほとんど差はなく、増幅率もほぼ等しいことがわかる。これらにより港湾周辺の増幅率の分布について、海岸線の積分範囲は散乱波の減衰項が1/10に減衰する距離として近似できることがわかる。

3.2 周辺形状を考慮した副振動の数値計算

港湾の形状を分類する場合、内陸に掘込んで発展していく掘込み型と海に向かって発展していく埋め立て型に分けることができる⁽¹⁶⁾。そこで、港内形状が同一の掘込み型港湾と埋め立て型港湾(図12)を考える。さらに、これまでのLeeによる計算手法が適用できる防波堤のない掘込み型港湾(図12)を考え、これらの港湾に対して副振動の計算を行う。

それぞれの港湾に対する振幅増幅率の周期特性を示したものが図12である。ここで、計算点は図中×印の位置とし、計算に用いた条件は水深が5.0m、入射波向は90degである。これより、3つの場合で増幅率のピークをとる周期がほぼ同じであることがわかる。また、図12において増幅率が最大となるそれぞれの

図8 境界内の任意点が境界に近づいたときの $\partial f_1 / \partial n_1 = 0$, $\partial f_2 / \partial n_2 = 0$ の確認

図9 散乱波の分布 (散乱波の減衰項が1/10まで減衰する距離を積分範囲とした場合)

図10 散乱波の分布 (散乱波の減衰項が1/24まで減衰する距離を積分範囲とした場合)

図11 振幅増幅率の分布（散乱波の減衰項が $1/24$ まで減衰する距離を積分範囲とした場合）

図12 振幅増幅率の周期特性

図13a 掘込み型港湾の振幅増幅率の分布（周期388秒）

図14a 埋め立て型港湾の振幅増幅率の分布（周期385秒）

図15a 防波堤のない掘込み型港湾の振幅増幅率の分布（周期406秒）

図13b 掘込み型港湾の振幅増幅率の分布（周期159秒）

図14b 埋め立て型港湾の振幅増幅率の分布（周期160秒）

図15b 防波堤のない掘込み型港湾の振幅増幅率の分布（周期165秒）

周期について、振幅増幅率の分布を示すと、掘込み型港湾に対するそれが図13a、b、埋め立て型港湾が図14a、b、海岸線が一直線で防波堤のない掘込み型港湾が図15a、bである。第1モードの振動が引き起こされている図13a、図14a、図15aでは、増幅率は防波堤のない掘込み型港湾が最も大きい。しかし、港内の分布形状は類似している。また、図13b、図14b、図15bでは、港内中央部の防波堤付近が振動の節となる第2モードの湾水振動が引き起こされており、港内の分布形状は類似していることがわかる。しかし、港外の分布形状は図13bと図14bとで異なっている。

4. おわりに

本報告においては、港外の周辺形状を考慮できる副振動の数値計算手法を開発し、既往研究との比較検討から手法の妥当性を検証した。また、一般的な形状の3つの港湾に対してこの手法を適用した。

本報告により得られた主な結果をまとめると以下の通りである。

- (1) 開発した数値計算手法により、港内だけでなく港外についても任意形状の港湾に対して副振動現象の解析が可能である。
- (2) 海岸線の積分範囲は散乱波の減衰項が $1/10$ に減衰する距離として近似できることを確認した。
- (3) 掘込み型港湾と埋め立て型港湾とでは副振動の共振周期が近く、港内の増幅率分布は似ている。
- (4) 掘込み型港湾と埋め立て型港湾とでは港外の増幅率分布が異なり、周辺での波高分布が定量的にわかるようになった。

なお、本モデルにおいては、水深が変化する場合、海岸線が一直線でない場合、港口が複数存在する場合などの考慮を行っていない。今後はこれらの影響に関する検討も必要である。

参 考 文 献

- (1) 白石 悟・久保雅義・上田 茂・榊原繁樹：係留システムに着目した長周期波に対する船舶の動揺抑制対策，海岸工学論文集，第42巻，pp.941-945，1995.
- (2) 喜岡 渉・柏原謙爾・岩垣雄一：不規則波群に伴う2次長周期波の湾水振動，土木学会論文集No.473/「II-24」，pp.55-64，1993.8.
- (3) 合田良実：浅海域における波浪の碎波変形，港湾技術研究所報告，第14巻第3号，pp.59-106，1975.9.
- (4) Munk, W.H.: Surf beats, Trans.A.G.U., Vol.30, No.6, pp.849-854, 1970.
- (5) 久保雅義・榊原繁樹：荷役稼働率計算における波群・副振動による長周期波の影響について，海岸工学論文集，第42巻，pp.931-935，1995.
- (6) 合田良実：長方形および扇形の港の副振動について，第10回海岸工学講演会講演集，pp.53-58，1963.
- (7) 松岡道男：中小港湾の港内埋没におよぼす長周期波の影響に関する研究，大阪大学学位論文，1994.
- (8) Chen, H.S. and C.C.Mei: Oscillations and wave forces in an offshore harbor, Ralph M.Parsons Lab., Report No.190, M.I.T, 1974.
- (9) 坂井藤一・月岡康一：波動解析への有限要素法の適用(第2報)，第21回海岸工学講演会論文集，pp.45-48，1974.
- (10) Lee, Jinn-Jen: Wave induced oscillation in harbors of arbitrary shape, Calif. of Tech., 1970.
- (11) 榎木 亨・久保雅義：Slip内の波高分布に関する二，三の考察，日本航海学会論文集，第63号，pp.97-106，1980.
- (12) 浜中建一郎：グリーンの公式を用いた静穏度解析における種々の境界条件について，海岸工学論文集，第42巻，pp.996-1000，1995.
- (13) 日下 理・辰本正弘・岩崎 晃：任意反射率境界と水深変化を考慮した港内波高分布の解析，第30回海岸工学講演会論文集，pp.128-132，1983.
- (14) 久保雅義・斎藤勝彦・榊原繁樹：斜面前面における係留船の船体運動について，日本航海学会論文集，第78号，pp.73-81，1988.
- (15) 寺澤寛一：数学概論，岩波書店，pp.486-490，1954.
- (16) 長尾義三：港湾工学，共立出版，pp.181-182.

質 疑 応 答

榊原繁樹(横浜ゴム㈱)：散乱波の減衰項は何項まで取っていますか。

前田保男：船体運動や浮体構造物の運動、あるいは地震動のように水面との境界が運動する場合には、動く境界の速度ポテンシャルを考慮して式(4)に無限級数項を加える必要があります。しかし、本報告においては、海岸線、防波堤、構内境界といった静止境界のみで囲まれた水面状態の議論であり、無限級数第1項のみで充分です。