曳航索の張力と形状について—I.

山口芳男* 宮崎芳夫* 小池孝知*

The Tension and Configuration of the Towing Rope in a Uniform Stream—I.

Y. Yamaguchi, Y. Miyazaki and T. Koike

Abstract

Up to this time, the tension and configuration of the towing rope was calculated as a catenary curve. In practical towing condition, the configuration of rope will differ from the catenary curve by the effect of hydrodynamic force.

This paper presents the results comparison between the calculated value obtained by the basic assumption in analyzing the configuration of towing rope and observed experimental value. Both values are nearly the same without the condition where both the length of rope is very long and the depth of rope is very small.

曳航索の水中における形状は一般に懸垂曲線で近似出来るものとして取り扱われているが、実際の曳航においては流体抵抗を無視することが出来ないために、その形状は懸垂曲線とはかなり相違していることが予想される。

筆者等は、ロープに作用する流体力の特性を調べた実験結果〔1〕にもとづいて曳航索の方程式を立て、これより張力、形状などを計算して実験値との比較を行なうとともに、この形状を懸垂曲線で近似する場合について考察した。

1. 計 算 法

Fig. 1. に示すように、水面上の物体を長いロープで、 x 軸の正の方向に一定速度で曳航している場合、ロープの最下点を原点とし、ロープを十分に柔軟なものと仮定すると、この場合の釣合の方程式は、一般によく知られているように、

$$\frac{t}{r} = -N_{\theta} + w \cos \theta \quad \cdots \cdots (1)$$

$$\frac{dt}{ds} = -T_{\theta} + w \sin \theta \quad \cdots \cdots (2)$$

と書くことが出来る。

Fig. 1 coordinate system

*東京水産大学（東京都港区港南町4の5の7）

ここで

t . ロープの張力

s . ロープの長さ (Fig. 1 の矢印の向きを増加の方向とする)

w . 単位長さのロープの流体中の重量

r . ロープの描く曲線の曲率半径

$$r = ds/d\theta$$

θ . ロープの流れに対する傾角 (Fig. 1. に示す向きに測る)

N_θ . 単位長さのロープに作用する流体力の法線成分

T_θ . 単位長さのロープに作用する流体力の接線成分

D_0 . 単位長さのロープを流れに直角に置いた時の抗力

とする。

いま、釣合の方程式(1), (2)より

$$\frac{1}{t} \frac{dt}{d\theta} = \frac{T_\theta - w \sin \theta}{N_\theta - w \cos \theta} \quad \dots\dots\dots (3)$$

原点の張力, 傾角を, t_0 , θ_0 とすれば, (3)式より,

$$\left| l_n t \right|_{t_0}^t = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{T_\theta - w \sin \theta}{N_\theta - w \cos \theta} d\theta$$

$$\frac{t}{t_0} = \tau \text{ と置けば} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$l_n \frac{t}{t_0} = l_n \tau = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{T_\theta - w \sin \theta}{N_\theta - w \cos \theta} d\theta \quad \dots\dots\dots (5)$$

(4)式を(1)式に代入すると,

$$\tau \cdot t_0 \frac{d\theta}{ds} = -N_\theta + w \cos \theta \quad \dots\dots\dots (6)$$

(6)式より, s を求めると,

$$s = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{\tau t_0}{-N_\theta + w \cos \theta} d\theta \quad \dots\dots\dots (7)$$

(6)式と, $dx = ds \cos \theta$, $dy = ds \sin \theta$ より, x , y を求めると,

$$x = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{\tau t_0 \cos \theta}{-N_\theta + w \cos \theta} d\theta \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$y = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{\tau t_0 \sin \theta}{-N_\theta + w \cos \theta} d\theta \quad \dots\dots\dots (9)$$

のようになる。(5), (7), (8), (9)式中の T_θ , N_θ については,

1) ロープに作用する流体力を無視した場合。

$$T_\theta = 0, N_\theta = 0$$

(5)式より, $\theta_0 = 0^\circ$ とすると

$$l_n \frac{t}{t_0} = \int_{\theta_0}^{\theta} \tan \theta d\theta = -l_n |\cos \theta|$$

$$\therefore t_0 = t \cos \theta, t = t_0 \sec \theta$$

この関係を, (7), (8), (9)に代入すれば,

$$s = \frac{t_0}{w} \tan \theta$$

$$x = \frac{1}{2} \frac{t_0}{w} l_n \frac{1 + \sin \theta}{1 - \cos \theta}$$

$$y = \frac{t_0}{w} \frac{1}{\cos\theta} - \frac{t_0}{w} = \frac{t_0}{w} (\sec\theta - 1)$$

これは、一般の懸垂曲線の方程式である。

2) ロープに作用する全流体力が常にロープに直角に作用すると考えた場合〔2〕, すなわ

$$N_\theta = D_0 \sin^2\theta, \quad T_\theta = 0$$

3) ロープに作用する全流体力が法線成分 $N_\theta = D_0 \sin^2\theta$ と, 接線成分 $T_\theta = F = \text{const}$ からなると考えた場合〔3〕

4) ロープに作用する全流体力が法線成分 $N_\theta = D_0 \sin^2\theta + F \sin\theta$ と, 接線成分 $T_\theta = F \cos\theta$ からなると考えた場合〔4〕

などがあるが, いずれも仮定によつて定められた関係で, 実験の結果にもとづいているものは, ほとんどない。

本論文においては, 著者の一人, 宮崎の実験の結果〔1〕を用いて,

$$N_\theta = D_0 \sin^2\theta (\sin\theta + \cos^2\theta)$$

$$T_\theta = -D_0 \cos\theta \sin^2\theta (1 - \sin\theta)$$

を(5)式に代入すると,

$$\left| l_n t \right|_{t_0}^t = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{-D_0 \cos\theta \sin^2\theta (1 - \sin\theta) - w \sin\theta}{D_0 \sin^2\theta (\sin\theta + \cos^2\theta) - w \cos\theta} d\theta$$

一様な流れの中におかれた十分に長いロープは流れに対して, 一定の傾角 θ_c を持つ直線になるものと仮定すると (この仮定は実験的にも, 大体正しい), (1)式の曲率半径 r は無限大となるから, (6)式から

$$N_{\theta_c} = w \cos\theta_c \quad \dots\dots\dots (10)$$

この θ_c を critical angle と呼び

$$\frac{\sin^2\theta_c (\sin\theta_c + \cos^2\theta_c)}{\cos\theta_c} = \frac{N_{\theta_c}}{D_0 \cos\theta_c} = \frac{w}{D_0} = \mu \quad \dots\dots\dots (11)$$

と置くと, 前式は

$$\left| l_n t \right|_{t_0}^t = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{\cos\theta \sin^2\theta (\sin\theta - 1) - \mu \sin\theta}{\sin^2\theta (\sin\theta + \cos^2\theta) - \mu \cos\theta} d\theta \quad \dots\dots\dots (12)$$

と書くことが出来る。

(6)式に N_θ を代入して

$$\tau t_0 \frac{d\theta}{ds} = -D_0 \sin^2\theta (\sin\theta + \cos^2\theta) + w \cos\theta$$

$$\frac{ds}{d\theta} = \frac{\tau t_0}{-\sin^2\theta (\sin\theta + \cos^2\theta) + \mu \cos\theta} \quad \dots\dots\dots (13)$$

いま, (4)式より

$$\frac{t}{t_0} = \frac{\tau}{\tau_0}, \quad \frac{t_2}{t_1} = \frac{\tau_2}{\tau_1} \quad (\text{但し, } \tau_0 = 1) \quad \dots\dots\dots (14)$$

の関係があるから, (13), (14)式より s を求めれば

$$s = s_1 + s_2 = \frac{t_2}{D_0 \tau_2} \int_{\theta_2}^{\theta_1} \frac{\tau}{-\sin^2\theta (\sin\theta + \cos^2\theta) + \mu \cos\theta} d\theta \quad \dots\dots\dots (15)$$

同様にして, x, y は

$$x = x_1 + x_2 = \frac{t_2}{D_0 \tau_2} \int_{\theta_2}^{\theta_1} \frac{\tau \cos\theta}{-\sin^2\theta (\sin\theta + \cos^2\theta) + \mu \cos\theta} d\theta \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$y = y_1 + y_2 = \frac{t_2}{D_0 \tau_2} \int_{\theta_2}^{\theta_1} \frac{\tau \sin\theta}{-\sin^2\theta (\sin\theta + \cos^2\theta) + \mu \cos\theta} d\theta$$

実験番号	使用索	使用索の直径 (mm)	使用索長 (m)	水 中重量 (kg)	曳航 速度 (m/s)	傾角 θ_1 (度)		張力 t_1 (kg)		傾角 θ_2 (度)		張力 t_2 (kg)		最大深さ (m)		懸垂曲線の 最大深さ	計算値 x	懸垂曲線の x 計算値 の θ_1, T_1 の 計算値 の θ_2, T_2 を使用を使用
						計算値	測定値	計算値	測定値	計算値	測定値	計算値	測定値	計算値	測定値			
1	wire	14.0	95.0	53.0	1.32	29.3	31.0	50.8	44.0	100.1	122.0	46.6	42.0	18.0	19.0	13.1	35.1	81.6
2	wire	14.0	95.0	53.0	1.44	26.9	29.0	52.7	48.0	130.5	123.0	43.3	44.0	13.6	16.5	12.5	18.9	90.0
3	wire	14.0	95.0	53.0	1.78	22.0	25.0	63.0	56.0	139.7	136.5	51.9	52.0	11.2	13.0	10.3	14.4	93.4
4	wire	14.0	95.0	53.0	1.97	20.1	20.0	71.6	68.0	144.0	145.0	60.0	60.0	10.2	11.0	9.0	12.1	92.3
5	wire	14.0	95.0	53.0	2.22	13.5	17.0	83.6	86.0	155.2	154.0	74.4	74.0	7.5	9.0	7.5	9.0	93.4
6	wire	14.0	95.0	53.0	2.53	12.3	16.0	96.3	95.0	159.5	158.0	86.4	86.0	6.4	7.6	6.6	7.8	93.4
7	cremona	18.8	200.0	7.6	1.15	9.4	10.0	29.5	36.0	155.5	157.0	19.8	20.0	11.9	9.5	6.5	10.4	197.9
8	cremona	18.8	200.0	7.6	1.17	9.3	10.0	29.6	35.0	154.0	157.0	19.7	20.0	11.9	10.0	6.5	10.6	198.3
9	cremona	18.8	200.0	7.6	1.19	9.3	10.5	29.7	36.0	151.4	157.0	19.4	20.0	12.3	9.5	6.5	11.0	197.4
10	cremona	18.8	200.0	7.6	1.22	9.2	11.0	29.7	37.0	148.5	157.0	19.1	20.0	12.8	9.5	6.5	11.5	198.1
11	wire	14.0	95.0	53.0	1.33	29.9	31.0	71.3	71.0					30.4	31.0	35.2		86.1
	cremona	18.8	200.0	7.6	1.33					127.4	139.0	44.0	45.0	35.2	31.0	27.9	282.4	197.4

Table 1 The results of experimental value and calculated value

2. 実 験

実験は千葉県館山湾において、Fig. 1 に示す様に、 t_1 側に曳航艇 ($L=13.88\text{m}$, $B=3.68\text{m}$, $D=1.57\text{m}$), t_2 側に被曳航艇 ($L=7.40\text{m}$, $B=2.05\text{m}$, $D=0.87\text{m}$), を使用して行つた。曳航の速度は流木、曳航索の傾角 θ_1 , θ_2 は角度板、張力 t_1 , t_2 は張力計を用いて測定した。最高深度 $y_{\max}$ は、索に通したトラベラーリングに、ケミカルチューブを取りつけ、測定中数回にわたつて曳航艇側より被曳航艇側に航過させて測定した。Fig. 2 に例示する計算曲線 (実線) は、使用索の長さ s および θ_2 , t_2 を用いて、(12), (15), (16), (17) の各式をシンプソン法則で、数値積分することによつて求めた。また併記されている懸垂曲線 (点線) は計算値の t_2 , θ_2 から求めたものである。これらの結果は、Table 1 に示す通りである。なお、No. 11 の使用索は、ワイヤーロープ 95m とクレモナロープ 200m を結合したもので、結合点が $y_{\max}$ になるものと仮定して計算した。

Fig. 2 Showing the calculated configuration of No. 3, No. 8 and No. 11

3. 考 察

1) Table. 1 に示すように、どの曳航索を使用した場合でも、計算値と実験値とは大体一致しているとみなしてよいから、

$$N_{\theta} = D_0 \sin^2 \theta (\sin \theta + \cos^2 \theta)$$

$$T_{\theta} = -D_0 \cos \theta \sin^2 \theta (1 - \sin \theta)$$

と置いた(1)式および、(2)式は近似的に曳航索の釣合の方程式と考えて差支えないものと思われる。

2) 前式の T_{θ} から明らかなように、これらの釣合の方程式中には、ロープの傾角が 0° になつた場合の抵抗は含まれていない、従つて Table 1 中のクレモナロープの結果にも見られるように、critical angle が $10^{\circ} \sim 5^{\circ}$ の範囲になると若干誤差が大きくなるから、 $\theta_c = 5^{\circ}$ 以下において、この釣合の方程式を用いる場合には十分な注意が必要である (この範囲に対する計算法は追つて発表したい)。

3) 以上の計算値および実験値と曳航索が懸垂曲線をなすと考えた場合の値とを比較して見

ると, Table 1 に示すように, ロープの水中重量が増加するにつれて, その差が増加する傾向がある。また, 懸垂曲線として計算する場合には, 曳航側の値 (t_1, θ_1) を基準にした場合と被曳航側 (t_2, θ_2) を基準にした場合とでは, その値がいちじるしく異なる。一般に被曳航側を基準にした方が実際に近い値を得ることが出来る。

4) (12), (15), (16), (17)式の数値積分は極めて複雑で時間を要するから, 次に示すような無次元の函数, τ, σ, ξ, η の函数表を予め製作しておくことと便利である。

$$\mu = \frac{w}{D_0}, \quad \frac{\tau}{\tau_0} = \frac{t}{t_0}, \quad \frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{t_2}{t_1}$$

(但し $\tau_0 = 1$)

$$\sigma = \frac{D_0}{t_0} s, \quad \xi = \frac{D_0}{t_0} x, \quad \eta = \frac{D_0}{t_0} y$$

$$l_n \tau = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{\cos \theta \sin^2 \theta (\sin \theta - 1) - \mu \sin \theta}{\sin^2 \theta (\sin \theta + \cos^2 \theta) - \mu \cos \theta} d\theta$$

$$\sigma = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{\tau}{-\sin^2 \theta (\sin \theta + \cos^2 \theta) + \mu \cos \theta} d\theta$$

$$\xi = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{\tau \cos \theta}{-\sin^2 \theta (\sin \theta + \cos^2 \theta) + \mu \cos \theta} d\theta$$

$$\eta = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{\tau \sin \theta}{-\sin^2 \theta (\sin \theta + \cos^2 \theta) + \mu \cos \theta} d\theta$$

参 考 文 献

- [1] 宮崎芳夫, 高橋 隆: 網地の流体抵抗に関する基礎的研究 II. ロープおよび糸の抵抗について Journ. Tokyo. Univ. Fish., vol. 50, (2) (1964)
- [2] Mcleod, A. R., ; On the action of wind on flexide cables, with applications to cables towed below aeroplanes, and ballon cables; ARC. R&M. No. 554, (1918)
- [3] Landweber, L. and Protter, M. H., : The shape and tension of light flexible cable in a uniform current. Journ. Appl. Mech. 69, (1947)
- [4] Pote, L., : Tables for computing the equilibrium configuration of a flexible cable in a uniform stream. TBM. report 687, (1951)