弾性より見たロープの選択について

鞠 谷 宏 士*

Selection of Rope from a Elastic Point of View

H. Kikutani

Abstract

The author has investigated on the effect of elastic property of rope to the amount of the movement of ship and to the tension of the rope, in some cases of mooring the ship or towing the ship by tug.

The results are as follows:—

- 1) In case of mooring, the elastic properties of ropes do not affect to the tensions, so it is advisable to use wire ropes because the amount of the movement of ship becomes smaller.
- 2) But when heaving and or pitching motions, or horizontal movements of a ship are caused by wave, swell, surge etc., the elastic properties of ropes affect to the tensions, so it is better to use fibre ropes.
- 3) In case of towing a ship by tug or the berthing procedure of a ship, and when tug boat or the ship having initial speed (these are normal cases), the elastic properties of ropes affect on the tensions of ropes, so it is better to use fibre ropes.

1. ま え が き

繊維索は鋼索に比較して伸びが大きいので、衝撃吸収性が大きいといわれている。

ここでは索が係留あるいは曳船に使用される数種の場合について、カテナリーの影響をふくめて、索の弾性が船の移動量や索張力にどのように働くかを調べ、この面から見た索の選択についてのべる。

2. カテナリーの影響をふくんだ索の弾性

2.1 カテナリーのみによる索張力の変化と船の移動量との関係

ここでは索の張力 T の水平分力 H が、次式に示す値 H_0 以上の場合について取扱う (図 2.1)。

$$H_0 = w(S^2 - y^2)/2y \dots \dots \dots (2.1)$$

第 2.1 図

* (東京商船大学)

ここに w は索の単位重量

S は索の長さ

y は索両端の取付点の垂直距離

この H_0 の大きさは、 $S=90\text{m}$ 、 $y=5\text{m}$ の場合でも、各種の索の切断荷重の $1/10$ 以下であり、 S が短くなるともつと小さくなる。

この場合にはカテナリーの式として、次式が成立する。

$$\frac{w^2}{H^2}(S^2 - y^2) = 2\left(\cosh \frac{wx}{H} - 1\right) \dots\dots\dots (2.2)$$

S 、 y が一定として、この式を全微分すると

$$\left\{ \frac{wx}{H} - 2\left(\cosh \frac{wx}{H} - 1\right) / \sinh \frac{wx}{H} \right\} \Delta H = w \Delta x$$

$\cosh(wx/H)$ 、 $\sinh(wx/H)$ を展開し、 $H \gg wx$ を考慮すると、よく知られた次式が導かれる。

$$\frac{1}{12} \left(\frac{wx}{H} \right)^3 \Delta H = w \Delta x \dots\dots\dots (2.3)$$

ΔT と ΔH の関係は、図 2.1 を参照して

$$T = H + w(y + y_0) \dots\dots\dots (2.4)$$

であるから、 y を一定として

$$\Delta T = \Delta H + w \Delta y_0 \dots\dots\dots (2.5)$$

また、図 2.1 より

$$\left. \begin{aligned} (S + S_0)^2 &= (y + y_0)^2 + 2H(y + y_0)/w \\ S_0^2 &= y_0^2 + 2Hy_0/w \end{aligned} \right\}$$

であるから、 S 、 y を一定として両式を全微分し、 ΔS_0 を消去すると

$$w \Delta y_0 = \left\{ \frac{HS}{w(S_0 y - S y_0)} - 1 \right\}^{-1} \Delta H \dots\dots\dots (2.6)$$

となるから、この式を (2.5) 式に代入すると

$$\Delta T = \left[1 + \frac{1}{\{HS/w(S_0 y - S y_0) - 1\}} \right] \Delta H = \alpha \Delta H \dots\dots\dots (2.7)$$

となる。

したがって (2.3) 式より、 ΔT と Δx の関係は

$$\Delta T = 12\alpha w \left(\frac{wx}{H} \right)^{-3} \Delta x \dots\dots\dots (2.8)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta T &= k_1 \Delta x \\ k_1 &= 12\alpha w \left(\frac{wx}{H} \right)^{-3} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.9)$$

で示される。

2.2 索の伸びのみによる索張力の変化と船の移動量の関係

索の伸びと張力の関係は linear ではないが、ここではフツクの法則に従うものとして考察をすすめる。鋼索は切断荷重の $1/10$ 以上の荷重に対しては、ほぼフツクの法則に従うものとみなされ、索弾性係数として、 $E_R=9,000 \sim 10,000\text{kg/mm}^2$ が与えられている。

繊維索はフツクの法則に従うと仮定すること自体かなり無理であるが、切断荷重の $1/5$ 以上では、伸びと張力の関係がかなり直線に近付くので、この付近で E_R を求めると、ナイロン索 180kg/mm^2 、クレモナ索 130kg/mm^2 、マニラ索 270kg/mm^2 といった値が実験的に求められる。

さて (2.2) 式において、水平力の増分 ΔH に対応する張力 ΔT によつて S が ΔS のびたとす

ると, w は $wS/(S+\Delta S)$ となる。また y を一定とすると x は Δx 変位する。

(2.2) 式を y 一定として全微分すると

$$\frac{w\Delta w(S^2-y^2)}{H^2} + \frac{w^2S\Delta S}{H^2} - \frac{w^2(S^2-y^2)}{H^3}\Delta H = \sinh \frac{wx}{H} \left(\frac{w\Delta x + x\Delta w}{H} - \frac{wx}{H^2}\Delta H \right)$$

$$\Delta w = w \{1 - S/(S+\Delta S)\} \doteq w\Delta S/S$$

であるから, これを上式に代入し, (2.2) 式を考慮して整頓すると

$$\left\{ \frac{2 \left(\cosh \frac{wx}{H} - 1 \right) + \frac{w^2S^2}{H^2}}{\frac{wx}{H} \sinh \frac{wx}{H}} - 1 \right\} \frac{\Delta S}{S} - \left\{ \frac{2 \left(\cosh \frac{wx}{H} - 1 \right)}{\frac{wx}{H} \sinh \frac{wx}{H}} - 1 \right\} \frac{\Delta H}{H} = \frac{\Delta x}{x} \quad (2.10)$$

wx/H が小さいので, $\cosh(wx/H) \doteq 1 + (wx/H)^2/2$, $\sinh(wx/H) \doteq wx/H$ とすると, (2.10) 式は

$$\Delta S \doteq x\Delta x/S \quad (2.11)$$

となる。

$$\Delta T = k_2\Delta S, \quad k_2 = E_R A/S \quad (2.12)$$

であるから

$$\Delta T = k_3\Delta x, \quad k_3 = k_2 x/S \quad (2.13)$$

となる。

2.3 カテナリーの影響をふくんだ索の弾性

実際の船の移動 Δx は, カテナリーのみによる変位と索の伸びによる変位が加え合わされたものと考えられるから, 張力の変化 ΔT と船の移動量 Δx の関係は, (2.9) 式と (2.13) 式より,

表 2.1

	鋼 索	ナイロン索	クレモナ索	マニラ索
索 径 ϕ (mm)	30	50	75	90
破 断 力 B (ton)	44.8	42.1	43.1	44.0
索有効断面積 A (mm ²)	342	1,297	2,920	2,210
索弾性係数 E_R (kg/mm ²)	9,000	180	130	270
単 位 重 量 w (kg/m)	3.23	1.52	3.37	5.57
$k_2 = E_R A/S$ (kg/cm)	616	46.6	75.8	227
$H_0 = w(S^2 - y^2)/2y$ (ton)	1.34	0.63	1.40	2.31
$H = 5$ tons x (m)	49.8	49.9	49.8	49.7
wx/H	0.0321	0.0152	0.0335	0.0555
α	1.00134	1.00164	1.00125	1.00083
$12w(wx/H)^{-3}$ (kg/cm)	11,720	51,900	10,730	3,920
k_1 (kg/cm)	11,736	51,985	10,743	3,923
x/S	0.996	0.998	0.996	0.994
k_3 (kg/cm)	613.5	46.5	75.5	225.6
$K = k_1 k_2 / (k_1 + k_2)$ (kg μ cm)	584	46.4	74.8	214
$K_1 = K/\alpha$ (kg/cm)	584	46.4	74.8	214

但し $S=50\text{m}$ $y=4\text{m}$ $H=5\text{ tons}$

次式であらわされる。

$$\Delta x = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_3} \right) \Delta T \quad \dots\dots\dots (2.14)$$

$$\therefore \Delta T = \Delta x \cdot k_1 k_3 / (k_1 + k_3)$$

$$\Delta T = K \Delta x, \quad K = k_1 k_3 / (k_1 + k_3) \quad \dots\dots\dots (2.15)$$

また、 ΔT の水平分力 ΔH は (2.7) 式より

$$\Delta H = K \cdot \Delta x / \alpha$$

$$\Delta H = K_1 \Delta x, \quad K_1 = K / \alpha \quad \dots\dots\dots (2.16)$$

で示される。

この K (またわ K_1) がカテナリーの影響をふくめた索の弾性をあらわす数値である。

ほぼ同じ破断力をもつ鋼索 (6×37), ナイロン索, クレモナ索およびマニラ索 (繊維索はいずれも3ツ撚りとする) について, K および K_1 を計算した例を表 2.1 に示す。計算条件は $S=50$ m, $y=3$ m, $H=5$ tons とした。この H の大きさは各索の破断力の 0.11~0.12 倍である。念のため (2.1) 式で示される H_0 の値も付記する。

この表からみて, カテナリーによる影響はきわめて小さく, 索張力の変化と移動変位の関係は, ほとんど索の伸びに支配されていることがわかる。また鋼索の K の値は繊維索に比較して大きな値をしめており, 伸び率の大きいナイロン索の K は鋼索に比較すると 1/10 以下の小さい値を示していることがわかる。

3. 索の使用状態に対する索の弾性の影響

係留および曳船に索が使用されている数種の場合について, 前章で求めた索の弾性 K またわ K_1 が, 船の移動量や索張力にどのように影響するかをしらべ, この面から索の選択に言及する。

3.1 速度をもっている船を索で止める場合

この状態を簡単化して図示すると図 3.1 のようになる。このような状態は船の係留作業中などにみられる。

船の速度がおそいものとして水抵抗等を見無視すると, 運動方程式は次のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} M \ddot{\Delta x} &= -\Delta H \\ \Delta H &= K_1 \Delta x \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.2)$$

初期条件は $t=0$ で, $\Delta x=0$, $\dot{\Delta x}=v_0$ (3.1) 式を上記の条件で解くと

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= \sqrt{\frac{M}{K_1}} v_0 \sin \omega t \\ \Delta H &= \sqrt{M K_1} v_0 \sin \omega t \\ \omega^2 &= K_1 / M \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.2)$$

この場合の索張力の変化 ΔT は (2.7) 式より

$$\Delta T = \alpha \Delta H = \alpha \sqrt{M K_1} v_0 \sin \omega t$$

で $\sqrt{K_1}$ に比例するから, K_1 が大きくなれば, 索張力が大きくなる。船の移動量 Δx は K_1 が大きいほど小さい。同じ強さの索を用いるとすれば, K_1 の小さい索の方が, 初速度 v_0 の大きい船を止めることができる。

第 3.1 図

したがって、このような使用状態では K_1 の小さい索を用いた方が有利である。

3.2 外力と索張力がつり合つて静止している船に、さらに外力が加わつた場合

これは岸壁係留中の船が、ある風速の風とつり合つて静止している所に、風速が強くなつたような場合に相当する。

この場合の外力の変化を単純化して、図 3.2 に示すように、 ΔF の外力の増加が t_1 時間だけ作用した場合を考える。

この場合の運動方程式は

$$\left. \begin{aligned} M\ddot{x} &= F_0 - H_0 \\ M(\ddot{x} + \Delta\ddot{x}) &= (F_0 + \Delta F) - H_0 + \Delta H \\ F_0 &= H_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.3)$$

で示されるから

$$\left. \begin{aligned} M\Delta\ddot{x} &= \Delta F - \Delta H \\ \Delta H &= K_1 \Delta x \end{aligned} \right\} \dots\dots (3.4)$$

となる。

初期条件は $t \leq t_1$ では、 $t=0$ で、 $\Delta x=0$ $\Delta\dot{x}=0$ であるから、この解は

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= \Delta F(1 - \cos\omega t)/K_1 \\ \Delta H &= \Delta F(1 - \cos\omega t) \\ \omega^2 &= K_1/M \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.5)$$

であり、 $t \geq t_1$ では、運動方程式は

$$M\Delta\ddot{x} = -\Delta H \dots\dots\dots (3.6)$$

となり、初期条件は

$$\left. \begin{aligned} t=t_1 \text{ で } \Delta x_{t_1} &= \Delta F(1 - \cos\omega t_1)/K_1 \\ \Delta\dot{x}_{t_1} &= \omega \Delta F \sin\omega t_1/K \end{aligned} \right\}$$

であるから、(3.1) 式の解は

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= \Delta F \{ \cos\omega(t-t_1) - \cos\omega t \} / K_1 \\ \Delta H &= \Delta F \{ \cos\omega(t-t_1) - \cos\omega t \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.7)$$

となる。

(3.5) 式、(3.7) 式にみられるように船の移動量 Δx は K_1 が大きければ小さくなるが、索張力または水平分子 ΔH は K_1 には無関係である。

したがってこのような使用状態では、 K_1 の大きい索を使用した方が、船の移動量が小さいだけ有利であるといえることができる。

外力の増加が週期的に変化する場合を単純化すると、運動方程式は次のように書ける。

$$M\Delta\ddot{x} + K_1 \Delta x = \Delta F \sin\omega_1 t \dots\dots\dots (3.8)$$

初期条件を $t=0$ で、 $\Delta x=0$ 、 $\Delta\dot{x}=0$ として解くと

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= \frac{\Delta F}{K_1(1 - \omega_1^2/\omega^2)} \left(\sin\omega_1 t - \frac{\omega_1}{\omega} \sin\omega t \right) \\ \Delta H &= \frac{\Delta F}{(1 - \omega_1^2/\omega^2)} \left(\sin\omega_1 t - \frac{\omega_1}{\omega} \sin\omega t \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.9)$$

第 3.2 図

で示されるが、この場合 Δx および ΔH の大きさは $(1-\omega_1^2/\omega^2)$ の値が大きく影響するので、 K_1 の大小の影響について一概に論じられない。しかし $(1-\omega_1^2/\omega^2)$ の値を別にして考えれば、前の場合と同様のことがいえる。

3.3 曳船が本船を引きはじめる場合

この場合は図 3.3 に示すような状態であつて、運動方程式は次のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} M\Delta\ddot{x}_1 &= \Delta H \\ m\Delta\ddot{x}_2 &= F - \Delta H \\ \Delta H &= K_1(\Delta x_2 - \Delta x_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.10)$$

ここに M , m はそれぞれ本船および曳船の質量、 F は曳船の推力である。

$$\begin{aligned} \text{初期条件は } t=0 \quad \Delta x_1 &= 0 \quad \Delta x_2 = 0 \\ \Delta \dot{x}_1 &= 0 \quad \Delta \dot{x}_2 = v_0 \end{aligned}$$

(3.10) 式より

$$\begin{aligned} (\Delta\ddot{x}_2 - \Delta\ddot{x}_1) + K_1 \frac{M+m}{Mm} (\Delta x_2 - \Delta x_1) &= \frac{F}{m} \\ \therefore \Delta\ddot{H} + \omega^2 \Delta H &= \alpha \dots\dots\dots (3.11) \end{aligned}$$

ここに

$$\omega^2 = K_1 \frac{M+m}{Mm}, \quad \alpha = \frac{K_1 F}{m}$$

で初期条件は $t=0$ で

$$\begin{aligned} \Delta H &= K_1(\Delta x_2 - \Delta x_1) = 0 \\ \Delta \dot{H} &= K_1(\Delta \dot{x}_2 - \Delta \dot{x}_1) = K_1 v_0 \end{aligned}$$

であるから、この方程式の解は

$$\Delta H = \frac{MF}{M+m} (1 - \cos \omega t) + v_0 \sqrt{\frac{K_1 M m}{M+m}} \sin \omega t \dots\dots\dots (3.12)$$

となる。

この解の第1項は K_1 に無関係であるが、第2項は $\sqrt{K_1}$ に比例するから、 K_1 が大きいと索張力も大きくなる。したがって K_1 の大きい索を使用することは望ましくない。

また曳船作業では索が張りはじめるときの曳船の初速度をできるだけ小さくすることが、 K_1 の大小に拘らず索の張力を小さく保つことになり望ましい方法である。

3.4 係留中船が上下動および水平動をする場合

ここでは波、うねり、サージなど水実質部分の運動により船が上下および水平に動く場合を取扱う。

今までは船の水平移動のみを取扱ったが、ここでは上下の移動が入るので、(2.2) 式にもどつて考察する。

船が水平方向に Δx 、垂直方向に Δy の変位をし、そのために索が ΔS のびたと

第 3.3 図

第 3.4 図

すると、 w は $wS/(S+\Delta S)$ となり、 $\Delta w \doteq w\Delta S/S$ となる (図3.4)。

(2.2) 式を全微分すると

$$\left\{ \frac{2 \left(\cosh \frac{wx}{H} - 1 \right) + \frac{w^2 S^2}{H^2}}{\frac{wx}{H} \sinh \frac{wx}{H}} - 1 \right\} \frac{\Delta S}{S} - \left\{ \frac{2 \left(\cosh \frac{mx}{H} - 1 \right)}{\frac{wx}{H} \sinh \frac{wx}{H}} - 1 \right\} \frac{\Delta H}{H} \\ = \frac{\frac{w^2 y^2}{H^2}}{\frac{wx}{H} \sinh \frac{wx}{H}} \frac{\Delta y}{y} + \frac{\Delta x}{x} \dots \dots \dots (3.13)$$

$H \gg wx$ であるので、 $\cosh(wx/H) \doteq 1 + (wx/H)^2/2$, $\sinh(wx/H) \doteq wx/H$ とすると、(3.13) 式は

$$\Delta S = -\frac{y}{S} \Delta y + \frac{x}{S} \Delta x \dots \dots \dots (3.14)$$

となる。

$$\Delta T = k_2 \Delta S \quad k_2 = E_R A / S$$

であるから

$$\Delta T = k_2 \left(-\frac{y}{S} \Delta y + \frac{x}{S} \Delta x \right) \dots \dots \dots (3.15)$$

となる。この式はカテナリーの影響をふくまない式である。

さてこの式に見られるように、索張力の大きさは k_2 の大きい索の方が大きくなる。したがって波、サージなどによる船の上下動や水平動が起る場合には k_2 の小さい索を使用した方がよい。また S が長ければ索張力も小さくなるから索は長くとつた方がよい。

4. む す び

船舶の係留や曳船作業に索が使用されている数種の状態について、索の弾性が船の移動量や索張力にどのように影響するかを調べてきたが結論として次のようなことがいえる。

- 1) 船舶の係留作業には K の小さい (伸びの大きい) 索を使用した方がよい。
- 2) 船舶の係留中は、波、うねり、サージなどの影響が小さい場合には、 K の大きい索を使用した方がよい。
- 3) 波、うねり、サージなどで船が上下動、水平動をする場合は K の小さい索を使用した方がよい。
- 4) 曳船作業には K の小さい索を用いた方がよい。
- 5) 索張力に対する K の影響の大きさは、使用状態により異なる。水実質部分の運動により船が運動する場合は K に比例し、係留作業や曳船作業などで本船または曳船が速度をもっているときは $\sqrt{K}$ に比例する。

これ等の結論は、とくに新しいものではなく通説として一般に実施されているもので、この研究はこれ等を理論的に裏付けたにすぎない。

なお繊維索の張力と伸びの関係も一次関係として処理してきたが、実際にはかなり無理があるので、繊維索についてはなお近似度の高い検討を行なう必要があると考える。