船位誤差論 III (日常業務の天測誤差)

広 田 実*

Estimation and Representation of Ship's Position Error, III (The Accuracy of Astro-fix in Practice at Sea)

M. Hirota

Abstract

The astro-fix accuracy in practice at sea is examined from the data of some 800 sights gathered from 13 ship's officers. The most probable positions are calculated by an electronic computer. Some of the fixes which have abnormally large residual error are rejected through the statistical hypothesis tests. Then, the standard deviation of the all-embracing error of a position line, σ , is estimated to be about 1.0 n. m., if a rejection ratio (a blunder or mistake ratio) of some 8% is admitted. Some other evidences supporting this estimated value are also studied.

Secondly, the collected data are surveyed to find the observational efficiencies determined by the selection of the azimuths of the heavenly bodies. In general, the efficiencies are seen to be good enough to use a circle for an error ellipse, except some poor selections.

1. 結論の要約

主として神戸港に入港する船を訪問し、13名の航海士より薄明天測の位置の線を859本得た。この中には88本の遊星を含むが、太陽及月は含まれない。船位決定は214回で、平均は位置の線4.02本/回であった。これらのデータを電子計算機で転移させて最確位置を求め、天体観測精度及び方位選定による天測効率に関して次の結果を得た。

A. 天測誤差に関する調査の結果を表1に示す。これより次のことが読みとれるであろう。

(A1) 残差の単純集計は、錯誤と考えられるものを除いても正規分布から甚しく外れている。(図4参照)

(A2) 測定、改正、計算に全く錯誤がないと考えれば、 $\hat{\sigma} \approx 3.5$ にもなり、従来の推定値に比べ非常に大きいものとなる。

(A3) 各観測者ごとに統計的検定によつて、錯誤を含むと推定される位置決定群を棄却すると、位置の線は28%程度棄てられ、推定錯誤率は8.0%になるが、その時 $\hat{\sigma} \approx 1.4$ 程度と推定される。

(A4) 観測者に技倆の差があるので、統一的な誤差の大きさを推定するのは困難である。統

* 神戸商船大学(神戸市東灘区本庄町深江)

表1 海上における星測の誤差

データの処理法		残差の単純集計					統計的推定		
度数分布の百分率(%)		50	69.26	80	90	95	自由度	$\hat{\sigma}$	σ の区間推定 (信頼度90%)
正規分布の誤差比率(σ)		0.6745	1.0	1.28	1.65	1.96			
今回の調査	総データ 859(100%)13名	0.51	1.15	1.8	2.9	4.2	432	3.54	3.37~3.81
	測定者内で棄却 659 (71.6)13名	0.42	0.8	1.1	1.6	2.0	330	1.40	1.31~1.48
	測定者間で棄却 547 (63.5)12名	0.38	0.7	0.9	1.4	1.7	275	1.18	1.06~1.22
	“ 418 (48.7)11名	0.34	0.5	0.8	1.15	1.3	198	0.95	0.88~1.03
	“ 357 (41.5)10名	0.30	0.4	0.7	1.05	1.2	167	0.85	0.78~0.94
参考資料	Average Observer 1539(129名)	0.7	—	—	2.4	3.1	英国航海学会 Working Party の報告		
	Best Observer 383(8名)	0.5	—	—	1.4	2.0			

計的検定によつて極端に技倆の低い人を除くと、平均的な観測者の誤差は $\sigma \approx 1.0$ 程度と推定される。この値は中央誤差で $r \approx 0.67$ となり従来の推定値よりやや大きい、後に詳しく検討するように、この値を裏付けるデータが他にもあるので妥当なところであろう。

(A5) 前項の結論は各人の観測に7~8%程度の棄却を認めているので、実用上は残差が2.0程度を起える位置の線を棄却してよいであろう。(理論上は、自由度を考慮し、 $\sigma > 1.0$ の仮説をF検定して、肯定されたとき位置決定そのものを棄却する。) この方法で、位置の線が4以上のとき棄却率が7~8%より大幅に外れるなら、改めて観測者が自らの測定誤差を調べてみる必要がある。

(A6) 観測者の中には1.0~2.0程度の定差を持つと推定される者があり、定差を考慮しないときは技倆が低いと推定された人とほぼ一致する。

B. 次に天測誤差[12]について調査結果をまとめて表2に示す。

表2 天体方位選定による測定効率

測定効率	1.0	0.95	0.90	0.85	0.80	0.75	0.70	0.60	0.50	0
誤差楕円面積比	1.0	1.0525	1.111	1.177	1.250	1.333	1.430	1.667	2.000	∞
誤差楕円長短軸比	1.0	1.385	1.592	1.794	2.000	2.217	2.455	3.000	3.732	∞
評 語	Good		Fair			Poor				
測定効率の度数分布	106	49	25	15	3	5	1	0	総計	214個
観測者ごとの平均効率	5	6	2	0	0	0	0	0	総計	13名

(B1) 効率 η は(天体方位最良の誤差楕円面積)/(誤差楕円面積)と定義する。誤差楕円面積は、効率の逆数 $1/\eta$ 、位置の線の数の逆数 $1/k$ 、及び σ^2 に比例する。誤差楕円の長軸と短軸の長さの比は効率によつて定まるので、表に加えてある。

(B2) 正午位置のように2本の位置の線で船位を決定するとき、交角が 60° で、 $\eta = 0.866$ 、軸長比 $= \sqrt{3}$ 、交角 53° で、 $\eta = 0.800$ 、軸長比 $= 2.0$ である。これらを考慮して、 $\eta = 1.0 \sim 0.95$ を Good, $0.95 \sim 0.80$ を Fair, 0.80 以下を Poor と呼ぶことにする。

(B3) 船位決定214回のうち、Goodは50%, Fairは45%, Poorは5%であつた。

(B4) 以上の結果を勘案すると、極端に悪い天体方位選定でなければ、誤差楕円を $C\sigma\sqrt{2/k\eta}$ の半径の円で代用しても大きな支障はないと思われる。信頼度50%, 95%でCはそれぞれ1.177, 2.448であつて、誤差圏、誤差界に相当する。

2. ま え が き

天測によつて船位を決定するとき、高度測定誤差は避けられないので、その大きさを推定して誤差圏を設定して置くことは非常に重要である。この点はつとに航海者の注目するところであつたから多数の文献[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7] を挙げることができる。ここで改めて高度測定誤差を調査して報告するのは次の理由による。すなわち(21) 商船乗組士官より求めたアンケートの場合、錯誤或は異常誤差は省かれている可能性がある。今回のデータ収集は面接と計算帳入手によつた。(22) 多数の位置の線より求めた最確位置は目視によるもので正確でない可能性がある。今回は電子計算機によつて最確位置を決定した。(23) 測定誤差推定値には海上と異つた条件で実験として行なつたものがあり、航海士の日常業務としての測定より誤差が小さい可能性がある。(24) 正確な船位の不明な海上における測定値の処理では、自由度[11]を考慮してないため、誤差が過小に見積られていること。

これらの点を念頭において従来の報告を一瞥してみよう。正確な観測者の位置を知つて、これより誤差を求めると、誤差は正規分布するものと推定され、Chauvenetの棄却率を適用でき、理論的に正しい処理が可能である。この方法では地上で実験した鮫島氏等の報告[1]がある。この調査は棄却法、棄却数も示されていて高く評価されている。海上では正確な船位が分らないため、交叉方位法、Decca等で得た位置からの差を求めたWorking Partyの詳細な報告[2]がある。これは1.0程度まで正確に得られた位置からの差であつて、その位置の誤差が混入して居り、この方法に対する反論[8]もある。

正確な位置の分らない海上では、薄明天測の多数の位置の線より最確位置を決定し、これから残差を得て誤差を推定する。残差は正規分布しないことが理論的に示され、正規分布であるかの如く処理すると誤差は過小に見積られる。これを避けるには、自由度を考慮した処理が必要である[11]。従来の報告[3, 4, 6, 7]はこの点が不十分で、誤差が0.6~0.8倍程度になつていと推定される。今回はこの方法を理論的に正確に実施した。

正確な位置が分らなくても、必要な条件を満足するなら、同一船橋での2名の測者の得る最確位置の差から観測誤差を推定し得る[12]。今後の調査にはこの方法も利用すべきであろう。今回の調査結果もこの方法に裏付を求めている。

最後に非常に困難な問題として、錯誤或は異常誤差の棄却がある。誤差の大きなデータを棄却してゆけば小さな誤差しか残らなくなる。つまり錯誤をどれだけ認めるかが精度の推定に大きな影響を及ぼす。この意味で棄却法又は棄却数の示されない報告の解析は困難である。棄却を全く認めないことも亦現実的でない。目視によつて棄却すると、その判断は全く個人的で一般性はないから、今回の調査では総て統計的検定によつて行ない[13, 14]、尚棄却率が海上における実態とほぼ一致するように努めた。

3. データの蒐集と解析法の検討

神戸港に入港する貨物船を訪ね、星の名、日時、インターセプト、方位、D. R. 位置、針路、速力及び参考資料としてLog Bookより天候、風力、風向、海況等を記録した。又巨大タンカーから天測計算帳を入手して解析した。期間は昭和40, 41年で、海域は殆ど全世界に散在する。表3に船の要目、天測を行なつた航海士の階級その他を示す。このうち船番号10のみはAft Bridgeでプロペラによる振動が激しかつた。

インターセプト及び方位より位置の線の方程式を作り、針路及び速力によつて転移させ、最小

表3 天測位置測定条件と天体方位選定

船の要目及び観測者						天測			天体方位選定			定
船番号	総トン数	主機馬力	航海速度	荷種	航海士	K: Sights	m: Fixes	k=K/m	平均有効反覆率		測定効率	差
									東西	南北		
1	74,868	28,000T	16.5	O	C	163	51	3.20	.444	.453	0.874	-0.022
2	8,937	7,200D	15.8	G	C	16	4	4.0	.508	.465	0.973	-0.221
3	9,523	12,000D	17.8	G	C	8	2	4.0	.533	.414	0.954	-0.793
4	8,410	5,250D	13.5	G	C	39	10	3.90	.428	.556	0.968	0.412
5	8,856	10,000D	17.5	G	C	8	2	4.0	.533	.450	0.965	-0.194
6	6,580	6,500D	14.8	G	C	28	7	4.0	.504	.481	0.985	-0.092
7	4,887	3,450D	12.5	G	C	57	14	4.07	.476	.465	0.941	-0.802
8	8,311	5,600D	14.3	G	C	53	12	4.42	.422	.480	0.938	-0.199
9	7,674	5,000D	14.5	G	C	81	20	4.05	.444	.512	0.943	1.636
10	67,653	24,000T	16	O	C	147	36	4.08	.478	.437	0.917	-2.098
11	7,740	8,600D	16	G	4	155	32	4.85	.544	.392	0.902	-0.201
12	8,521	6,000D	14	G	4	54	13	4.16	.614	.342	0.897	0.295
13	9,358	8,500T	16	G	4	52	11	4.72	.544	.402	0.925	0.517
合計又は平均						861	214	4.04				

自乗法によつて最確船位を決定して残差を得た。これらの処理は電子計算機で行なうと共に作図によつてチェックしてある。最小自乗法による船位決定については巻島氏の論文[9]があり、測定誤差の推定及び統計的検定、更に誤差楕円及び測定効率については筆者の論文[10, 11, 12]がある。以下に解析上留意すべき点を簡単に述べる。

(自由度) 作図又は計算によつて最確位置を決定し、残差 e_i を得たとき、分散(標準偏差の自乗)の不偏推定値 $\hat{\sigma}^2$ を次式によつて求める。

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^k e_i^2 / (k-2) \quad (\text{緯度, 経度を決定}) \dots \dots \dots (1)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \sum e_i^2 / (k-3) \quad (\text{定差, 緯度, 経度を決定}) \dots \dots \dots (2)$$

ここに k は一回の船位決定の位置の線の数で、2及び3はこの時決定される未知数の数である。 $k-2$, $k-3$ を測定の自由度 ϕ という。実例をあげてこの方法が合理的であることを示そう。正確な船位が不明のとき、2本の位置の線より偶差を見積ることはできない。残差が0であるから、(1)式で $\hat{\sigma}^2 = 0/0$ と

なり不定形で、如何なる値になるか分らないのである。定差を考慮すると、3本の位置の線は内心又は傍心において交わり、残差は0で、(2)式より同様の結論を得る。正確な船位が分っている実験では、未知数の数は0で、 $\hat{\sigma}^2 = \sum e_i^2 / k$ としてよい。

(残差の分布形) $S_e = \sum e_i^2 = \phi \hat{\sigma}^2$ とし、 $\chi^2 = S_e / \sigma^2 = \phi \hat{\sigma}^2 / \sigma^2$ と置くと、後者は自由度 $\phi = k-2$ (又は $k-3$) のカイ自乗分布を持つ。カイ自乗分布は図2で示すように、自由度によつて異なる

図1 最確位置と残差(偶差のみを考慮)

形を持つ。残差 e_i の分布は天体方位の選定によっても変化するので複雑であるが、最も効率の良い天体方位について考えてみる。 $k=3$ のとき正三角形になり、残差の平均値 (Root Mean Square) $e_{rms} = \sqrt{S_e/3}$ となる。 $k=4$ のとき、2本ずつ反方位で、2組が直交するように選べば $e_{rms} = \sqrt{S_e/4}$ となる。そこで一般に $e_{rms} = \sqrt{S_e/k}$ と考えれば、その分布は表4のように計算できる。実際の残差はばらつきを持つので、この表より広く散るであろう。注目すべきことは、 $\sigma=1.0$ としても、残差の約50%が0.4以下となることである。調査結果は、これらが混りあつて、図4に示すように中央が尖りすその広い分布になっている。

($\hat{\sigma}^2$ の平均) $\hat{\sigma}^2$ が多数あるときは、自由度の重みを付けて自乗のまま平均値を作る。

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum e_{1i}^2 + \sum e_{2i}^2 + \cdots + \sum e_{ki}^2}{(k_1-2) + (k_2-2) + \cdots + (k_i-2)}$$

(緯度、経度を決定)……………(3)

この時 $\hat{\sigma}^2$ の平方根をとって平均すると、 $\hat{\sigma}$ が過小に見積られる[13]。従来の報告では、分母を $K=k_1+k_2+\cdots+k_i$ 、或は $K-1$ としてあつたので、位置の線の数 k が 3, 4, 5, 6, 7 であるとき、 $\hat{\sigma}$ はそれぞれ $\sqrt{1/3}$, $\sqrt{2/4}$, $\sqrt{3/5}$, $\sqrt{4/6}$, $\sqrt{5/7}$ 倍程度に小さく見積られていたと推定される。位置が正確に分っているなら、分母は K である。

(区間推定の必要性) (3)式を用いて $\hat{\sigma}^2$ を求める方法を点推定という。このとき、多数回の船位決定から得た値と、1回から得た値を区別することができないが、区間推定によると、多数のデータより得た値は信頼区間が狭いので合理的である[10, 11, 13, 14]。 m を位置決定回数とすると次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \text{位置の線の総数 } K &= \sum_{i=1}^m k_i, \text{ 未知数の総数 } N = \sum n_i \\ \text{残差平方和合計 } S_E &= \sum_{i=1}^m S_{e_i} = \sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^{k_i} e_{ij}^2 \right), \text{ 総自由度 } f = K - N \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (4)$$

$$S_E/\chi^2(\Phi, \alpha) \leq \sigma^2 \leq S_E/\chi^2(\Phi, 1-\alpha) \cdots \cdots (5)$$

(統計的検定による棄却)[13, 14] 滝川氏[4]は洋上における多数の天測位置の線に Chauvenet の棄却率を適用して 7~8% を棄却したと報じている。Working Party の報告[2]によれば、天測位置の線で 10' を越す誤差を持つものが 2% 程度あり、これを含めて良い条件では 3%, 悪い条件では 14%, 平均 9% 程度棄却すべき測定が含まれるという。今回の調査では、測定誤差が正規分布すると、 $\hat{\sigma}^2$ は自由度 $k-2$ 又は $k-3$ のカイ自乗分布することから、 F 検定を行ない、第一種危険率 $\alpha=0.05$ にとることにした[11]。このとき棄却は一回の位置決定の位置の線全部に対して行なつた。理由は、どの位置の線が錯誤を含んでいるか判明しないからである。位置の線 k 本で位置を決定するとき、位置の線に対する錯誤率を x とすると、 $(1-x)^k = 1-y$ だけ残留する。検定により位置決定を棄却した比率 y より x を求めた。その結果、位置の線の錯誤率 x は

図2 カイ二乗分布の確率密度函数

表4 効率最大のときの平均
残差度数分布の推定値
($\sigma=1.0$ と仮定する。)

k	ϕ	50%	75%	90%	95%	99%
3	1	0.39	0.67	0.95	1.13	1.49
4	2	0.42	0.59	0.96	0.87	1.07
5	3	0.40	0.52	0.65	0.72	0.87
6	4	0.37	0.47	0.57	0.63	0.75
7	5	0.35	0.43	0.51	0.56	0.66

0~20%で、平均8.0%となり、妥当な処理であると思われる。

4. 集計処理

始めに偶差のみを考慮して処理した結果を示す。有効反覆数を位置の線の数で割った平均有効反覆数及び天体方位選定による測定効率の平均を表3に示してある。平均的にみて、4/oはc/oより測定効率が低く、又東西方向の星を偏重するかの如く見える。次に表1に測定効率の度数分布を示してある。この表で、50%までが0.95以上で、5%が0.80以下になっている。天体方位の選定は想像されているより良好に思われるので、誤差楕円は通常の場合円で代用しても良いように思われる。

次に誤差分散を調べてみる。偶差のみを考慮し、残差自乗和、自由度、および分散の平均

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{k_i} e_{ij}}{\left(\sum_{i=1}^m k_i - 2m\right)}$$

を各観測者及び全体に対して求め表5に示してある。左の欄は全く棄却しないときの結果で、これから船番号10及び4/oは残りのにc/o比べて明らかな差があるように思われる。そこで船番号1~9のデータを集めて、船位決定ごとの残差自乗和を度数分布として図3に示す。 $\sum e_i^2 / \sigma^2$ は近似的に自由度 $\phi = k - 2$ のカイ自乗分布すると理論的に期待されていたが、図2と比較するとかなり良く一致している。横軸の下には $\sigma = 1.0$ と仮定して累積確率を示してある。 $\phi = 3, 4$ のデータは少なくて分布を図示できなかった。

図3 $Se = \sum e_i^2$ の度数分布
 Se の単位は'の自乗。 P は $\sigma = 1.0$ と仮定してカイ自乗分布表より求めた累積確率(%)

このように、残差自乗和はカイ自乗分布すると考えられるので、同一観測者のデータから F 検定によって異常に大きい残差を棄却することができる。(観測者内検定)その方法は

$$\frac{S_{ei}/\phi_i}{S_e/\Phi} = F_0 > F_{\alpha}^{\phi_i}(\alpha) \quad \dots\dots\dots (6)$$

が成立すれば、 S_{ei} は異常に大きいものとして棄てる。

次に、 S_{ei} 、 ϕ_i を或る観測者のデータの合計、 S_e 、 Φ を全観測者のデータの総計とすれば、異常に大きい誤差を持つ観測者を棄却することができる。(観測者間検定)

観測者内で検定し棄却した結果を表5中欄に示す。異常なデータは位置決定群ごとにまとめて省かれている。位置の線の推定錯誤率は、 $\alpha = 0.05$ にとつて棄却すると、0~20%で平均8.0%となり、他の報告における棄却率とほぼ一致し、妥当な値と考えられる。

次に観測者間で検定による棄却を行なった。表5中欄で○印内の番号は棄却された順位で、**は $\alpha = 0.01$ にとつて検定したことを示す。観測者間の差は大きく、 $\alpha = 0.05$ にとると二、三の観測者を残して他は棄却されるが、自由度が小さくなりすぎて区間推定の幅が広がるので、 $\alpha = 0.01$ とした。簡単のため点推定で $\hat{\sigma}$ を概観すると、棄却を許さないとき平均は3.54で、観測者によつて0.54~7.3の幅がある。棄却を許すと、平均1.40で、0.54~2.3の幅がある。

つぎに σ の区間推定を行ない、棄却後の各観測者及び合計に対する値を表5右欄に示す。観測者の中には σ の推定区間が1.0以下になつて明らかに $\sigma < 1.0$ とすべき者も含まれているが、棄却を許さないときはいずれも区間内に1.0を含み、95%の信頼度では $\sigma < 1.0$ と確言できなく

表5 偶差のみを考慮したときの測定精度推定

船 番 号	生 の デ ー タ			観測者内で棄却した後のデータ						σ の 推 定 信頼度90% の区間推定
	残平 方差 和	自 由 度	分平 散 の均	棄 却 数	推 定 棄 却 率	S_e	ϕ	$\hat{\sigma}^2$	F 検 定 に よ る 観 測 者 間 の 棄 却	
1	53.644	61	0.880	10	6.6	14.246	49	0.291		0.46~0.64
2	11.361	8	1.420	0	0	11.361	8	1.420		0.85~2.01
3	1.201	4	0.300	0	5	1.201	4	0.300		0.36~1.31
4	22.326	14	1.173	3	8.8	5.130	13	0.396		0.48~0.92
5	2.514	4	0.628	0	0	2.514	4	0.628		0.52~1.88
6	53.488	14	3.321	2	8.0	5.829	10	0.583		0.56~1.21
7	69.980	29	2.413	2	2.7	35.340	25	1.415		0.97~1.55
8	213.141	29	7.350	2	4.0	13.636	24	0.569		0.61~0.96
9	302.705	41	7.382	5	6.9	57.016	31	1.840	**③	1.14~1.76
10	1,856.460	75	24.753	9	6.9	289.928	55	5.272	**①	1.99~2.77
11	728.908	91	8.010	6	4.2	173.372	77	2.250	**②	1.32~1.73
12	321.960	28	11.499	3	6.1	28.054	22	1.273		0.91~1.51
13	1,797.984	30	59.933	7	19.2	4.338	8	0.542		0.53~1.26
総計 又は 平均	5,435.672 ($\sigma : 3.37 \sim 3.81$)	433	12.55	69	8.0	641.965	330	1.946	Total	1.31~1.48
						352.037	275	1.381	(①を除く)	1.04~1.22
						178.665	198	0.903	(②を除く)	0.88~1.03
						121.649	167	0.728	(③を除く)	0.78~0.94

なる。結局、観測者のうち特に不良のものを除き、総合的な判断によつて推定する。誤差楕円の大きさを定めるものが総合的誤差で、これには測定誤差、水平線の不良、高度改正の不適切、計算の丸め誤差等を含むことを考慮し、平均的な観測者の総合誤差は $\sigma \approx 1.0$ と推定する。この値が妥当かどうかは他の面からも検討する。

残差の度数分布を図4に示す。○印は全データで ± 4.0 を超える55本 (1.4%) は図示していない。自由度を考慮して $\hat{\sigma} = 3.54$ である。●印は観測者内で棄却したもので $\hat{\sigma} = 1.40$ である。+ は観測者間で棄却したもので $\hat{\sigma} = 0.85$ である。明らかにこの分布は正規ではない、参考のため $\sigma = 1.0$ としたときの正規分布を曲線で示す。

これらを見ると、自由度を考慮せず、残差が正規分布すると仮定して処理すれば、誤差が過小に見積られることが分る。尚分布の中央が -0.1 の付近にあるが、測得高度が小さいことを示す。この傾向及び大きさは Working Party の報告による -0.13 とほぼ一致する。

偶差の外に定差を考慮して処理し表6に示す。毎回異つた定差の推定値を得るので、偶差のみの処理で棄却されたものを除き、これに定差の有効反覆数 D/D_{33} の重みを付けて得た定差の平均値を表3の右欄および表6中欄に示す。1.0~2.0程度の大きな定差を持つ観測者船番号9, 10

図4 残差の分布
(+は測得高度が過大のとき)

表6 定差と偶差を考慮したときの測定精度推定

船 番 号	生 の デ ー タ			観 測 者 内 で 棄 却 し た 後 の デ ー タ						
	残平 方 S_e 差和	自 由 $K-3m$ 度 ϕ	分平 散均 の $\hat{\sigma}^2$	定 差	棄 却 数	推率 定棄 却%	S_e	ϕ	$\hat{\sigma}^2$	F 検 定 に 観 測 者 の 棄 却 間 棄
1	11.108	10	1.111	-0.022	0	0	11.108	10	1.111	
2	2.701	4	0.675	-0.221	0	0	2.701	4	0.675	
3	0.301	2	0.150	-0.793	0	0	0.301	2	0.150	
4	10.286	9	1.143	0.412	1	2.8	2.923	8	0.365	
5	2.259	2	1.129	-0.194	0	0	2.259	2	1.129	
6	49.941	7	7.134	-0.092	2	8.0	2.682	5	0.536	
7	16.081	15	1.072	-0.802	1	1.8	9.734	14	0.690	
8	193.289	17	11.370	-0.199	2	4.1	2.916	14	0.208	
9	113.783	21	5.418	1.636	4	5.3	14.005	17	0.800	
10	541.845	39	13.893	-2.098	4	3.9	49.120	31	1.583	
11	316.253	59	5.360	-0.201	7	5.0	51.761	48	1.075	
12	280.270	15	18.685	0.295	3	6.5	15.302	12	1.270	
13	1,058.058	19	55.687	0.517	3	6.5	48.318	13	3.700	**①
総計 又は 平均	2,598.175	214	11.860		27	4.4	213.130	180	1.185	
							164.812	167	0.985 (①を除く)	

は定差を考慮しなければ分散が大きく、表5において観測者間の検定で棄却されていた。これら2名は定差を除くと通常の観測者とはほぼ等しい分散になる。観測者間で棄却を行なうと船番号13が除かれ、 $\hat{\sigma}^2=0.985$, $\phi=167$ で、 $\sigma \approx 1.0$ であった。

5. 検 討

今迄は集めた方位とインターセプトから最確位置を決定し誤差を推定してきたが、正確な位置が分からないのであくまでも推定の域を脱しない。そこで異つた立場から推定値が妥当かどうか検討してみる。

独立に2名の観測者が最確船位を決定したとき、両位置の距離の平均は、 $\bar{d}_{12} = \sqrt{\pi/2} \sqrt{2\sigma_1^2/k_1 + 2\sigma_2^2/k_2}$ で与えられる[12]。但し天体の方位選定は最良のときである。

Working Party の報告によると英海軍で戦隊内の薄明天測による艦位を比較して得た平均距離は1.2'であった。両者の測定精度は等しく、平均位置の線を4本とすると $\sigma=0.96$ となる。

同じく Working Party の報告より抜萃すると 13. A Cocked hat of 2' is good in practice; 1' may be got in very good conditions. 一辺の長さが2'の正三角形のコクトハットを得るとき、残差は0.577である。残差自乗和を作り、自由度 $\phi=3-2$ で割ると $\hat{\sigma}^2=1.0$ となる。

142. Position lines from 3 or 4 stars should intersect inside circle of 0.3 in good conditions and up to 2.0 in poor conditions. 半径2.0の円内に正三角形が入るとき、残差1.0で、 $\hat{\sigma} = \sqrt{3}$ となる。 $\sigma=1.0$ の観測では、 $\phi=1$ のカイ自乗分布より8%の確率で生起すると期待され、位置の線の錯誤率はこの1/3である。不等辺三角形や $k=4$ のときは、半径2.0の円内に収まらないことがもつと多数回起きる。

以上の例は総合的な天測精度として $\sigma=1.0$ を採用することが妥当である裏付けと考えること

ができる。尚 $\sigma=1.0$ とするとき、 $k=3$ ならば $\chi^2(1, 0.05)=3.84$ より、残差自乗和が 3.84 を越えたら棄却してよいことが示される。 $k>4$ のときは、図 4 の残差分布その他より、2.0 を越える残差を持つ位置の線は実用上棄却してよいと推論できる。最後に、このようにして棄却される位置の線の推定錯誤率が 5～8% を大幅に異なるときは、測定精度が異なるものと考えデータを集めて検討する必要がある。

残差の分布にこのようなバラツキがあるにも拘らず、 $\sigma=1.0$ と推定することに抵抗があるかも知れない。この推定値を用いて安全を確保するために、誤差界（95%）を考慮する意味があるのである。統計論的思考方については、文献〔14〕に平易な記述があるので参考にさせていただきたい。又、コクトハットの形状を考えた実用的な処理は、航空機の規則で $r=5.0$ の場合の詳細な記述〔15〕を参考にさせていただきたい。

謝 辞

この研究に当たりころよく天測リーダを提供して下さった航海士諸氏に厚く御礼申し上げます。関連ある海外の文献を提供していただいた J. B. Parker 氏に深く感謝いたします。計算及集計には東京大学大型計算機センターを利用しました。

参 照 文 献

- 〔1〕 鮫島 他：伊豆大島で行なつた天測誤差の実験とその結果，航海学会誌，vol. 1, p. 1, 昭24年9月。
- 〔2〕 Working Party：The Accuracy of Astronomical Observations at Sea, J. I. N., X, 3, p. 23, July 1957.
- 〔3〕 渋谷清見：海上天測における位置の線の精度について，水路要報，昭16年8月。
- 〔4〕 滝川文雄：六分儀によつて測つた天体高度の公算誤差について，水路要報，昭8年5月。
- 〔5〕 鮫島直人：船位誤差論，天然社，昭29年，p. 24.
- 〔6〕 G. A. Harding：The Accuracy of Astronomical Observations at Sea, J. I. N., VII, p. 195. 1954
- 〔7〕 日下，橋本：星測高度の誤差について，航海学会，vol. 1957, 41, p. 61. 昭44年7月，
- 〔8〕 J. M. Sharpey-Schafer：The Accuracy of Astronomical Observations at Sea, J. I. N., X, p. 420.
- 〔9〕 巻島 勉：実測船位を計算で求める方法，航海学会誌，vol. 32, p. 71, 昭39年4月。
- 〔10〕 広田 実：海上における船位決定と誤差の処理，航海学会誌，vol. 34, p. 89, 昭40年10月。
- 〔11〕〔12〕 広田 実：船位誤差論Ⅰ，Ⅱ，航海学会誌，vol.41, p. 97, 昭44年7月，vol. 42, p. 85. 昭45年2月，
- 〔13〕 品質管理リサーチグループ：統計理論，p. 115, 日本科学技術連盟，昭35年。
- 〔14〕 E. W. Anderson, J. B. Parker；Observational Errors (A Monograph on the Use of Statistics), J. I. N., IX, p. 105, 1956
- 〔15〕 J. B. Parker：The Treatment of Simultaneous Position Data in the Air, J. I. N., V, 3, p. 235, (244), 1952.
- 〔16〕 A. J. Dentsch：The Probability Distribution around a Fix in Celestial Navigation, American Journal of physics, vol. 13, No. 6, p. 379, 1945
- 〔17〕 R. G. Stansfield：Statistical Theory of D. F. Fixing, Proc. J. Inst. Elec. Eng., vol. 94, part B, No. 15, p. 762, 1947
- 〔18〕 H. E. Daniels：The Theory of position Finding, J. Royal Statistical Society, vol. 13, No. 2, p. 186, 1951

〔質疑応答〕

(1) 天測計算の過程で眼高差の誤差（表値と真値の差）が季節及び海域によつては 0.5 に及ぶことがある筈ですが、誤差評価にはこの点をどのように考えておられますか。（鈴木裕一）

〔答〕 今回の調査目的は日常業務としての天測の総合精度であつて、測定誤差、高度改正不適切、計算の丸め誤差を含むものであり、誤差界等を見積るにはこの数値を使用するのが妥当であると考えます。データを集めた期間は昭40～41年で、観測値はこれより約1年前のものも含まれています。観測時は四季にほぼ均分されており、海域は両極、北欧、南大西洋を除く総てですが、日本ペルシヤ湾航路が約1/3を占めています。天候・海域・季節は調査しましたが、分類す

(鈴木裕一)

NII-Electronic Library Service