あるが、著者の一人⁽⁶⁾は車輛壓力車ブルドン管 (2% Sn, 0.1% Ni, P=痕跡, KS 青銅 No. 1) に於ても同様の事實を認めた。かくの如き低温軟化は發條或はブルドン管の加工に依る内應力除去ともなるので之を行ふべきものと思ふ。

IV. 總 括

組成 3~9% Sn, <1.0% P なる磷青銅の機械的性質並に加工及び焼鈍の影響を検して次の成果を得た。

- 1) 本文詳記の成果、發條としての實地試験結果並に製作の難易より見て、發條としては Sn≒6%, P<0.6% なるものが適當である。P 量如何に就

ては決定を見るに至らないが約 0.25% がよいであらう。而して 9% Sn の如きものは使用する必要なきものと信ぜられる。

- 2) 一般に常溫加工せる磷青銅は約 200° の低温軟化に依り比例限及び彈性率を多少共増加し又常溫壓延或は抽伸時の、或は又發條に加工の際の内應力が除去する、を以て上述の如き適當の低軟を行ふを可とする。
- 3) 磷青銅の常溫加工に依る彈性率或は剛性率の變化に關しては再検討中であるから最後の決論を保留する。

繰返し壓縮を受けるヘリカル スプリングに現はれる疲勞破損に就て

高 橋 越 二*
鹽 谷 喜 久 男*

Etuji Takahashi & Kikuo Shioya:— On the Fatigue Failure of Valve Spring. The distribution of shearing stresses at various parts of a valve spring subjected to compression was examined by means of small mirrors attached to the spring wire. The experimental results at each part of the spring wire agree fairly well to the value obtained from the formula,

$$F = 16 WR / \pi d^3$$

where, F denotes the shearing stress in the spring wire, W the compressive load applied to the spring, R the radius of the spring, d the diameter of the spring wire, provided that the spring is subjected to a statical load.

Under repeated compression, such as in the valve mechanism of high speed internal combustion engines, it was found that the spring coils vibrate at its natural frequency; it begins to "surge". This is due to the resonance between the natural frequency of the spring and the frequency of the forced vibration as related to the revolution of the camshaft. How surge affects spring stresses was experimentally studied by means of small mirrors explained above; the total range of repeated stress in the region of about 2 coils from the end of the spring is especially high, amounting to about 5 times the calculated value from the formula. This is accordant with the fact that fatigue failures actually take place at this portion. Surge is a prolific source of valve spring failure due to the stress conditions and the rapidity of the stress cycle.

(Received August 17, 1937)

1. 緒 言

近來材料の疲勞破損に依る問題が大いに緊切を加へて來た事は云ふ迄も無い。

(6) 小磯, 住友金屬工業研究報告, 2(1937), 865.

* 愛知時計電機株式會社

これに對應する爲め疲労強度の大なる材料が要求されるのは當然の歸結であるが然し他方面に於ては使用状況の下で器械部品に如何なる力が加はるかを詳にして置く事も亦重要な問題である。應力が一局部に偏して著しく大となり、これが疲労強度以上になれば、その部分に疲労破損が起り、材料使用の上から見ても甚だしく不利である。よつて應力の局部的の集中を軽減する事は疲労破損を避ける上に於て最も有効な一方法である。近時の航空發動機の廻轉は毎分 2000 回を突破し、従つて弁發條も毎分 1000 回以上の繰返し壓縮を受ける爲め發條の疲労破損による故障は漸次増加しつつある。

弁發條に於て仔細に疲労破損の起りたるものを觀察するの破損箇所は發條の捲き初め或ひは捲き終りの處から算へて約 2 巻目の附近に限られ發條の中央に近きコイルに破損の起る事は其部分に著しい疵等の特別の事情の無い限りに於て絶無である。従つて著者は實際の發條に於ては、設計に用ひられる計算式と異なり、何等かの原因により此部分に特に大なる應力が生ずるのではないかと疑念を抱いた次第である。

かゝる疑念を持つた人々も既にあつて T. Donkin 及び H. Clark 等も自動車エンジンの弁發條に就いて著者等が觀察したと同様の事實を認めて居る⁽¹⁾

從來から Röver, Wahl, 及び Wood 氏等の研究に依つて發條の徑に對して針金が比較的太い時には應力の分布は一様にならずして各コイルの内側はその外側に比して大なる應力が發生して通常の計算式から算出した値に 1 よりも大なる係数を乗じなければならぬ事が明らかになつた。⁽²⁾⁽³⁾

この k の値は針金の半徑とバネの半徑によつて定まるものである。さりながら弁發條では k の値は 1.15 位でこの補正は僅かであり殆んど問題にならぬ。又之は各コイルに就いて針金の内側と外側との應力の差を言及するに止まり、何故發條の兩端から約 2 捲きの處に疲労破損が現はれるかと云ふ事は少しも之に依つて説明する事は出来ない。

此疑念が研究の動機となりたる次第で本研究は 2 つの場合に就いて實驗を試みた即ち 1 つは靜かに發條を壓縮した時及び他の 1 つは運轉中の發動機と全く同様に速かに廻轉するカムによつて發條を繰返して壓縮した場合に就いて研究を試み、これにより應力の計算式と實際の發條に現はれる應力の値との間に如何なる差があるかを實驗的に吟味したから、此處にその報告を行はんとするものである。

2. 靜的實驗

靜かに發條を壓縮した場合の實驗裝置は Fig. 1 に示

Fig. 1

すが如きものである。

圖中 A は通常のバイスである。此のバイスに改造を加へてバイスの把手を廻せばガタつく事なく腮 B が滑かに進退して圖に示すが如く水平に取付けられた發條を壓縮する用に供した。C なる針孔より出でし光はレンズ D により平行光線となり、圖示の如く光を發條の軸と平行にした。更に E にて示すが如く、針の先端に鏡をつけて、この鏡の中心に黒點をつける。これを圖に示すが如く發條の F, G, H 等の位置に油粘土の小球によつて發條の針金の上に立てる。K は耗の尺度を刻みたる厚き硝子鏡であつて、これをバイスの可動部分に貼りつけて之と指針 L により發條を壓縮した長さ即ち撓量を讀み取る事にした。

發條の針金の上に立てた鏡は平行光線を反射して貼紙 M の上に鏡の反射像をつくる。

此時入射する光線と反射する光線とのなす角度を出來得る限り僅かにする。

猶バイスの腮の上にも同様に鏡を立て、腮 B がガタつきなく進退する時には、この鏡は光に對して平行移動

(1) T. Donkin, H. Clark, Automobile Engineer, 17(1927), 339.

(2) 服部宗三, 「バネ」 216(1931)

(3) Timoshenko, Strength of Materials, (1932), 82.

をするのみであるから貼紙 M の上の鏡の像は少しも動かない筈であるから、かくの如くしてバイスの作動の良否を検し得る。

本研究では感度をよくするために鏡を貼紙との距離は 4~5m にした。実験は總て暗室内で行つた。

バイスの把手を廻して弁發條を壓縮する時發條の針金の上に立てられた鏡の運動を考ふるに次の如き 3 種の運動に分けて考へられる

(1). 發條を壓縮するに従つて發條のコイルが並進運動を起す。この發條の縮みによる移動はバイスの腮 B の上に立てられた鏡と同理によつて光に對して平行移動をするのみであるから貼紙の上の反射像は少しも動かない筈である。従つてこれは實驗には現はれて來ない。

(2) 發條を壓縮すれば、針金に捻れが生ずる。これは圖より考へて明らかなるが如く鏡は俯仰する事になるから圖の如く發條の F, G, H 等の如き位置に立てられた鏡では、その像は垂直線上に動く。

(3). 發條が壓縮を受けるに従つて發條のピッチ角度を變ずるから鏡は左右にフレを生ずる、従つて像は水平動をもする。

實際の場合に於ては (2) 及び (3) が合成された運動が認められて、發條を壓縮する際の鏡の中心につけられた黒點の像を貼紙の上で追跡すれば、これは 1 つの曲線を描く、この曲線を水平及び垂直の方向に分解した變位を發條の所定の撓みの時に就いて測れば、その時の (2) 及び (3) の運動によつて生ずる角度の變化を知る事が出来る。Fig. 1 中の N は重錘をつけた糸で、これにより貼紙の上で垂直の方向を求むる事にした。

Fig. 2 は反射像の描いた曲線を前述の如く水平及び垂直

Fig. 2

直の方向に分解して座標的に夫々 x 及び y として、その分變位を求める方法を示すものである即ち最初に發條をバイスに取付けた時の像の位置

を原點として、右巻きの發條では右に動く時の水平變位を正號とし、左を負號にした。左巻きの發條では此逆に

符號をつけた。又原點よりも下方に動く垂直變位 y を正號とし上方に向ふものを負號にした。

y の符號の取り方は通常行はれる規約と反對であるがその理由は後に説明する。鏡のフレの角は通常小であるから水平方向の鏡のフレの角を ϕ , 垂直のそれを θ で表はせば鏡の廻轉角は夫々

$$\phi = \frac{x}{2D}, \quad \theta = \frac{y}{2D}$$

で表はし得る。此處で D は鏡と貼紙上の像との間の距離を表はすものとする。

3. 實驗結果

實驗に用ひたる發條は或る航空發動機の弁發條である。此弁發條の主要なる寸法は Table 1 の如くである。

Table 1

No. of Effective Coils (Except one turn on both ends)	r (mm)	R (mm)	p (mm)
$7\frac{3}{4}$	1.88	17.6	8.4

これはピアノ線で作られて居る。此發條を本實驗の裝置に用ひて試験するのであるが、實驗に先だち各コイルを 8 等分して之等の各標點に就いて測定を行ふ事にした。

Fig. 1 に示すが如く

F, G, H 等のコイルの位置に就いて測定を行なひ、その列の測定が終れば發條をバイスから取はずして他の標點列を此位置に來らしめて逐次に實驗を行つた。

バイスに發條を取付けた時の發條の長さを一定に保ちて此處を起點として夫々 12mm 及び 21mm 壓縮した場合に就いて實驗を行つた。

猶實驗の途中不測の原因によりコイルの上に立てた鏡の位置に狂を生ずる事を慮り所定の量まで壓縮した後はバイスの把手を逆轉させて各撓量に於ける反射像の位置が初めの壓縮の時のそれと一致するか否かを検しつゝ最初の取付の寸法即ち零點にもどす。かくの如くして實驗を吟味した結果僅かの弾性履歴が認められる事を除けば、往復の像の位置は可成りよく一致する事を確めた。

實驗の結果は次の如くである。Table 2 は之を示す。

之を圖示すれば Fig. 3a, b の如くなる。

Fig. 3 に於て横軸は發條の針金の上に設けたる標點間

の距離を單位にとつて示して居る即ち巻き初めの處の標

Table 2

Mark Number	Longitudinal				Transverse				D
	Amount of Deflection 12mm		Amount of Deflection 21mm		Amount of Deflection 12 mm		Amount of Deflection 21 mm		
	y_{12}	$\theta_{12}=y_{21}/2D$	y_{21}	$\theta_{21}=y_{21}/2D$	x_{12}	$\phi_{12}=x_{21}/2D$	x_{21}	$\phi_{21}=x_{21}/2D$	
0	Initial Point of Winding								
1									
2									
3									
4									
5									
6	mm - 13	-0.0016	mm + 2	+0.0003	mm - 8	-0.0010	mm + 11	+0.0014	mm 4080
7	+ 15	+0.0019	+ 9	+0.0011	- 19	-0.0024	- 16	-0.0020	4050
8	+ 86	+0.0105	+110	+0.0135	- 5	-0.0006	- 26	-0.0032	4065
9	+132	+0.0163	+207	+0.0255	+ 27	+0.0033	+ 23	+0.0028	4055
10	+125	+0.0153	+225	+0.0273	+133	+0.0164	+184	+0.0226	4070
11	+ 76	+0.0093	+175	+0.0215	+215	+0.0264	+347	+0.0426	4070
12	- 5	-0.0006	+ 50	+0.0061	+235	+0.0288	+399	+0.0488	4085
13	- 88	-0.0107	- 92	-0.0112	+164	+0.0199	+340	+0.0413	4113
14	- 94	-0.0116	-173	-0.0213	+ 72	+0.0089	+198	+0.0244	4060
15	- 35	-0.0043	-106	-0.0131	+ 11	+0.0014	+ 57	+0.0070	4050
16	+ 42	+0.0052	+ 20	+0.0025	+ 15	+0.0019	+ 10	+0.0012	4045
17	+ 82	+0.0101	+131	+0.0162	+ 40	+0.0049	+ 37	+0.0046	4050
18	+ 88	+0.0109	+172	+0.0213	+122	+0.0151	+176	+0.0218	4040
19	+ 55	+0.0068	+135	+0.0166	+172	+0.0211	+295	+0.0362	4075
20	- 6	-0.0007	+ 27	+0.0033	+189	+0.0234	+339	+0.0419	4045
21	- 35	-0.0043	- 43	-0.0053	+154	+0.0190	+306	+0.0377	4061
22	- 54	-0.0067	-107	-0.0132	+ 80	+0.0099	+199	+0.0246	4040
23	- 28	-0.0035	- 78	-0.0096	+ 45	+0.0056	+103	+0.0127	4050
24	+ 13	+0.0016	- 4	-0.0005	+ 36	+0.0043	+ 60	+0.0074	4050
25	+ 39	+0.0048	+ 79	+0.0097	+ 63	+0.0078	+ 88	+0.0109	4060
26	+ 53	+0.0066	+112	+0.0139	+110	+0.0136	+175	+0.0217	4040
27	+ 39	+0.0048	+ 98	+0.0122	+138	+0.0171	+249	+0.0309	4035
28	+ 10	+0.0012	+ 27	+0.0033	+145	+0.0178	+282	+0.0347	4068
29	- 17	-0.0021	- 19	-0.0024	+138	+0.0171	+276	+0.0342	4033
30	- 33	-0.0041	- 73	-0.0091	+ 90	+0.0111	+197	+0.0244	4030
31	- 17	-0.0021	- 47	-0.0058	+ 62	+0.0076	+123	+0.0152	4060
32	+ 9	+0.0011	+ 12	+0.0015	+ 64	+0.0079	+113	+0.0140	4050
33	+ 24	+0.0030	+ 55	+0.0068	+ 88	+0.0109	+142	+0.0176	4035
34	+ 22	+0.0027	+ 57	+0.0071	+ 98	+0.0123	+193	+0.0240	4025
35	+ 12	+0.0015	+ 25	+0.0031	+129	+0.0160	+240	+0.0297	4040
36	+ 7	+0.0009	+ 6	+0.0008	+131	+0.0163	+245	+0.0305	4015
37	- 3	-0.0004	- 18	-0.0022	+120	+0.0149	+217	+0.0269	4040
38	- 17	-0.0021	- 42	-0.0052	+ 88	+0.0109	+161	+0.0200	4020
39	0	0.0000	+ 3	+0.0004	+ 63	+0.0078	+124	+0.0154	4035
40	+ 9	+0.0011	+ 32	+0.0039	+ 85	+0.0105	+156	+0.0192	4060
41	+ 22	+0.0027	+ 53	+0.0066	+108	+0.0134	+195	+0.0242	4030
42	+ 14	+0.0017	+ 32	+0.0040	+116	+0.0144	+225	+0.0280	4025
43	- 12	-0.0015	- 29	-0.0036	+124	+0.0153	+235	+0.0290	4050
44	- 20	-0.0025	- 50	-0.0062	+113	+0.0140	+210	+0.0260	4038
45	- 9	-0.0011	- 28	-0.0035	+104	+0.0130	+172	+0.0215	4010
46	- 4	-0.0005	- 10	-0.0013	+ 73	+0.0091	+118	+0.0148	4000
47	+ 22	+0.0027	+ 55	+0.0068	+ 66	+0.0082	+123	+0.0153	4020
48	+ 21	+0.0026	+ 61	+0.0076	+100	+0.0124	+195	+0.0241	4040
49	+ 28	+0.0035	+ 60	+0.0074	+138	+0.0170	+263	+0.0324	4055
50	- 7	-0.0009	- 17	-0.0021	+145	+0.0181	+287	+0.0359	4000
51	- 52	-0.0065	-107	-0.0133	+144	+0.0179	+262	+0.0326	4020
52	- 50	-0.0062	-114	-0.0142	+108	+0.0134	+188	+0.0233	4030
53	- 30	-0.0038	- 62	-0.0078	+ 69	+0.0086	+103	+0.0129	4000

Mark Number	Longitudinal				Transverse				D
	Amount of Deflection 12 mm		Amount of Deflection 21 mm		Amount of Deflection 12 mm		Amount of Deflection 21 mm		
	y_{12}	$\theta_{12}=y_{21}/2D$	y_{21}	$\theta_{21}=y_{21}/2D$	x_{12}	$\phi_{12}=x_{21}/2D$	x_{21}	$\phi_{21}=x_{21}/2D$	
54	^{mm} + 7	+0.0009	^{mm} + 15	+0.0019	^{mm} + 45	+0.0056	^{mm} + 49	+0.0061	^{mm} 4015
55	+ 39	+0.0049	+100	+0.0125	+ 52	+0.0065	+ 99	+0.0124	4010
56	+ 66	+0.0083	+138	+0.0173	+ 98	+0.0122	+213	+0.0266	4000
57	+ 45	+0.0056	+ 83	+0.0103	+156	+0.0194	+302	+0.0376	4020
58	- 12	-0.0015	- 42	-0.0052	+184	+0.0228	+343	+0.0426	4030
59	- 73	-0.0091	-154	-0.0193	+171	+0.0214	+294	+0.0368	3995
60	- 87	-0.0109	-178	-0.0222	+110	+0.0138	+172	+0.0215	3990
61	- 76	-0.0095	-125	-0.0159	+ 50	+0.0062	+ 51	+0.0062	4005
62	- 5	+0.0006	+ 19	+0.0024	- 2	-0.0002	- 12	-0.0015	4020
63	+ 65	+0.0081	+157	+0.0197	+ 25	+0.0031	+ 63	+0.0079	3995
64	+ 62	+0.0078	+176	+0.0220	+103	+0.0129	+230	+0.0288	4000
65	+ 81	+0.0101	+127	+0.0159	+176	+0.0220	+352	+0.0440	4000
66	+ 28	+0.0035	- 13	-0.0016	+221	+0.0275	+407	+0.0506	4020
67	-101	-0.0125	-215	-0.0267	+194	+0.0241	+318	+0.0395	4025
68	-130	-0.0162	-244	-0.0304	+132	+0.0165	+176	+0.0220	4010
69	-114	-0.0142	-182	-0.0227	+ 33	+0.0041	+ 30	+0.0036	4000
70	- 57	-0.0071	- 76	-0.0095	- 15	-0.0019	- 33	-0.0041	3985
71	- 10	-0.0013	- 6	-0.0008	- 10	-0.0013	- 7	-0.0009	3985
72	- 2	-0.0003	- 13	-0.0016	+ 8	+0.0010	+ 22	+0.0028	4005
73									
74									
75									
76									
77	End								

点を No.0 としコイルを 8 等分したから標點の番號は針金に沿ふて順次に No.1, No.2……となり No.8 の標點の處では捲き初めのところから丁度 1 捲した處である事を示し以下之に準ずる。同圖の縦軸は鏡のフレの角をラジアンで表はす、このうち針金の各標點に就いて θ の方を見るに之は週期的に變化する量である事がわかる。而して θ の 1 週期に相當する横軸の長さは、Fig. 3 より知られるが如く 8 標點の長さで、コイル 1 捲の針金の長さに等しくなる。 θ の振幅は圖示の如く 發條の末端から中

央に近づくに従つてその大きさを減じて居る。

次に ϕ の方即ち鏡のヨコフレの角の方を見るにこれも亦 1 つの週期的な曲線である。

圖により明らかなるが如く θ が零の時に ϕ に極大又は極小値が表はれる。此曲線も亦發條の末端から中央に至るに従ひ漸次に振幅が減少するのを見る。之等の兩曲線の間に如何なる關係ありや如何なる事を意味するかを攻究するのが本報告の主眼とする處である。

Fig. 3 (A)

Fig. 3 (B)

4. 実験結果の考察

Fig. 4 に示すが如く發條の針金の上の任意の點 A に

Fig. 4

鏡が立てられたるものとして此點より長さ ds なる微少部分を考へて、この端面を B とせよ、發條を壓縮するに際して B なる端は A 端に對して發條の軸方向に dv なる變位をして圖の如くピッチ角度を減少して B が B' なる位置に來りたるものとせよ、然らば圖により明らかなるが如くピッチ角の變化は dv/ds にて表はさるべし。之は A 端に立てられし鏡のヨコフレの角 ϕ に等しい即 $\phi = dv/ds$ である

いま Fig. 5 a に於て一直線の針金を考へて、長さ ds なる微少部分 AB に於て B なる斷面を A に對して $d\theta$ だけ捻りれりとすれば捻れによる迂りの角 γ は、針金の半径を r とすれば

$$\gamma = r \frac{d\theta}{ds}$$

Fig. 5 (a) (b)

なる関係がある。此針金の剛性率を G とすれば捻れによる剪断力 F は

$$F = G\gamma = Gr \frac{d\theta}{ds}$$

にて與へられる。

次に Fig. 5b に示すが如く、 XX' を發條の軸線とし、發條の針金の上に長さ ds なる微少部分 OO' に就いて OO' 及び O より XX' に下した垂線を含む平面を考へて、此面と XX' との交點を P とすれば PO 及び PO' はコイルの半径 R と見做し得る。今 2 つの鏡が微少部分の兩端 O 及び O' に於て夫々 PO 及び PO' の延長線上に針によつて立てられたりとせよ。發條を壓縮すれば O と O' とは相對位置を變じて、ピッチ角を減少して O' は O に對して相對的に dv なる距離を移動して O'' にて示すが如き位置に來りたりとする。

今 O 端を基準に取りて考へ、壓縮後に於て O'' の上の鏡が PO'' の延長線上にあると假定せよ。圖によりて知られるが如く此際には O'' 端の鏡は O 端の鏡よりも外見上 dv/R だけ捻れたる様に見える。從つて O'' の上の鏡の像は O 端の鏡のそれに對して上方に動く事になる。

さりながら事實に於ては此場合 O 及び O'' の間には毫も捻れを生じないのである。

如何にとらば OP 及び $O'P$ を含む面 OPO' は發條を壓縮した後は OPO'' なる位置に來り O'' 端に於ける鏡は依然として壓縮後も前と同一の平面上に有る事になり、 O 及び O'' の間には捻れが生じて居ない。

次に O 端の鏡に對して O'' 端の鏡が壓縮後も少しも外見上捻れが認められない場合は如何にと云ふに、これは圖に於て O' に立てられた鏡と O'' の位置に來りたる時の鏡とが互にその針を圖の如く平行にした場合である。

圖に示す如く $\angle M'OM''$ は dv/R に等しく又前述の如く O'' 端に於て PO'' の延長上に鏡が來りたる時には OO'' 間の捻れは零であつたから、今度は OO'' の間には dv/R だけの捻れが事實上有る事になる。この位置より更に $d\theta$ だけ O'' 上の鏡が下方に傾むけば捻れは $(dv/R) + d\theta$ で表はされる。勿論 $d\theta$ は代數的の意味を有するもので $d\theta$ の傾むきによる像の動きが下方に向へば之を正號とし、上方に向へば之を負號とすべきである。

從つて前述の一直線の針金の場合の兩端面の間の捻れ角の増加 $d\theta$ に對應して曲率半径 R なる針金の時には捻れ角の變化は $(dv/R) + d\theta$ で表はされる。(4) 從つて迂り角 γ は前と同様にして

$$\gamma = \frac{r \left(\frac{dv}{R} + d\theta \right)}{ds} = r \left(\frac{1}{R} \frac{dv}{ds} + \frac{d\theta}{dr} \right)$$

從つて捻れによる剪断力 F は

$$F = G\gamma = Gr \left(\frac{1}{R} \frac{dv}{ds} + \frac{d\theta}{dr} \right) \dots \dots (1)$$

$$\therefore F = Gr \left(\frac{1}{R} \phi + \frac{d\theta}{ds} \right) \quad \left[\because \frac{dv}{ds} = \phi \right]$$

にて表はし得る。(1) 式を見るに dv/ds なる項は前述の如く鏡のヨコユレの角 ϕ に等しい。

又 θ の値は針金の各標點に於て測定してあるから、(1) 式により壓縮に際して發條の針金に現はれる捻れによる剪断力を求めんとすれば Fig. 3 に於て $d\theta/ds$ なる曲線を描く必要がある。

その作圖法を述べれば次の如くである。

今 Fig. 6 に於て $\theta = f(s)$ なる曲線が實驗的に與へられ

Fig. 6

たる時作圖のみにより其微分曲線

$\theta = f'(s) = d\theta/ds$ を描く事が目的とする所である。曲線 $\theta = f(s)$ 上の任意の一點 A に於ける切線 AT が横軸となす角度を ζ とすれば

$$d\theta/ds = \tan \zeta$$

Fig. 6 に於て PO を s の單位の長さに取り切線 AT に平行に PC を引き C より X 軸に平行に BC を引き縦線 AM と B にて交はらしめたりとすれば

$$BM = PO \tan \zeta = \tan \zeta = \frac{d\theta}{ds} = \theta$$

(4) H. Love, Mathematical Theory of Elasticity, (1934), 447.

故に B は與へられたる曲線上の點 A に對應する處の微分曲線上の一點である。之より明らかなるが如く θ は s の單位の増加に對する θ の變化である事がわかる。

單に理論的に考ふれば與へられた曲線上に多くの點 $A_1, A_2, \dots$ 等を取り前述の方法により之等の點に對應する $B_1, B_2, \dots$ を求めて之を連結すれば微分曲線 $B_1, B_2, \dots$ が得らるべきであるが、此方法は甚だ不正確である。これは曲線上の一點に於て、これに切線を引く事が作圖上極めて困難である事に歸着する。

従つて本研究では此の逆を採用した即ち一つの方角 l を與へて之に平行なる切線の切點を求めた。これは作圖により比較的容易に求められ次の如く操作する。

今與へられた曲線が二次曲線の場合に於ては Fig. 7 に示すが如く l に平行な弦 $AB, A'B', A''B'', \dots$ 等の中點

Fig. 7

$M, M', M'', \dots$ の軌跡と與へられた曲線との交點 N は l に平行な切線の切點である事が知られて居る。勿論一般に與へられた曲線に就いては、この事柄は成立しないが、曲線の極めて小なる部分に對

しては、すべて之を二

次曲線の一部と見て大なる誤差は無い。本報告では Fig. 6 に示すが如く PC に平行なる二三の割線を引き、この中點を結ぶ軌跡が θ 曲線と交はる處を切點 A として前述の方法により微分曲線を作圖した。⁽⁵⁾ 此際横軸の單位の長さを相隣れる 2 標點間の距離にして作圖した處の θ の微分曲線 $\theta = f'(s)$ を用ひたとすれば θ の値は針金の長さ $2\pi R/8$ の増加に對應する θ の變化を示すものである。之を前述の (1) 式に入れて計算するに

$$F = Gy = Gr \left\{ 1\phi/R + d\theta/ds \right\}$$

$$= G \left\{ \frac{r}{R} \phi + \frac{r\theta}{\left(\frac{2\pi R}{8}\right)} \right\}$$

$$= G \frac{r}{R} \left\{ \phi + 1.27\theta \right\} \dots \dots (1')$$

(1)' 式より知られるが如く θ に 1.27 を乗じたものが

必要である従つて實際の場合には Fig. 6 に於ける PO に 2 標點間の距離を取らずに之を 1.27 倍したものを PO の長さとして前述の作圖を行へば直ちに 1.27 θ なる曲線を作圖し得る。此曲線と ϕ 曲線との和を作れば、第 3 圖の如く $\phi + 1.27\theta$ 曲線を得る。

然るに (1)' 式より知られるが如く之に $G \frac{r}{R}$ を乗じたものが捻れによる剪斷力であるから、Fig. 3 の左側に示す角度の目盛りを Gr/R を乗じた目盛を別に作り、此目盛で $\phi + 1.27\theta$ なる値を讀取るとすれば、直ちに之が發條の針金の各個所に於ける捻れによる剪斷力を示す事が判る。此處で R 及び r は夫々發條の半径及び針金の半径を表はすものである。剛性率 G の値も鋼の場合は、相當詳細に知られて居り、Table 3 の如き値を取るものとされて居る。⁽⁶⁾

大略此値を採用して差支なきものと思はれるが、此發條に就いて發條に加へたる壓縮荷重 W と撓量 δ との關係を實測すれば Table 4, Fig 8 の如くになりこの結果から G の値を求め、之と Table 3 とを比較するに實驗値の方が少しく高く 8600 kg/mm² となつた。今 G の値を

Table 3

Diameter of Steel bar (mm)	G (kg/mm ²)
2 以下	8800
2 - 3	8400
3 - 10	8000
10 - 20	7700
20 以上	7500

Table 4

Compressive Load W (kg)	Deflection δ (mm)
0.00	0.0
5.00	8.6
10.00	16.6
15.00	24.3
20.00	31.5

8600 kg/mm² として目盛りを作り、次に壓縮荷重 W と針金に生ずる剪斷力 F との關係を示す計算式 $F = 16WR/\pi d^3$ により壓縮によつて増加する剪斷力を計算して、その値を求めれば撓量 12mm 及び 21mm に於ては夫々 13 kg/mm² 及び 22.5 kg/mm² となる。

従つて Fig. 3 に於て此處に横線を引けば發條の實測による剪斷力と計算式によるそれとの差異が一目瞭然となる。

Fig. 3 により知られるが如く、發條を靜かに壓縮した時には、各部には殆んど一樣な剪斷力が生じ、且つその實測値と計算値とは相當によく一致するので使用中發條の兩端から約 2 捲目の處に現はれる疲勞破損は之によつ

(5) 小倉金之助、圖計算及び圖表 (1924), 35.

(6) 服部宗三、前掲 (1931), 219.

て少しも説明する事は出来なかつた。

且つ圧縮によつて繰返される荷重範囲も比較的小さくて到底之によつて疲労破損が起るとも考へられないのである。

5. 動的実験

以上詳述したる如く發條を靜かに壓縮した場合に於ては針金に殆んど一樣な剪斷力が生じて、その値は從來の純粹な捻れの式から計算した値に極めて近い事を知つた。従つて實際の弁發條に於て疲労破損が特定の場所に限られる事を説明するのは全然不可能であつた。

よつて今回は運轉中の發動機と全く同様に裝備して速かに廻轉するカムにより動的に發條を繰返して壓縮した場合に就て研究を試みた次第である。

先づ動的に發條を繰返して壓縮した時には靜的の時と如何なる差があるべきかを明らかにするを要する。之を見んが爲めに Fig. 9 の如き装置を用ひた。

Fig. 9 に於て A は直流電動機である。之にカム軸 B を圖示の如く直結させて、カム C を廻轉して弁發條を繰返して壓縮する用に供する。之により弁 E は開閉運動をする。

之等の装置は發動機の部分品にて組立てたものであつて、實驗装置は電動機にて運轉される事以外には、實際の發動機と全く同じ狀況に造られてある。

Fig. 9

此装置を用ひて種々の動的試験をした。先づカムに依り動的に壓縮を受ける發條の運動狀態を明らかにするために、Fig. 10 の如く装置した即ち長さ約 5mm、直徑 0.4 mm の針を弁發條の各コイルの上に Fig. 10 に示すが如

Fig. 10

くハンダ附して立てる、之に圖示の如く平行光線を當て、針を照らし更にその光を細隙 F を通して寫眞乾板に當てる。斯くの如くすれば乾板上には細隙の像が寫るが、その像は針の影により所々で中斷されて之が各コイルの位置を示す。カム軸を廻轉させて乾板を圖の如く動かせば任意の瞬間に於て繰返し壓縮を受けつゝある發條のコイルの運動狀況を知り得られる。

實驗に於てはオツシログラフの撮影装置を利用した。此装置では寫眞用フィルムを巻きつけたドラムを廻轉させて、各瞬間のコイルに附けられた針の影を撮影した。

これと同時に 1/120 秒毎にフィルムの上にタイムマークを入れ得る様にした。次に示す寫眞はかくの如くして撮影した 2~3 の例を示して居る。

此寫眞に於ける横線は發條につけた針の影の軌跡を時間的に示して居り上から算へて第 3 番目以下の横線は順

次に發條の第一,第二……等のコイルに立てられた針の影の運動狀況を示す。

Photo. 1

Photo. 2

Photo. 3

此寫眞により明らかなるが如く第 1 番目のコイルは殆んどカムの命ずるまゝに運動して居るが,中央部に近きコイルでは振動が著しくなり更に中央より遠ざかるに従つて又次第にその振幅を減じて居る。

このコイルの振動は靜的實驗では認められなかつた處であり,これの影響を考へに入れる必要がある。猶寫眞の上のタイムマークによつて發條コイルに現はれる振動數を測定する事が可能である。この振動數は發條に就き一定したもので寫眞によつて判明する通りカムの廻轉數

に無關係で毎分約 8600 回である。

次に知られる事は發條のコイルに現はれる振動はカムの廻轉數の如何により振幅が著しく異なる事が寫眞から判明するから,この兩者の間に如何なる關係があるかを檢して見た。これを見んが爲めに Fig. 11 の如き實驗裝置

Fig. 11

を用ひた。先づ發條の中央に近き振動の著しいコイルを選び之に針をハンダ附して立て,強き平行光線を當て、光を細隙に通す。細隙の背後にはレンズを置きスクリーンの上に針の像を結ばせる。このレンズによる擴大の倍率は豫め測定してある。

此裝置によりカムを種々の廻轉數にした時に,コイルの振動による針の像の振幅をスクリーンの上で測定しこれから實際の振幅を算出した結果は Fig. 12 に示すが如

Fig. 12

くである。之より見るとカムの或る廻轉數の時振動は最大になり其後廻轉の増加に伴ひ次第に振動は減少して,遂に極小値に達したる後,再び振動が増加し又他の極大値が現はれる。振動極大となりたる時のカムの廻轉數とコイルに現はれる振動との間には規則正しい關係がありこれはカムの廻轉數を整数倍した値が丁度コイルの固有振動數に相等しくなつた時である事が判明した。

例へば Fig. 12 に示すが如くカムの廻轉數が毎分約

860 回の時コイルの振動は極大になるが、此時のカムの廻轉數を 10 倍した値が丁度發條のコイルの振動數即ち 8600 に等しくなつて居る。

他の極大の處に於ても總てかくの如き關係が成立する、

換言すればカムの廻轉が毎分 860 回の時には、發條のコイルが 10 回振動した時丁度カムに叩かれて新たに振動が惹き起されてその位相が一致するから共鳴の状態になつて居る事がわかる。

又この圖から知られるが如く カムの廻轉が大となるにつれて、コイルの振動の極大値も亦大となるが、これは大體に當て嵌まるのみで必ずしもつねに成立するものではない。

これはカムの形狀により、その状況を異にするものと思はれる。

かくの如く發條が動的に繰返し壓縮を受ける時には、共鳴の状態になる時があり、此時には靜かに發條を壓縮した時とは發條の針金の應力の分布の状態も餘程靜的實驗の場合と異なるものがあるだらうと想像される爲め、之を確かめんとして次の如き装置を作つた。

其の原理とする處は、靜的實驗の装置と全く同じである。先づ直徑 2mm 長さ 7mm の針金を取り、其の側面をヤスリを用ひて平らかに擦り此處に小なる鏡を貼りつけたものを發條のコイルに強固にハンダ附する。平行光線は 45° の傾むきを有する鏡によりその方向を 90° 變じてコイルの上に立てた鏡を照らす事 Fig. 13 の如くである。

Fig. 13

この小なる鏡から反射された光は衝立の上に反射像を作る様にした。

かくの如くしにカム軸を手にて靜かに廻して、發條がカムによつて壓縮を受けて居ない時即ち發條が取付寸度の時の鏡の位置及びカムによつて最大の壓縮を受けた時

の像の位置とを印して置き、次に電動機により、カム軸を廻轉させて衝立の上で光の動きを觀察する。

此場合カムの廻轉は相當に早いから肉眼で見れば衝立の上の光の動きは一つの連續した曲線として見える事になる。

カムの廻轉數が適當であつて發條のコイルに殆んど振動を起さない時には發條の各點に取付けた鏡による反射像の動きは靜的實驗の時と同様である。従つて此様な状況の下では發條に繰返して加はる荷重範圍は全く靜的試験の時と等しく從來の計算式でよく表はし得られる事が論斷されるのである。

猶此場合カムによつて、發條がガタつく事無く平らかに壓縮されて居るか否かを見る爲めに Fig. 9 に示す發條上部用坐 D にも同様な鏡をつけてこの装置を吟味した、これは前述の靜的試験に際してバイスの腮がガタつく事無くして發條を壓縮して居るか否かを檢したのと同様である。

この様にして、カムの廻轉を毎分 1200 回まで上昇させて檢したが、用坐 D につけた鏡の像は不動であつて満足すべき結果を得た。

次にカムの廻轉を漸次に變へると發條のコイルには次第に振動が著しくなり遂に共鳴の状態になる。此時に於ける發條の各所につけられた鏡の像の動きを衝立の上で觀察すると發條の中央に近き標點の處につけた鏡の反射像の動きは靜的實驗の時と甚だ異つて來る即ち振動が著しくなるにつれて Fig. 14 に示すが如くヨコユレの角が

Fig. 14

次第に大きくなり靜的實驗の原點と終點との左右に反射像が食み出して來る。之と同時に垂直の方向にも像のフレが増加して之等の二の振動が合成された結果として寫

眞に示すが如く暗中で衝立の上を見れば一定の明るき圖形を描く。寫眞に示す此圖形は衝立の上に寫眞用の臭素

Photo. 4

Photo. 5

紙を貼りつけて鏡からの光をこれに當て、撮影したものである。

本實驗では靜的實驗の時と同様にコイルを8等分して、之等の各點を標點として一列づゝ鏡をつけて測定を行つた。猶前述の如くカムの種々の廻轉數で發條と共鳴

する處は多くあるが、本研究では發條のコイルの固有振動數の $1/13$ 及び $1/12$ の廻轉數でカムが廻つて發條と共振して居る時を選んで實驗した。

實驗後各標點の圖形を衝立の上で求めて、此圖形を Fig. 14 の如く垂直及び水平の二方向に分ち其圖形の上の二點を選び、この二點間の水平距離が最大になる様にする事 Fig. 14 の如くである。

次にこの二點間の垂直距離を測る。その符號の取り方は靜的實驗の原點に近き方の點を動的試験の新らしき原點として此點よりも下方に他の一點があれば y を正號とし上方にあれば負號とした。

此水平方向の最大のヨコフレは發條の各コイルが上下に振動して最高の位置を取りたる時から、カムによつて壓縮されて振動的に最低の位置までに至る間のピッチ角の變化範圍を示す事明らかである。従つて此兩極端の間に對應する荷重の變化範圍は靜的試験で述べた方法によつて求められる事になる。

實驗結果は Table 5, Fig. 15 A, B に示すが如くである。

此結果から見る時は、靜的實驗の場合と異なり、發條の各個所に於て捻れによる剪斷力の分布に著しい不同がある。殊に發條の兩端から約2捲目の處には Fig. 15 A にも示すが如く靜的實驗の値の約5倍の値を有する剪斷力が繰返して加はる事になり、實際の發動機の弁發條の疲勞破損が此個所に限りて起る事實とよく一致する。猶少しく具體的に應力の加はり方に就て述べれば Fig. 16 に示すが如く、發條を壓縮して實驗装置に取付けるため、

Fig. 15 (A)

Fig. 15 (B)

Table 5

Mark Number	Longitudinal				Transverse				D
	N/13		N/12		N/13		N/12		
	y'	$\theta=y'/2D$	y'	$\theta=y'/2D$	x'	$\phi=x'/2D$	x'	$\phi=x'/2D$	
	Initial Point of Winding								
0									
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8	+ 27 ^{mm}	+0.0031	+ 40 ^{mm}	+0.0044	- 23 ^{mm}	-0.0026	- 46 ^{mm}	-0.0051	4.50 ^m
9	+ 72	+0.0080	+ 39	+0.0066	- 24	+0.0027	- 28	-0.0031	"
10	+134	+0.0148	+130	+0.0145	+ 71	+0.0079	+ 93	+0.0103	"
11	+119	+0.0132	+180	+0.0200	+142	+0.0158	+219	+0.0244	"
12	+ 68	+0.0075	+ 27	+0.0030	+226	+0.0251	+317	+0.0352	"
13	+ 2	+0.0002	- 22	-0.0024	+272	+0.0303	+343	+0.0381	"
14	- 21	-0.0023	- 75	-0.0083	+291	+0.0323	+358	+0.0398	"
15	- 25	-0.0027	+ 61	+0.0068	+277	+0.0308	+333	+0.0370	"
16	-104	-0.0115	- 86	-0.0096	+189	+0.0210	+270	+0.0300	"
17	-122	-0.0135	-132	-0.0147	+170	+0.0189	+223	+0.0248	"
17½	+ 19	+0.0021	0	0.0000	+113	+0.0126	+209	+0.0232	"
18	+136	+0.0151	+217	+0.0241	+170	+0.0189	+223	+0.0248	"
19	+ 81	+0.0090	+105	+0.0117	+264	+0.0294	+366	+0.0407	"
20	+ 7	+0.0008	-49	-0.0054	+251	+0.0279	+379	+0.0421	"
21	+ 43	+0.0048	- 32	-0.0036	+285	+0.0317	+364	+0.0405	"
22	+ 37	+0.0041	+ 86	+0.0096	+228	+0.0254	+343	+0.0381	"
23	+ 29	+0.0032	+ 89	+0.0099	+262	+0.0291	+326	+0.0363	"
24	- 88	-0.0098	- 82	-0.0091	+188	+0.0209	+293	+0.0329	"
25	- 46	-0.0051	- 45	-0.0050	+185	+0.0206	+238	+0.0264	"
26	+ 79	+0.0088	+ 93	+0.0103	+206	+0.0229	+277	+0.0308	"
27	+ 40	+0.0045	+ 84	+0.0093	+285	+0.0317	+423	+0.0471	"
28	- 27	-0.0030	- 13	-0.0014	+240	+0.0267	+380	+0.0423	"
29	- 21	-0.0057	- 61	-0.0068	+230	+0.0256	+326	+0.0362	"
30	+ 38	+0.0042	+ 9	+0.0010	+260	+0.0289	+301	+0.0335	"
31	+ 99	+0.0110	+108	+0.0120	+245	+0.0272	+324	+0.0360	"

Nos of Divided Points	Longitudinal				Transverse				D
	N/13		N/12		N/13		N/12		
	y'	$\theta=y'/2D$	y'	$\theta=y'/2D$	x'	$\phi=x'/2D$	x'	$\phi=x'/2D$	
32	^{mm} - 10	-0.0011	^{mm} + 50	+0.0056	^{mm} +233	+0.0259	^{mm} +263	+0.0292	4.50 ^m
33	+ 41	+0.0046	- 9	-0.0010	+199	+0.0221	+290	+0.0322	"
34	+ 36	+0.0040	+130	+0.0145	+199	+0.0217	+309	+0.0344	"
35	+ 19	+0.0021	+148	+0.0164	+229	+0.0255	+405	+0.0450	"
36	- 67	-0.0074	- 90	-0.0100	+208	+0.0231	+329	+0.0366	"
37	+ 9	+0.0010	- 8	-0.0009	+204	+0.0227	+233	+0.0259	"
38	+ 51	+0.0057	+ 89	+0.0099	+222	+0.0247	+267	+0.0297	"
39	+ 72	+0.0080	+181	+0.0201	+199	+0.0221	+262	+0.0325	"
40	+ 54	+0.0060	+108	+0.0120	+238	+0.0264	+260	+0.0289	"
41	+ 23	+0.0026	+125	+0.0139	+206	+0.0229	+292	+0.0325	"
42	+ 27	+0.0030	+ 69	+0.0077	+217	+0.0241	+333	+0.0370	"
43	+ 30	+0.0033	- 77	-0.0086	+280	+0.0311	+284	+0.0316	"
44	- 61	-0.0068	-142	-0.0158	+213	+0.0237	+265	+0.0295	"
45	-125	-0.0139	-132	-0.0147	+150	+0.0167	+265	+0.0295	"
46	+ 20	+0.0022	- 6	-0.0007	+195	+0.0217	+226	+0.0251	"
47	+113	+0.0126	+189	+0.0210	+203	+0.0226	+295	+0.0328	"
48	+ 13	+0.0015	+ 92	+0.0010	+244	+0.0271	+272	+0.0302	"
49	+ 36	+0.0040	+ 70	+0.0078	+268	+0.0298	+316	+0.0351	"
50	+ 63	+0.0070	+139	+0.0155	+277	+0.0308	+371	+0.0413	"
51	- 7	-0.0008	- 8	-0.0009	+270	+0.0300	+384	+0.0427	"
52	-114	-0.0128	- 99	-0.0110	+247	+0.0270	+303	+0.0337	"
53	- 16	-0.0018	- 56	-0.0062	+179	+0.0199	+242	+0.0269	"
54	+ 54	+0.0060	- 44	-0.0049	+209	+0.0232	+288	+0.0320	"
55	+ 97	+0.0108	+ 37	+0.0042	+221	+0.0245	+278	+0.0309	"
56	+ 60	+0.0067	+ 86	+0.0096	+247	+0.0275	+237	+0.0263	"
57	- 52	-0.0028	- 6	-0.0007	+293	+0.0313	+318	+0.0353	"
57½	+ 56	+0.0062	+123	+0.0137	+257	+0.0286	+351	+0.0390	"
58	+129	+0.0143	+214	+0.0238	+317	+0.0352	+403	+0.0448	"
59	- 40	-0.0044	- 34	-0.0038	+228	+0.0253	+346	+0.0385	"
60	- 76	-0.0084	- 59	-0.0066	+185	+0.0206	+248	+0.0276	"
61	+ 25	+0.0028	+ 27	+0.0030	+208	+0.0231	+230	+0.0256	"
62	- 10	-0.0011	- 70	-0.0078	+181	+0.0202	+271	+0.0301	"
63	+ 72	+0.0080	+ 47	+0.0052	+207	+0.0230	+267	+0.0297	"
46	+ 70	+0.0078	+ 77	+0.0086	+246	+0.0273	+254	+0.0282	"
56	+ 77	+0.0086	+119	+0.0132	+307	+0.0341	+336	+0.0373	"
66	+ 43	+0.0048	+ 44	+0.0049	+294	+0.0327	+328	+0.0365	"
67	-174	-0.0193	-164	-0.0182	+157	+0.0175	+196	+0.0218	"
68	-140	-0.0156	-189	-0.0210	+ 21	-0.0023	+ 89	+0.0099	"
69	- 29	-0.0032	+115	+0.0128	- 44	-0.0049	+ 38	+0.0042	"
70									
71									
72									
73									
74									
75									
76									
77	End								

これによつて針金に生ずる剪断力は前述の撓量と壓縮力との關係から計算すれば 21.4 kg/mm^2 となり更に之がカムによつて壓縮を受けて發條のコイルに少しも振動が起らない時には Fig. 16 a に示すが如く前述の値に計算式より計算した通りに 10.85 kg/mm^2 の剪断力が繰返して加はるのみであるが、共鳴振動が起ると發條の兩端かはら約2捲目の處では繰返しの荷重範圍は Fig. 16 b の如く著しく大となり、その荷重範圍は約 50 kg/mm^2

に達すると云ふ事が推知されるのである。

従つて高速で繰返し壓縮を受ける發條に於ては、發條のコイルの振動に對して深基の注意を拂ふ必要があると信ずる次第である。この種の發條を粘稠なる油等に浸漬して振動に對して著しい粘性抵抗を與へて之を防止するが如き考案は最も簡便にして當を得たものではないかと思はれるのである。

Fig. 16

6. 結 論

(1). 著者等は壓縮用のヘリカルスプリングの針金の各個所に於ける捻れによる剪断力を實驗的に求める装置を考案した。

(2). 此装置を用ひて從來使用され來りし發條針金の捻れによる剪断力の計算式

$$F = \frac{16WR}{\pi d^3}$$

を吟味した結果として發條を靜かに壓縮した際には此計算式と實測値がよく一致する事を知つた此場合には剪断力は殆んど一樣である。

(3). 發條を動的の方法で速かに繰返して壓縮する場合に於ては單位時間内の繰返し壓縮回数を整数倍した値が發條の固有振動數に等しき時に極大の振動が數多起る事を知つた。

(4). 發條のコイルに振動が起らない時には動的に壓縮した時にも大略計算通りの剪断力が繰返されて針金に加はるのみであるが振動が著しくなると針金に於ける剪断力の分布は靜的實驗の時と著しく異つて來て發條の兩端から約 2 捲目の處では繰返し剪断力の荷重範圍が特に大となり計算式の約 5 倍にも達する事を實驗的に立證し之により發條の如きものでは疲勞破損が此部分に起る事を説明した。

(5). かくの如き見地よりすれば發條のコイルの振動を防止すべき簡便有効なる方法こそ材料を最も有能に使用する所以である事を示した。

本稿を終るに當り絶えず有益なる助言を賜はりたる理學士小澤泰代氏に深甚なる感謝の意を表はし山路利雄、坂本幸一、仲希彦の三氏が終始多大の努力を拂はれし事を記して謝意を表はす次第である。