日本金属學會誌

第 6 卷 第 7 號 昭和 17 年 7 月

研 究

ニッケル單結晶の弾性恒數

山本美喜雄*

Mikio Yamamoto : The Elastic Constants of Nickel Single Crystals. Single crystals of nickel, of a slender cylindrical rod form, were prepared by the method of slow solidification, and Young's moduli of elasticity of annealed crystal specimens having various orientations were measured by the method of magnetostrictive oscillation at room temperature. The relation between the reciprocal of the modulus, $1/E$, and orientations ($\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$) was found to be $1/E = 0.8349 - 2 \times 0.6739 (\gamma_1^2 \gamma_2^2 + \gamma_2^2 \gamma_3^2 + \gamma_3^2 \gamma_1^2) \times 10^{-12} \text{ cm}^2/\text{dyne}$, where γ_1, γ_2 and γ_3 are direction cosines of the rod axis of a crystal specimen referred to the tetragonal axes; Young's moduli in directions of the three principal crystallographic axes, [100], [110], and [111], are $E_{[100]} = 1.198 \times 10^{12}$, $E_{[110]} = 2.008 \times 10^{12}$, and $E_{[111]} = 2.592 \times 10^{12} \text{ dynes/cm}^2$, respectively. Then, principal elastic parameters, S_{ik} , were determined by the use of the reliable measured data for the volume compressibility of polycrystalline nickel, which was $0.535 \times 10^{-12} \text{ cm}^2/\text{dyne}$; results obtained are $S_{11} = 0.835 \times 10^{-12}$, $S_{12} = -0.328 \times 10^{-12}$, and $S_{44} = 0.978 \times 10^{-12} \text{ cm}^2/\text{dyne}$. The rigidity moduli in directions of the three principal crystallographic axes, computed from the above-determined principal elastic parameters, are $G_{[100]} = 1.022 \times 10^{12}$, $G_{[110]} = 0.605 \times 10^{12}$, and $G_{[111]} = 0.533 \times 10^{12} \text{ dynes/cm}^2$. Hence, the elastic anisotropies are $E_{[111]}/E_{[100]} = 2.16$ and $G_{[100]}/G_{[111]} = 1.92$, being nearly the same as those of iron crystals. Further, three principal elastic constants, C_{ik} , were computed to be $C_{11} = 2.44 \times 10^{12}$, $C_{12} = 1.58 \times 10^{12}$, and $C_{44} = 1.02 \times 10^{12} \text{ dynes/cm}^2$; so-called Cauchy's relation $C_{12} = C_{44}$ does not hold.

The elastic moduli of quasi-isotropic polycrystalline nickel were calculated from the elastic constants of single crystals by theories of Voigt, Reuss, Huber and Schmid, and Bruggeman, and the calculated values were compared with the measured ones. It was found that theories of Voigt and, particularly, of Bruggeman gave the most accurate values, which were 2.07×10^{12} and $1.92 \times 10^{12} \text{ dynes/cm}^2$, respectively, for Young's modulus and 0.78×10^{12} and $0.72 \times 10^{12} \text{ dynes/cm}^2$, respectively, for the rigidity modulus. Further, Debye's characteristic temperature was calculated by the use of the computed values for Poisson's ratio, 0.315 and 0.329, which were obtained by the theories of Voigt and Bruggeman, and the results were 451 and 432 °K, respectively.

(Received April 2, 1942)

I. 緒 論

強磁性金属及び合金の單結晶の弾性恒數の測定がそれ自身に於て重要なものであることは云ふ迄もないが、又最近著しく發展した比熱及び強磁性の理論の結果をたしかめる上に於ても重要な意味をもつものである。併し乍ら、適當な結晶試料を得ることが困難な爲に、その測定は

未だあまり實行されて居らない。

ニッケル單結晶に就ての測定としては、只一つ本多、白川⁽¹⁾の兩博士が靜的な撓曲の方法に依つてヤング率を測定したものがある。その際用ひられた結晶試料は長さ約 1~2cm, 幅約 1mm の極めて小さな角棒状のものであつたから、餘り精密な測定を行ひ得なかつたのは已むを得ない。著者は直徑約 2.5mm, 長さ 10cm 内外の細長い

* 東北帝國大學金属材料研究所

(1) 本多, 白川, 本誌, 1 (1937), 217.

圓棒状の結晶試料を用ひ、動的な磁歪振動の方法に依つて、ヤング率の一層正確な測定を行つて弾性恒数を決定し、更に單結晶の弾性恒数から種々の理論に依つて計算した多結晶の弾性率及び斯様にして求められた多結晶のポアッソン比から比熱の理論に従つて計算したDebyeの特性温度が實驗と如何なる程度まで一致するかを調べた。尙、同一結晶試料に就て ΔE 効果をも測定したが、その結果に就ては後報に於て述べることにする。

II. 結 晶 試 料

測定に用いたニッケルの結晶試料は緩徐凝固法⁽²⁾に依つて製作された。その手続きは以前の報告⁽³⁾に記述されて居るから、こゝには二三の事項を補足するに止めよう。まづ、出来得るならば結晶を真空中に於て製作することが望ましいが、併し大きな而も細長いニッケルの結晶を真空爐内で製作することはその熔融點が高い事等に依つて多大の技術上の困難を伴ふので、已むを得ず通常のタンマン爐を用ひて常壓に於て製作を行つた。従つて、斯様にして作られた結晶の内部にはニッケルの酸化物が混在して居ることは確實であらうが、その量は微小に過ぎないと考へられる。次に、製作した結晶の中には往々その棒軸の方向に走る blow-holes の存在するものがあつた。その存在を肉眼で認め得る様な結晶は勿論試料として用ひなかつたが、それ等を肉眼で認め得ない様な結晶に就ても、密度を測定してその値の低過ぎるものは除外した。第3に、製作された結晶棒の直径は總て約2.6mmであるが、その長さには就ては相當の苦勞をした後で最長約25cmのものを製作し得る様になつた。併し乍ら、本實驗に於ては測定の都合上10cm内外の長さをもつ結晶試料のみを用ひた。最後に、結晶の成長状態を肉眼で検査するには濃硝酸で反覆腐蝕した。

て満足な結果を得て居るものである。この方法に就ては既に別の報告⁽⁴⁾に於て詳細に記述したから、こゝには簡単な注意を補足する。ニッケルの單結晶の結晶方向を光像の方法に依つて決定する爲には、まづ結晶試料を沸騰させた過硫酸アンモンの飽和水溶液に依つて約1分間腐蝕すると適當な光像が得られる；この腐蝕に依つて得られる(100)面の光像はPhoto. 1 a 及び b に示す如き形状のものである⁽⁵⁾。尙、製作した多數の結晶の方向を決定した結果に依れば、それは[100]方向に多く分布して、[111]方向に近いものに至つては全然ない。この特殊方向の優越は緩徐凝固法に依つて製作された金屬單結晶に於て常に見られる事實である⁽⁶⁾。

Photo. 1 Light figures on (100) planes of nickel single crystals, etched with a boiling saturated solution of ammonium persulphate for one minute.

結晶試料の製作に用ひた初材料は電解ニッケルである。その線引された状態及び單結晶化された状態に於ける化學組成の分析結果はTable 1に示す如くであつて、Fe及びCoに就ての定量は餘り正確ではないが、併し結晶試料が99%以上の純度をもつ事は確實である。製作された棒状の結晶から測定用試料を作るには、その兩端を糸鋸で、試料に出来る丈歪力の作用しない様注意し乍ら、緩くり長時間掛つて切斷し、その切斷面を細かな研磨紙

Table 1 Chemical analysis (in weight percent) of the raw materials and crystal specimens of nickel.

Specimen No.	State	Fe	Co	C	P	S	Si	Mn	Cu	Al	Mn	As	Total
1	polycrystalline, as drawn	0.27	0.23	0.03	0.00	0.002	0.01	0.04	—	0.02	—	—	0.602
2	„	0.10	0.39	0.03	0.000	0.002	0.02	0.00	0.02	0.00	0.00	—	0.562
3	crystalized	0.02	0.22	0.02	0.01	0.008	0.05	0.04	—	0.01	—	—	0.378
4	„	0.187	0.009	0.03	0.006	0.008	0.031	0.000	0.141	0.000	0.001	0.001	0.414

結晶試料の結晶方向を決定するには、通常用ひられて居るX線廻折の方法の代りに、著者の所謂「光像の方法」を用ひた。この結晶方向決定法は著者が數年前より發展させつゝある方法であつて、既にニッケルの單結晶に對しては勿論、銅、鐵及びアルミニウムの單結晶にも應用し

に依つて軽く丁寧に磨いて平滑な面にした。斯様にして作られた結晶試料は真空爐内に於て1000°で1時間焼

(2) 所謂 Tammann-Bridgman の方法。

(3) 山本, 東北帝大理科報告, 29 (1940), 113; 本誌, 4 (1940), 368.

(4) 山本, 本誌, 5 (1941), 214.

(5) この腐蝕に依つて觀察される(100)面の光像には、Photo. 1a 及び b に示したもの以外に、形状の稍々異なるものが多數觀察されるが、この事に就ては別に報告する豫定である。

(6) 例へば, H. Schoeneck, H. Verleger, Metallwirtsch., 18 (1939), 576; (翻譯) 本誌, 4 (1939), 27, 168, 222參照。

鈍された後爐冷して測定に供された。測定に用いた 13 個の結晶試料の結晶方向及び寸法は Table 2 に示す如

Table 2 Orientation, length, diameter, and Young's modulus of crystal specimens of nickel. α and β denote angles between the rod axis of a crystal specimen and any two tetragonal axes, γ_1 , γ_2 , and γ_3 direction cosines of the rod axis referred to the tetragonal axes, l the length, D the diameter, and E Young's modulus.

Crystal No.	α degree	β degree	$\gamma_1^2\gamma_2^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_3^2\gamma_1^2$	l cm	D cm	$E \times 10^{-12}$ dynes/cm ²
Y	85.8	82.0	0.0241	10.072	0.2658	12.348
3	89.4	89.2	0.0003	9.860	0.2684	12.366
2	84.7	64.4	0.1586	10.080	0.2639	16.716
1	80.0	76.0	0.0827	9.817	0.2684	13.650
10	88.4	52.3	0.2348	11.934	0.2671	19.254
8	78.2	70.7	0.1324	12.017	0.2829	15.254
4	82.0	54.7	0.2350	11.736	0.2610	19.278
13	89.8	89.4	0.0001	8.485	0.2606	12.284
5	89.6	80.7	0.0256	9.342	0.2571	12.722
7	89.8	84.8	0.0082	10.190	0.2644	12.170
11	87.3	75.6	0.0602	8.156	0.2689	12.849
9	86.9	85.1	0.0102	10.208	0.2676	11.921
15	82.4	79.7	0.0476	10.837	0.2757	12.542

Fig. 1 Stereographic projection of orientations of the specimen crystals.

III. 測定方法, 装置及び手続き

まず, 結晶試料のヤング率を磁歪振動の方法に依つて測定した。この方法の原理, それに用ひる装置及び測定の手続きに就ては既に以前の報告⁽⁷⁾に於て詳細に記述したが, 併しここに簡単に繰返して述べよう。

定常磁場に小振幅の高周波交番磁場を重疊させて, その中に置かれた強磁性物質の圓棒に磁歪縦振動を強制し, その共鳴から棒の固有振動数を見出だすと, 圓棒のヤング弾性率 E は次式に依つて求められる:

$$E = 4\rho l^2 f_1^2, \quad (8)$$

ここに ρ は棒の密度, l は長さ, そして f_1 はその自由縦振動の基本振動数である。この式は厳密に云へば,

$$E = 4\rho l^2 f_1^2 \left(1 + \frac{\pi^2 r^2 \mu^2}{2l^2} \right) \quad (8a)$$

でなければならない。ここに r は棒の断面の半径及び

μ はポアソン比である。ところで, 本測定に用いた結晶試料に於ては, 長さ l は 10cm 内外及び断面の半径

$r (=D/2)$ は Table 2 から判る如く約 0.14cm であつて, 又ポアソン比 μ は約 0.3 と見積られる。従つて, (8a) 式の括弧内の第 2 項は 10^{-5} 程度の大いさに過ぎないから, これを實際上無視する事が出来る。

結晶試料の密度 ρ は水中秤量法に依つて⁽⁸⁾ 5/1,0000 以内迄正確に, 及び長さ l はコンパレータに依つて 0.001cm 迄正確に測定した。又, 固有振動数 f_1 は定常磁場に重疊する高周波交番磁場の電源である真空管發振器の周波数公式から約 1/1,0000 の正確度を以て決定された。尚, 真空管發振器の周波数はダイナトロン波長計に依つて, 更に後者は

水晶發振器に依つて較正されたが, これ等の事柄に就ては前報⁽⁷⁾を参照されたい。上述した測定方法の原理から明らかな如く, 直接に決定され得る棒の固有振動数は磁化された状態に於ける夫であるから, 測定し得る限り低い磁場範圍に於て固有振動数を磁場の函数として求め, この關係を磁場零に外挿する事に依つて磁化しない状態に於ける固有振動数 f_1 を決定した。斯様にして, 結晶試料のヤング弾性率 E は 5/1,0000 以内迄正確に測定され得るが, 併し後述する如くヤング率のみでは結晶の弾性恒數 C_{ik} 乃至 S_{ik} の總てを決定する事は出来ない。これ等を決定するには, 後述する如く, ニッケルの多結晶に對する體壓縮率 κ の測定値を用ひた。

IV. ヤング弾性率, 剛性率及び弾性恒數

ニッケル單結晶の如き等軸結晶のヤング弾性率 E , 剛性率 G , 及び體壓縮率 κ は理論的に

$$\frac{1}{E} = S_{11} - 2 \left(S_{12} - \frac{S_{44}}{2} \right) \times (\gamma_1^2\gamma_2^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_3^2\gamma_1^2), \quad (9)$$

$$\frac{1}{G} = S_{44} + 4 \left(S_{11} - S_{12} - \frac{S_{44}}{2} \right) \times (\gamma_1^2\gamma_2^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_3^2\gamma_1^2), \quad (10)$$

及び

$$\kappa = 3(S_{11} + 2S_{12}) \quad (11)$$

なる式に依つて表はされる。ここに S_{ik} は弾性パラメーターであり, γ_1, γ_2 , 及び γ_3 は結晶試料の棒軸の結晶軸

(7) 山本, 東北帝大理科報告, 27(1938), 115; 本誌, 2(1938), 495; 本誌, 5(1941), 167. 猶, 木村, 數物記事, 21(1939), 786 参照。

(8) 密度測定の手続きに就ては山本, 本誌, 5(1941), 395, を参照されたい。

$$\left. \begin{aligned} G_{[100]} &= 1.022 \times 10^{12} \text{ dynes/cm}^2, \\ G_{[110]} &= 0.605 \times \text{ "}, \\ G_{[111]} &= 0.533 \times \text{ "}, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

従つて、弾性異方性は

$$E_{[111]}/E_{[100]} = 2.16 \quad (22a)$$

及び

$$G_{[100]}/G_{[111]}=1.92 \quad (22b)$$

であり, 又 $1/E$ 及び $1/G$ と方向函数との關係は Fig. 2

Fig. 3 Illustration of the digonal plane (110) of a cubic crystal.

した、この面に於ては、**Fig. 3** から判る如く、

$$\Gamma = \gamma_1^2 \gamma_2^2 + \gamma_2^2 \gamma_3^2 + \gamma_3^2 \gamma_1^2 = (1/4) \times (1 + 2 \cos^2 \theta - 3 \cos^4 \theta)$$

であるから、(9) 式及び (10) 式は夫々

$$1/E = 0.8349 - 0.3368 \times (1 + 2 \cos^2 \theta - 3 \cos^4 \theta) \quad (23a)$$

及び

$$1/G = 0.978 + 0.674 \times (1 + 2\cos^2\theta - 3\cos^4\theta) \quad (23b)$$

Fig. 4 Young's modulus, E , and the rigidity modulus, G , in a digonal plane of nickel crystal.

となり、この兩式に依つて E 及び G を計算した結果は Fig. 4 に示す如くである。

尚、後に計算を行ふ便宜の爲に主要弾性恒數 C_{ik} を求めた結果は次の如くである：

$$\left. \begin{aligned} C_{11} &= \frac{S_{11} + S_{12}}{(S_{11} - S_{12})(S_{11} + 2S_{12})} = 2.44 \times 10^{12} \text{ dynes/cm}^2, \\ C_{12} &= \frac{-S_{12}}{(S_{11} - S_{12})(S_{11} + 2S_{12})} = 1.58 \times \text{''} , \\ C_{44} &= \frac{1}{S_{44}} = 1.02 \times \text{''} , \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

従つて、等軸結晶に對する所謂 Cauchy の關係 $C_{12}=C_{44}$ は成立しない。

V. 擬等方的な多結晶に対するヤング率, 剛性率, 及びデバイの特性温度の計算

單結晶の弾性係数を平均する事に依つて擬等方的 (quasiisotrop) な、即ち非規則的な方位分布をもつ多數の微小な結晶粒の聚合より成る、多結晶のヤング率及び剛性率を計算する爲の理論には Voigt⁽¹⁶⁾, Reuß⁽¹⁷⁾, Bruggeman⁽¹⁸⁾, 及び Huber 並びに Schmid⁽¹⁹⁾ に依つて提出されたものがあるが、それ等は夫々結晶粒の境界に於ける歪力及び變形成分の連続性に對する假定を異にするものである。まづ、Voigt は結晶粒の境界に於て變位とその微分係數、即ち變形、とが連続であると假定した、換言すれば、總ての結晶粒の歪の状態が一様であると假定したのであつて、總ての結晶粒に就て歪力成分を平均することは結局 C_{ik} を平均すればよいことになる。その結果得られた等軸結晶のヤング率 E 及び剛性率 G に對する式は

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{(C_{11} + 2C_{12})(C_{11} - C_{12} + 3C_{44})}{2C_{11} + 3C_{12} + C_{44}} \\ G &= \frac{1}{5}(C_{11} - C_{12} + 3C_{44}) \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

である。これに反して、Reuß が總ての結晶粒に於ける歪力状態が等しいと假定して、歪成分、従つて S_{ik} を平均して得た結果は次の如くである：

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{5}{3S_{11} + 2S_{12} + S_{44}} \\ G &= \frac{5}{4S_{11} - 4S_{12} + 3S_{44}} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

又, Huber 及び Schmid の方法は Reuß の夫の逆, 即ち $1/S_{ik}$ を平均する方法であつて, その結果は急速に収斂

- (16) W. Voigt, Lehrbuch der Kristallphysik, (1910), Anhang II.
 (17) A. Reuß, Z. angew. Math. u. Mech., **9** (1929), 49.
 (18) D. A. G. Bruggeman, Utrechter Dissertation, (1930).
 計算の結果のみに就ては, H. Röhl, Ann. Physik, **16** (1933), 887 を参照されたい。
 (19) A. Huber, E. Schmid, Helv. Phys. Acta, **7** (1934), 620.

する級数の形で與へられるが、こゝには記述を省略する。ところで、Bruggeman の指摘する如く、反作用の原理に依つて隣合ふ結晶粒に於ける境界面に垂直な 3 個の歪力成分はたしかに互ひに等しいから、従つて一般に 6 個の變形成分の總てが互ひに相等しくはなく、その中の 3 個のみが相等しいのである。この新しい境界条件の下に厳密な計算を行ふことは極めて困難であつて、Bruggeman は已むを得ず多結晶が一種の層狀組織を成す如くに假定した。その計算の結果は纏つた形に表はされ得ないからこゝには記述しない。尚、前述の Voigt の方法はこの理論に於ける異方性の小さな場合の近似であることが示される。

上述の 4 種の理論に従つて、(13), (16), (17), 及び (24) 式に與へた S_{ik} 或ひは C_{ik} の値を用ひて擬等方的な多結晶のニッケルのヤング率 E , 剛性率 G 及びポアッソン比 μ を計算した結果は Table 3 に示す如くである。

最後に、擬等方的な多結晶に對する Debye の特性温度 Θ は次式⁽²⁰⁾ に依つて與へられる：

Table 3 Calculated data of the elastic constants and Debye's characteristic temperature for a quasi-isotropic polycrystal of nickel. E designates Young's modulus, G the rigidity modulus, μ Poisson's ratio, κ the volume compressibility, and Θ the Debye temperature.

Theory	$E \times 10^{-12}$ dynes/cm ²	$G \times 10^{-12}$ dynes/cm ²	μ	$\kappa \times 10^{12}$ cm ² /dyne	Θ °K
Voigt	2.07	0.78	0.315	0.537	451
Reuss	1.77	0.66	0.342	0.537	—
Huber-Schmid	1.84	0.68	0.360	0.456	—
Bruggeman	1.92	0.72	0.329	0.535	432

$$\Theta = \frac{h}{k} \left(\frac{9N}{4\pi} \right)^{1/3} \cdot \frac{1}{M^{1/3} \rho^{1/6} \kappa^{1/2} f^{1/3}(\mu)} \quad (27)$$

但し

$$f(\mu) = 2 \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1+\mu}{1-2\mu} \right)^{3/2} + \left(\frac{1+\mu}{3(1-\mu)} \right)^{3/2} \quad (27a)$$

こゝに h = Planck の恒数 ($= 6.626 \times 10^{-27}$ erg · sec), k = Boltzmann の恒数 ($= 1.3709 \times 10^{-16}$ erg/degree), N = Loschmidt の数 ($= 6.064 \times 10^{23}$), 及び M = 原子量である。今、 $M = 58.69$, $\rho = 8.858$ g/cm³, $\kappa = 0.535 \times 10^{-12}$ cm/dyne とし、更に Bruggeman 及び Voigt の方法に依つて計算された μ の値 0.329 及び 0.315 を用ひて、 Θ を計算した結果は夫々 432° 及び 451° K である。

VI. 結果に對する考察

上述の様にして決定したニッケル単結晶の弾性恒数を

(20) P. Debye, Ann. Physik, **39** (1912), 816.

鐵單結晶の夫と比較する事は種々の點で興味がある。この二種の結晶は共に等軸型で而も強磁性をもつが、ニッケル結晶が面心立方格子と負の磁氣異方性恒数をもつに對して鐵結晶は體心立方格子と正の而も大きな磁氣異方性恒数をもつて居る。鐵結晶の弾性恒数に就ては Goens-Schmid⁽¹¹⁾, 木村一大野⁽¹¹⁾, 木村⁽²¹⁾ 及び著者⁽²²⁾ に依る測定があるが、その結果は Fig. 5 に示す如く互によく一致して居る。同圖

Fig. 5 Comparison of the elastic moduli of iron and nickel crystals.

— the writer (Ni), Goens-Schmid⁽¹¹⁾ (Fe), - - - - and - - - - Kimura⁽²¹⁾ (Fe), and - - - - the writer⁽²²⁾ (Fe).

には又著者のニッケルに對する結果を示してある。これ等を比較すると、ニッケル單結晶のヤング率は全體として鐵單結晶の夫より低い、剛性率はその逆である。従つて、このことから多結晶試料に於ても同様に、ニッケルのヤング率は鐵の夫より低く、剛性率はその逆であらうと考へられるが、實際に於てそうであることは周知の事實である。一方、兩結晶の弾性異方性は、Table 4 に示す如く、殆んど相等しい(但し、本多、白川兩氏の得たニッケル結晶の弾性異方性は大分小さい。)この事實は兩結晶の磁氣異方性の大きな相違と對比して注目し値する。

次に、著者が決定したニッケル單結晶の弾性恒数と本多・白川⁽¹⁾の夫とを比較して見よう。Fig. 2 から判る様に、兩氏の得たヤング率は全體として著者の夫より大

Table 4 Elastic anisotropy of single crystals of iron and nickel.

Elastic anisotropy	Iron					Nickel	
	Goens-Schmid	Kimura (statical)	Kimura (dynamical)	Yamamoto	Mean	Yamamoto	Honda-Shirakawa
$\frac{E_{[111]}}{E_{[100]}}$	2.15	2.10	2.06	2.12	2.11	2.16	1.90
$\frac{G_{[100]}}{G_{[111]}}$	1.94	1.90	1.09	1.92	1.91	1.92	1.72

であり、剛性率はその逆である。而も弾性率の逆數對方向函數の關係を表はす 2 直線の傾斜は共に著者の夫よりも大分小さい。従つて、弾性異方性は著者の場合に比べて小さいが、その値は Table 4 に示す如くであつて、鐵の

(21) 木村, 數物記事, **21** (1939), 686.

(22) 近く發表の豫定。

單結晶の夫よりも小である。尙、兩氏は剛性率を計算する爲に多結晶のニッケルの體壓縮率として 0.570×10^{-12} cm²/dyne なる値を用ひて居るが、これの代りに前述の Bridgman の測定値 0.535×10^{-12} cm²/dyne を用ひて計算すれば Fig. 2 に於ける鎖線の如く著者の夫に稍近づぐが、その異方性は變らない。併し乍ら、何れにし

ても兩氏の得た結果と著者の夫との間には相當に大きな相違がある。又、Zacharias⁽²³⁾ が [110] 方向をもつニッケル單結晶のヤング率を壓電氣的勵振法に依つて測定した結果は Fig. 2 の×點で示す如くであつて、著者と本多—白川の得た $1/E$ 對方向函數の關係を表はす二つの直線の中に位置する。

Table 5 Available measured data of Young's modulus of elasticity for quasiisotropic polycrystalline nickel.

Author	$E \times 10^{-12}$ dynes/cm ²	Remarks		
		Purity	Annealing	Method
Kurnakow and Rapke ⁽²⁵⁾ (1914)	1.972	99.9% Ni	700°, 4 hr.	Statical
Honda and Tanaka ⁽²⁶⁾ (1926)	1.930	99.6% Ni	900°, 1/2 hr	"
Nishiyama ⁽²⁷⁾ (1929)	1.994	99.8% Ni	"	"
Jacquerod and Mügeli ⁽²⁸⁾ (1931)	2.001	"Very pure"	—, 10 hr.	"
Kawai ⁽²⁹⁾ (1931)	2.102	99.9% Ni	900°, —	"
Giebe and Blechschmidt ⁽³⁰⁾ (1931)	1.908	"Technically pure"	700°, many hours.	Dynamical
Zacharias ⁽²³⁾ (1933)	1.986	98.8% Ni	900°, 2 hr.	"
" (1933)	2.077	"	1100°, 2 hr.	
Nakamura ⁽³¹⁾ (1935)	1.942	"100% Ni"	1000°, 1 hr.	"
Siegel and Quimby ⁽³²⁾ (1936)	2.082	99.7% Ni	1100°, 4 hr.	"
Davies and Thomas ⁽³³⁾ (1937)	1.937	99.2% Ni	850°, —	"
Köster ⁽³⁴⁾ (1940)	2.114	"100% Ni"	700°, 1 hr.	"
Yamamoto ⁽³⁵⁾ (1941)	2.012	electrolytic quality	1000°, 2 hr.	"
" (36) (1942)	1.875	99.4% Ni	900°, 1 hr.	"

Mean value 1.995

Table 6 Available measured data of the rigidity modulus for quasiisotropic polycrystalline nickel.

Author	$G \times 10^{-12}$ dynes/cm ²	Remarks		
		Purity	Annealing	Method
Koch and Dannecker ⁽³⁷⁾ (1915)	0.716	—	—, —	Dynamical
Iokibe and Sakai ⁽³⁸⁾ (1921)	0.723	—	800°, —	
Kikuta ⁽³⁹⁾ (1921)	0.782	—	—, —	
Honda and Tanaka ⁽²⁶⁾ (1926)	0.750	99.6% Ni	990°, 1/2 hr.	Statical
Kawai ⁽⁴⁰⁾ (1931)	0.757	99.5% Ni	1100°, 3 hr.	
Kikuchi ⁽⁴¹⁾ (1936)	0.710	"100% Ni"	—, —	

Mean value 0.740

前述の如く、ニッケル單結晶に於ては所謂 Cauchy の關係は成立しないが、この關係が他の多數の金屬結晶に於ても成立しないことは既によく知られて居るところである⁽²⁴⁾。

次に、種々の理論に依つて單結晶の弾性恒數から多結晶の弾性率を計算した結果に就て考察する。その爲に、まづ Table 3 に掲げた計算値を Table 5 及び 6 に示したヤング率及び剛性率に對する實測値と比較してみよう。多結晶のニッケルの焼鈍された状態に於けるヤング率に就ては靜的及び動的の兩方法に依つて多數の測定が爲されて居るが、その中の信頼し得るもの (Table 5) に就て測定値を平均した結果は 2.00×10^{12} dyne/cm² である。一方、剛性率に就ては比較的少數の測定が行はれて居るに過ぎないが (Table 4), その結果を平均すれば 0.74×10^{12} dyne/cm² である。これ等の測定値に對して、Reuß 及び Huber-Schmid の兩方法に依る計算値は

(23) J. Zacharias, Phys. Rev., **44** (1933), 116.

(24) 例へば, E. Schmid, W. Boas, Kristallplastizität, (1935), S. 20 参照.

(25) N. Kurnakow, J. Rapke, Z. anorg. Chem., **87** (1914), 269.

(26) K. Honda, T. Tanaka, Sci. Rep. Tôhoku Imp. Univ., **15** (1926), 1.

(27) Z. Nishiyama, Sci. Rep. Tôhoku Imp. Univ., **18** (1929), 359.

(28) Jacquerod & Mügeli, Helv. Phys. Acta., **4** (1931), 3.

(29) T. Kawai, Sci. Rep. Tôhoku Imp. Univ., **19** (1930), 209.

(30) E. Giebe, E. Blechschmidt, Ann. Physik, **11** (1931), 905.

(31) K. Nakamura, Sci. Rep. Tôhoku Imp. Univ., **24** (1935), 303; Z. Phys., **94** (1935), 707; Oyô-Buturi, **4** (1935), 397. (In Japanese)

(32) S. Siegel, S. L. Quimby, **49** (1936), 663.

(33) R. M. Davies, I. H. Thomas, Phil. Mag., **23** (1937), 361.

(34) W. Köster, Arch. f. Eisenhütt., **14** (1940), 271.

(35) M. Yamamoto, this journal, **5** (1941), 167.

(36) M. Yamamoto, this journal, **6** (1942), (In the press)

(37) K. R. Koch, C. Dannecker, Ann. Physik, **47** (1915), 197.

(38) K. Iokibe, S. Sakai, Phil. Mag., **42** (1921), 397.

(39) T. Kikuta, Sci. Rep. Tôhoku Imp. Univ., **10** (1921), 139.

(40) T. Kawai, Sci. Rep. Tôhoku Imp. Univ., **20** (1931), 681.

(41) R. Kikuchi, Kinzoku-no-Kenkyu, **13** (1936), 41. (In Japanese)

明らかに低過ぎるが、Voigt 及び Bruggeman の兩方法に依る計算値は共に近似して居る。たゞ、Voigt の方法に依る値は測定値の平均より稍々高く、Bruggeman の方法に依る値は稍々低い、一般的に云へば後者的の方が最も測定値に近い。これは、前述の如く、Voigt, Reuß, 及び Huber-Schmid の平均法が物理的に不正確な或ひは根據のない假定に立脚して居ることに因るのであつて、これ等の理論が他の弾性異方性の大きな金屬結晶に就ても同様の結果を與へることは既に Bruggeman⁽⁴²⁾, Röhl⁽⁴²⁾ 等が指摘して居るところである。尚、本多一白川の決定した弾性恒数を用ひて Voigt の平均法に依つて計算したヤング率及び剛性率の値は夫々 2.16 及び 0.84×10^{12} dyne/cm² であつて、著者の測定値を用ひた場合よりも高く、従つて又實測値の平均よりも大分高いが、これは前述した兩者の得た弾性率の比較の結果から前以て豫想されたことである。

最後に、4 種の理論の中最も正確な値を與へる Voigt 及び Bruggeman の兩理論に依つて得た擬等方的な多結晶のニッケルに對するポアッソン比の値 0.315 及び 0.329 を用ひてデバイ溫度 θ を計算した結果は、Table 3 に示す如く、夫々 451 及び 432°K である。これに對して、低溫に於ける比熱測定から決定された θ は 375°K であるから⁽⁴³⁾、Bruggeman の方法に依る値の方が Voigt の方法に依る値よりもよく一致して居るが、何れにしても比熱測定に依つて決定された値との間には相當な開きがある。併し乍ら、Debye の比熱の理論乃至それから歸結される低溫に於ける比熱の T^3 法則は一般に極低溫に於ては成立しない様であるし⁽⁴⁴⁾、又一方に於て實際ニッケルの極低溫に於ける比熱は T^3 法則に従はずに直線的に減少し⁽⁴⁵⁾、而もこれが強磁性に本質な役割を演ずる 3d 電子に由來するものであることが明白にされて居る⁽⁴⁴⁾。従つて、少くともニッケルに對しては、多結晶の弾性恒数から求めた θ と比熱測定から決定した夫とは何れも近似的な意味をもつに過ぎないから、その間の一致は上述の程度で充分満足すべきものであると考へられる。

V. 總 括

細長い圓棒狀のニッケル單結晶を緩徐凝固法に依つて製作して、種々の結晶方向をもつ結晶試料のヤング弾性率を磁歪振動法に依つて常溫に於て測定した。ヤング率 E の逆數と方向 $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ との關係は

$$1/E = [0.8349 - 2 \times 0.6737$$

$$\times (\gamma_1^2 \gamma_2^2 + \gamma_2^2 \gamma_3^2 + \gamma_3^2 \gamma_1^2)] \times 10^{-12} \text{cm}^2/\text{dyne}$$

で示される。こゝに γ_1, γ_2 , 及び γ_3 は結晶試料の棒軸の結晶軸に對する方向餘弦である。従つて、3 主要結晶軸、 $[100]$, $[110]$, 及び $[111]$, の方向に於けるヤング率は夫々 $E_{[100]} = 1.198 \times 10^{12}$, $E_{[110]} = 2.008 \times 10^{12}$, 及び $E_{[111]} = 2.592 \times 10^{12}$ dynes/cm² である。更に、多結晶のニッケルの體壓縮率に對する信頼し得る測定値 0.535×10^{-12} cm²/dyne を用ひて主要弾性パラメーター S_{ik} を決定した結果は $S_{11} = 0.835 \times 10^{-12}$, $S_{12} = -0.328 \times 10^{-12}$, 及び $S_{44} = 0.978 \times 10^{-12}$ cm²/dyne である。これ等の値に依つて各主要結晶軸の方向に於ける剛性率 G を決定すれば $G_{[100]} = 1.022 \times 10^{12}$, $G_{[110]} = 0.605 \times 10^{12}$, 及び $G_{[111]} = 0.533 \times 10^{12}$ dynes/cm² である。従つて、弾性異方性は $E_{[111]}/E_{[100]} = 2.16$ 及び $G_{[100]}/G_{[111]} = 1.92$ であつて、鐵單結晶の夫と殆んど等しい。尚、主要弾性恒數 C_{ik} は $C_{11} = 2.44 \times 10^{12}$, $C_{12} = 1.58 \times 10^{12}$, 及び $C_{44} = 1.02 \times 10^{12}$ dynes/cm² であつて、 $C_{12} = C_{44}$ なる所謂 Cauchy の關係は成立しない。

次に、上述の様にして決定された單結晶の弾性恒数を用ひ、Voigt, Reuß, Huber-Schmid 及び Bruggeman の理論に従つて、擬等方的な多結晶の弾性率を計算して實測値と比較した。これ等 4 種の理論の中、Voigt 及び特に Bruggeman の理論が最も正確な値を與へるが、そのヤング率に對する計算値は夫々 2.07×10^{12} 及び 1.92×10^{12} dynes/cm² であり、又剛性率に對する計算値は夫々 0.78×10^{12} 及び 0.72×10^{12} dynes/cm² である。更に、兩理論に依るポアッソン比に對する計算値 0.315 及び 0.329 を用ひてデバイの特性溫度を求めた結果は夫々 451 及び 432°K である。

終りに、著者は本研究を懇切に指導された本多光太郎先生、ニッケル單結晶の製作の爲に種々の便宜と有益な忠告を與へられた増本量教授、並びに單結晶の製作に當つて熱心に助力された石野芳二理學士に對して満腔の謝意を表する。

(42) H. Röhl, Ann. Physik, **16** (1933), 887.

(43) Landolt-Börnstein, Physikalische-Chemische Tabellen, IIb (1931), 1232.

(44) F. Seitz, The Modern Theory of Solids, (1940), Chapter III 及び IV 参照.

(45) W. H. Keesom, C. W. Clark, Physica, **2** (1935), 513.