研 究

組織と強度について (第1報) 静的破損機構について*

松 本 福 三**

F. Matsumoto: On the Relation between Structure and Strength (I). On the Static Failure of Steel and Cast Iron. The author considered the general relation between the failure and the stress for annealed steel and cast iron, taking into account the effects of structure upon the strength. In these cases the author assumed that the failure of metallic material would occur in two kinds of forms, namely, tough and brittle, depending on both its own strength (sliding or separating) and type of stress (shearing or normal tension), but not on its apparent feature. The conclusions were as follows:

(1) The yielding point σ_{ys} of steel containing $x\%$ of carbon can be formulated as being $\sigma_{ys} = \sigma_{fs} + (\sigma_{ps} - \sigma_{fs})(x/0.9)^{2/3}$ (1),

where σ_{fs} and σ_{ps} indicates the yielding point of ferrite and pearlite, respectively.

(2) Proportional limit of steel occurs at the stress σ above σ_{fs} , originating in failure in ferrite which was inhibited temporarily by the pearlite phase. The elastic elongation ϵ_l of composed phases in that instance may be written as follows:

$$\epsilon_l \geq \sigma/E + (1+2/m)(\sigma - \sigma_{fs}) \{ (0.9/x)^{1/3} - (x/0.9)^{1/3} \} / 2 E \text{(2)}$$

where E is the Young's modulus of each phase and m is the Poisson's ratio.

(3) The tensile strength of cast iron σ_B was discussed, using the following equation:

$$\sigma_B = (\sigma_t/\alpha_k)(A - \Delta A)/A \text{(3)}$$

where σ_t is the separating strength of steel part in cast iron, α_k is the stress concentration factor, ΔA is the sectional area occupied by the graphite part and A is the total area of specimen. For cast iron, however, the comparison with the experimental data was considerably unsuccessful, because of some arbitral estimations or assumptions.

Besides, the author dealt with problems in bending, torsion and compression for cast iron and with the effect of outer notch for steel and cast iron.

(Received December 18, 1950)

I. 基礎的因子の検討と考察の立場

顕微鏡組織から強さを判定しようとする試みは古くから行われているが、その総合的な研究は殆んど見當らない。

組織から得られる知識は結晶粒の聚合状態と異相の形状分布状態で、残留応力については何等の指示も與えない。今ある混合相を考え、その各相は獨立した單相多結晶の性状を有し、残留応力は無視できると假定してその強度的特性を求めて見よう。

材料試験の見地からは組織というマイクロ像の現象に立入るには材料力学の成立限界に對し深い反省を必要とする。これは既に Neuber⁽¹⁾、本邦では Tsumura⁽²⁾ などによつて指摘された所で、この問題點の切込効果を果敢に組織の

問題に導入したのは單結晶の格子缺陷を説明しようとした Griffith⁽³⁾、Smekal である。

固体の強さを量子力学によつて説明しようとする試みも行われているが、簡単な結晶格子金属についてであつて組織の問題に迄立入っていない。本論では Hollomon、Zener⁽⁴⁾ Ludwik⁽⁵⁾ Reito, Kuntze などによつて發展されたより、分離の二破損説の立場から独自の擴張を行おうとするが、これに對する異論⁽⁶⁾はないわけではない。

(1) ノイバー、切込應力論、コロナ社刊 (磯部譯)。

(2) 津村、日本機械學會誌、45 (1942)。

(3) Griffith, Trans. Roy. Soc., A-221 (1920), 163.

(4) Hollomon & Zener, Appl. Phys., 17 (1946), No. 2, 82.

(5) Ludwik, Z. Metallkde., 16 (1924), 207.

(6) Dorn, The Iron Age, 164 No. 1 (1949), 90 に異論が出ているがマイクロのマクロ的といつた立場の相異からと考えられる。

** 機械試験所第5部

* 1950年4月東京並に9月北海道本會大會に發表

II. 弾性諸破損説との関係

迂り、分離の二破損説⁽⁷⁾を擴張すると「材料には靱い脆いという區別はなく靱い破損形式と脆い破損形式とがあつてそれらは材料の迂り強さ、分離強さと外部荷重による應力の種類によつて定まる」となる。静的破損に對して著者は次の如く假定する。「今、ある物體に働いている三つの主應力を $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ とし、

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3, \quad \sigma_1 > 0 \dots \dots \dots (1)$$

なる關係を導入すると剪斷應力はそれぞれ

$$\tau_1 = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}, \quad \tau_2 = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}, \quad \tau_3 = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \dots (2)$$

となる。そこで今この物體を構成する材料の迂り強さを τ_s 、分離強さを σ_t で表わすと、 $|\tau_3| > |\tau_1|$ 及び $|\tau_3| > |\tau_2|$ であれば

$$\sigma_t > \sigma, \quad \text{で} \quad |\tau_3| > \tau_s \dots \dots \dots (3)$$

なる時、迂り破損を起し

$$\tau_s > |\tau_3| \quad \text{で} \quad \sigma_1 \geq \sigma_t \dots \dots \dots (4)$$

で分離破損を起す⁽⁸⁾⁽⁹⁾。二次元應力場で表現すると所謂靱い材料は Fig. 1 第1型、脆い材料は Fig. 1 第2型となる。 $\sigma_t = 2\tau_s$ なる材料は第3型となる。疲労破損については第2報で取扱う。

Fig. 1 Three Types of Failure.

III. 硬軟二層としての鋼の引張特性

組織から鋼はフェライト (A 相) とパーライト (B 相) の二相における Kodama⁽¹⁰⁾ の定性的な見解と同じ考え方で、次のように著者の硬軟二重層説⁽¹¹⁾を進める。

A. 弾性係数の炭素量による変化

今、(A) 相の弾性係数を E_f 、面積を S_f 、分離強さを

(7) Kuntze, "Handb. d. Metallphysik", Band I Zweitel Teil (1940), 207 以降。

(8, 9) 中西, 日本機械學會誌, 53 (1950), 63 は不均一應力分布系を含めた理論を取扱っているが、本論では均一應力分布系を取扱っている。例えば Marin, "Mechanical Properties of Materials and Design" (1942), Mc. Grawhill Co. では弾性諸破損説を二次元應力場で解説しているが本論の如き立場には一言もふれていない。

(10) 兒玉, 日本機械學會誌, 36 (1938), 315。

を σ_{fs} 、迂り強さを τ_{fs} (降伏点 $\sigma_{fs} = 2\tau_{fs}$) ; (B) 相の弾性係数を E_p 、面積を S_p 、分離強さを σ_{pt} 、迂り強さを τ_{ps} (降伏点 $\sigma_{ps} = 2\tau_{ps}$) ; (A) 相の降伏点以上で (B) 相に附加的にかゝる剪斷應力を τ_k とし、兩相に均等に σ なる引張應力が生じている ((A) 相の降伏点以下) 時、(A) (B) 二相からなる混合相の弾性係数を E' とすれば

$$E' = \frac{1}{\frac{1}{E_f} + \left(\frac{1}{E_p} - \frac{1}{E_f} \right) \frac{S_p}{S_f + S_p}} \dots \dots \dots (5)$$

Fig. 2 の如く計算値と實驗結果はその傾向が一致しているので一應 σ_{fs} までは (A) 相 (B) 相には一様な應力 σ が生ずると假定しよう。

B. 比例限發生機構について

$\sigma_{ps} > \sigma_{fs}$ 故、 σ_{fs} 以上の應力を生ずる荷重がかゝると (A)

Fig. 2 Comparison of the Experimental Data with the Calculated Data.

相は荷重に耐えぬから迂る筈だが (B) 相に阻止されて迂れず見掛上迂り強さが上がる。そのため (B) 相には附加的剪斷應力 τ_k が生ずるから σ_{fs} 以上で (B) 相は σ と τ_k の二應力系として取扱われなければならない。poisson 比を m とし σ_{fs} 以上の (B) 相の弾性延伸を ϵ_{lp} 、(A) 相の弾性延伸を ϵ_{lf} とすれば次式 (6) が成立つ故

$$\tau_k \times S_p = \left(\frac{\sigma - \sigma_{fs}}{2} \right) \times S_f \dots \dots \dots (6)$$

$$\epsilon_{lp} = \frac{\sigma + \tau_k}{E_p} + \frac{2}{m} \cdot \frac{\tau_k}{E_p}; \quad \epsilon_{lf} = \frac{\sigma}{E_f}$$

兩者の合成の伸び ϵ_l は組織のフェライトの長さの和を L_f 、パーライトの長さの和を L_p 、 $L = (L_p + L_f)$ を測定長さ、 $E = E_p = E_f$ とすれば、その弾性延伸の和か或いは (B) 相の弾性變化に (A) 相は追隨するからそれ以上ということになる。

$$\epsilon_l \geq \epsilon_f \left(\frac{L_f}{L} \right) + \epsilon_p \left(\frac{L_p}{L} \right)$$

$$\epsilon_l \geq \frac{\sigma}{E} + \frac{(1+2/m)}{2E} (\sigma - \sigma_{fs}) \left(\frac{S}{S_p} - 1 \right) \frac{L_p}{L}$$

$$\text{即ち} \epsilon_l \geq \frac{\sigma}{E} + \frac{(1+2/m)}{2E} (\sigma - \sigma_{fs}) \left\{ \left(\frac{0.9}{x} \right)^{1/3} - \left(\frac{x}{0.9} \right)^{1/3} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

(7) 式中の x は炭素量で、計算結果は Fig. 3 の如く比例限は σ_{fs} 以上で起る (A) 相のみの (B) 相の弾性變形

(11) 著者、本會昭和 25 年秋期大會發表、機械試驗所報、6 (1951), No. 2 掲載豫定。

に追隨する破損と見做せる。

C. 降伏點發生機構

(B) 相にかゝる σ_{fs} 以上の剪断應力 $(\tau_k + \frac{\sigma}{2})$ が τ_{ps} を超えれば (B) 相もじりを開始するから (A) 及び

Fig. 3 Appearance of Prop. Limit by Carbon Content.

(B) 相兩者のじりが見られるわけでの荷重の時、降伏點が表れるのであるとし、 $x\%$ の炭素量の鋼のじり強さを τ_{xs} (降伏點 $\sigma_{px} = 2 \cdot \tau_{xs}$) とすると

$$\tau_s + \frac{\sigma}{2} \gg \tau_{xs} = \frac{\sigma_{px}}{2}$$

なる時降伏し

$$\sigma_{px} = \sigma_{fs} + (\sigma_{ps} - \sigma_{fs}) \frac{S_p}{S_p + S_f} \quad \dots\dots\dots (8)$$

(8) 式の計算結果と實驗値⁽¹²⁾ とは Fig. 4 の如くかなり良く一致する。

Fig. 4 Appearance of Yield Point by Carbon Content.

D. 今迄の學說との比較

代表的な本邦における降伏現象の理論は Kuroda⁽¹³⁾ 及び既述の Kodama の理論で前者は降伏點までは荷重の大部分をフェライトと蜂窩組織で持つとしている。著者は比例限は Kodama と一致して σ_{fs} 以上の (B) 相に対する (A) 相の追隨のじり破損とし、降伏點は (A) 及び (B) 相の破損でフェライトは σ_{fs} 以上ではじり抵抗に役立たず専らパーライトが抵抗するとしているわけである。然しじり面に垂直方向の引張應力に対してはフェライト、パーライト共に抵抗するとする。Tanaka, Takamiya⁽¹⁴⁾ の X

線的觀察では地鉄の格子常数が降伏點附近で極大値をとるいうがこれも本考察の實證となると考えたい。

E. 組織に對する定性的考察

本考察ではフェライト、パーライトは均等分布であると假定している。通常の Fig. 5 A の如き組織ではどの断面を取ってもパーライトとフェライトの割合が同一とおける

Fig. 5 Distribution of Pearlite on the Ferrite Matrix.

には相當個数なければならぬことがわかる。これがサイズエフェクトの一つの原因である。またフェライトばかりと見えるものでも粒界に極めて薄いセメンタイトが存在することがある。このようなセメンタイトとか Fig. 5 B の如き細長く或いは鋭く伸びたパーライト等がある。これ等

はじりのパス次第で初めは過應力を受てもこれ等の層はその固有のじり強さまで耐えるがじりの距離がその層の厚さをこえると一度に抵抗を失う筈でこれが上降伏點を示す理由だと考えられ、次にある程度じると今迄充分抵抗していなかつた同様な層の抵抗が初まる。一方フェライトも不均一な過じりを行つた部分など加工硬化する筈である。このような一連の繰返しの不連続現象 (降伏點附近の踊り) と説明するのである。純鐵の單結晶、多結晶にも不連続現象の生ずることが報告されているが、これらはもつとミクロ的な原因に求めるべきである。繊維組織において方向によつて強さ、伸びが異なることは Fig. 5 C の如きパーライトとフェライトの配列を考えればその統計的なじり強さの相違から方向性の相違は直ちに把握できる。フェライト、パーライトの結晶方位を考えれば更に完全となる。

F. 本考察の限界

第一に均等應力分布で最大剪断應力がじり強さに、最大垂直應力が分離強さに達した瞬間に破損が起るということ、更にフェライト、(セメンタイト)、パーライトが單相多結晶と見做せるとし、これ等の混合相は統計的に様な分布をしているということは著しく考察の限界を決めるものである。

いまセメンタイトの分布の一例を考えると焼入後 200° 焼戻で相はフェライトとセメンタイトになるが前述の考え方からは説明できず僅かに残留應力も除かれセメンタイトの粒状化のすゝんだ略 650° 焼戻の材料で説明できる程度である。

$$\sigma_{eL} = \sigma_{fs} + (\sigma_{es} - \sigma_{fs}) \left(\frac{x}{e} \right)^{2/3} \quad \dots\dots\dots (9)$$

e を全セメンタイトの時の C % とし $\sigma_{es} = 2 \cdot \tau_{es}$ (純粋の剪断抵抗のみを考える) とおいてこれをセメンタイトの假想の降伏點と考える。(實際には引張試験で分離破損するからじり強さつまり降伏點は觀測されない。分離強さの低い材料では壓縮試験によつてじり強さつまり降伏點を求める

(12) 學振籌, “金屬材料” III. 2 章.

(13) 黒田, 鐵と鋼, 27 (1941), 213.

(14) 田中, 高宮, 本誌, 6 (1940), 185. 最近機械學會 (1951 年 4 月) 西原, 平兩氏の研究では極大にならぬと X 線の結果を報告している.

べきである。硬度は降伏現象によつて測定される値でこれと引張試験値との関係は降伏現象においてのみ云々されることで、分離強さとは無関係のことである。こゝで硬度から換算して降伏點をとつたのはそのためである。セメントは硬度 80C~820 BHN であるが、その分布によるがその有効性と形状効果を考へて 190 kg/mm^2 と置こう。されば(9)式は

$$\sigma_{ex} = 14 + (190 - 14) \left(\frac{x}{6.7} \right)^{2/3}$$

となる。フェライトの分離強さは $60 \sim 70 \text{ kg/mm}^2$ で σ_{ex} がこれに近づくとき分離の回避として迂りが何等かの形で起るはずで Fig. 6 の如く初めは実験結果とよく合わせることが出来るが、 σ_{ex} 以上ではこの値をこえられぬことが観察できる。

Fig. 6 Yield pt. of Fine Spheroidized Pearlite.

IV. 黒鉛の切欠効果としての鑄鐵について

A. 鑄鐵を分離破損として取扱つたのは H. Schlechtweg⁽¹⁵⁾, G. Meyersberg⁽¹⁶⁾ であるがこれらは黒鉛の Verengings 作用を重視しすぎている。著者は Neuber の切欠應力論を取入れ、Verengings 作用について再度検討すると共に黒鉛による鋼部分の減少も考慮して強度を考察

Fig. 7 The Structure Model of Cast Iron.

した。

B. Verengings 作用は Fig. 7 A の如き形式と考えられてきたが簡単には Fig. 7 B の如く考える効果でつまり實體の伸びでなく曲り梁の撓みとしての効果である。チモ

(15) Schlechtweg, Arch. Eisenhüttenwes., (1932/1933), 507.

(16) Meyersberg, Die Giesserei, 23 (1936), 285; 315.

シェンコ⁽¹⁷⁾によると Fig. 7 B の場合 E は $1/6 \sim 1/2$ となる。一方黒鉛による鑄鐵の鋼の部分の減少を求めて見る。鋼の比重 7.8, 黒鉛の比重 2.2, 黒鉛としての炭素量が鑄鐵中 2.5% であつたとすると、黒鉛は容積比で 8.4%, 面積比で 16.8% である。黒鉛の強さは高々 1 kg/mm^2 故引張に對しては抵抗しないと假定し P を引張荷重, ϵ を伸率, ΔA を黒鉛の面積とすると鋼の部分の弾性率 E'' は

$$E'' = \frac{P}{\epsilon(A - \Delta A)} \dots \dots \dots (10)$$

試験片の斷面積を A とすると $E = \frac{P}{\epsilon A}$ で計算した場合, Gagnebin⁽¹⁸⁾等は Fig. 7 B の如き黒鉛の丸い粒狀黒鉛鑄鐵で $17220 \sim 18550 \text{ kg/mm}^2$ なることを示した。 E'' で計算すると $20700 \sim 22200 \text{ kg/mm}^2$ であつて鋼の 21000 kg/mm^2 に殆んど近く、黒鉛の面積だけ考慮すればよいということになつて Verengings 作用はないとさえ見える。所が片狀黒鉛では Thum⁽¹⁸⁾によると白鉄で 19600 kg/mm^2 , 片狀黒鉛の形状が長くなるに従つて下り 10000 kg/mm^2 程度となつてゐる。

片狀黒鉛の鑄鐵の弾性率は Fig. 8 の如くして求めるがこの圖によると明瞭な曲が見られる。即ち黒鉛の切欠部

Fig. 8 Computation of Young's Modulus Siebel).

が引張應力を受けて塑性變形する時は力が取り除かれるとこの部分に永久歪を受けた所と逆方向つまり荷重方向と同方向の應力が残ることになる。Nishihara, Kojima⁽²⁰⁾ の X 線による鑄鐵の曲げ試験における残留應力の測定においても相當小さい荷重から荷重と同方向の残留應力があることが報告されており、X 線の反射は相當大きい部分の反射の方が強いので壓縮應力の残る切欠部より引張應力の残つてゐる部分の反射の方が強く、これを観察されたのではないかと思われる。そこで黒鉛の尖鋭切欠により小さい迂りが現われ、これが弾性係数を見掛上小さくすると考えるのである。勿論黒鉛の長さが長くなるとスパンの長い梁の撓みとしての量つまり Verengings 作用も考えられるから一概に斷定できぬが、一般には Verengings 作用は少ないと見做し得る。

C. 黒鉛の切欠効果

黒鉛は迂り、分離に對する抵抗は小さいが非壓縮性は高いと考え、Verengings 作用はないとして黒鉛の切欠効果のみを考える。

Neuber の多重切欠の理論を取入れるに當つて吟味する。

(17) チモシェンコ, “材料力學” 第2巻, コロナ社.

(18) Thum, Die Giesserei, 16 (1929), 501.

(19) Gagnebin, Millis & Piling, The Iron Age, Feb. 17 (1949), 77.

(20) 西原, 小島, 日本機械學會誌, 41 (1938), 58.

點は多いが鑄鐵では多數の黒鉛があつてその内外の切欠効果は殆んど近く、どの斷面を切つても常にその形状は統計的に同一な分布をしていると見做せるので黒鉛の切欠底の半徑を ρ 、黒鉛の長さの半分を l 、 γ を或る比例常數とすると Neuber によつて應力集中係數は

$$\text{引張りと曲げには } \alpha_{f1} = 1 + 2\sqrt{\frac{lw}{\rho}} \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$\text{振りと剪斷には } \alpha_{f2} = 1 + \sqrt{\frac{lw}{\rho}} \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$lw = \gamma \cdot l \quad \dots\dots\dots(13)$$

Fig. 9 Graphite Form in Cast Iron.

とおける 今黒鉛と黒鉛との距離を Fig. 9 のごとく b' とおけば片状黒鉛では顕微鏡組織から (1~5) $b'=t$ で $\gamma=0.1 \sim 0.3$, $\rho=0.1 \sim 0.5/250$, $t=20 \sim 50/250$ 故 $lw/\rho=4 \sim 50$ となつて $\alpha_{f1}=5 \sim 15$, $\alpha_{f2}=3 \sim 8$ となるが、粒状黒鉛では殆んど $b'=2t$ 程度故 $\gamma=0.8$ 附近で $\rho=\frac{4}{250}$, $\rho=t$, $\frac{lw}{\rho}=0.8$ 故 $\alpha_{f1}=2.8$, $\alpha_{f2}=1.9$ となる。黒鉛は尖鋭切欠をなすから Neuber によればその修正をしなければならない。Neuber の引用している 65 kg/mm^2 特殊鋼と同様だと見做して修正すると $\alpha_{f1}=3.8 \sim 6.0$, $\alpha_{f2}=2.3$ となる。(α_{f2} , α_{fn1} については後報にゆずる)。

D. 比例限の検討

比例限については軟鐵の場合、Kuntze が切欠をつけた場合應力集中係數 α_k との関係を求めているが $1/\alpha_k$ に殆んど近い傾向を取ることを示している。鑄鐵の強さが黒鉛の多重切欠効果によるなら比例限はあるべきだが實測値がはつきりしないのはこの値が低く黒鉛の形がまちまち故と考えられる。(フェライト+黒鉛系) ではフェライトの降伏點を 14 kg/mm^2 に置けば片状黒鉛で $2 \sim 4 \text{ kg/mm}^2$ 、粒状黒鉛で $7 \sim \text{kg/mm}^2$ 、(パーライト+黒鉛系) 片状黒鉛で $6 \sim 12 \text{ kg/mm}^2$ 、粒状黒鉛で 20 kg/mm^2 (但しパーライト鋼の降伏點 50 kg/mm^2) 程度の筈である。

E. 引張強さの検討

一般に丸棒試験片の圓周上に切欠を付けると比例限は低く降伏點は高く現れる。ある程度の切欠になると通常より破損するものでも分離型の破損となる。鑄鐵においても黒鉛の切欠効果が比例限は低く降伏點は上昇する筈である。共析鋼の降伏點を 50 kg/mm^2 とすれば粒状黒鉛の切欠効果による降伏點上昇は Fig. 10 から 63 kg/mm^2 程度となるが Gagnebin 等の 70 kg/mm^2 (σ_B ; 90 kg/mm^2) はこれに近い。片状黒鉛ではその降伏點は 50 kg/mm^2 を遙かに上回る筈だが引張強さが僅かに 20 kg/mm^2 故分離破損して實測されない。粒状黒鉛でも破斷面は分離型を示し、亡りの程度は少ないから共に分離破損として引張強さを計算しよう。

粒状黒鉛鑄鐵の見掛けの引張強さを σ_n' 、片状黒鉛のそれを σ_f' 、その時の破斷荷重をそれぞれ P_n , P_f とすると

$$\sigma_f' = \frac{P_f}{A}, \quad \sigma_n' = \frac{P_n}{A}$$

(i) フェライト+黒鉛系

$\sigma_f' = 10 \text{ kg/mm}^2$, $\sigma_n' = 40 \text{ kg/mm}^2$ を導入し、フェライトの分離強さを σ_f 、片状或いは、粒状の場合に應じて地となる部分の強さをそれぞれ σ_f , σ_n 、切欠係數をそれぞれ α_f , α_n とおき、片状、粒状各黒鉛の面積を ΔA_f , ΔA_n とすると

$$\sigma_n = \alpha_f \sigma_f = \alpha_n \sigma_n, \quad \sigma_f = \frac{P_f}{A - \Delta A_f}, \quad \sigma_n = \frac{P_n}{A - \Delta A_n}$$

である故、

$$\sigma_f' = \frac{\sigma_n}{\alpha_f} \cdot \frac{A - \Delta A_f}{A}, \quad \sigma_n' = \frac{\sigma_n}{\alpha_n} \cdot \frac{A - \Delta A_n}{A} \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$\text{こゝで } \frac{P_f}{P_n} = \frac{\sigma_f'}{\sigma_n'} = \frac{10}{40}$$

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_n} = \frac{P_f(A - \Delta A_n)}{P_n(A - \Delta A_f)} \quad \text{より}$$

$$A = \frac{4\alpha_n \cdot \Delta A_f - \alpha_f \cdot \Delta A_n}{4\alpha_n - \alpha_f} \quad \dots\dots\dots(15)$$

以上の算式が得られる。(14) 式において $\Delta A_n/A \equiv \Delta A/A = 16.8\%$ (既述) を入れると

片状黒鉛の場合 $\sigma_n = 72 \text{ kg/mm}^2$ (α_f を假りに 6 とする)

粒状黒鉛の場合 $\sigma_n = 96 \text{ kg/mm}^2$ (α_n を假りに 2 とする)

を得る。即ち前者は Kuntze (約 72 kg/mm^2) 並びに著者 (約 70 kg/mm^2) の分離強さの實驗値に近く見えるが、これは餘り意味がない((iii) 参照)。

(ii) パーライト+黒鉛系

$\sigma_f' = 20 \text{ kg/mm}^2$, $\sigma_n' = 80 \text{ kg/mm}^2$ としパーライトの分離強さを σ_{pt} とおけば (14) 式は次の如く書換えられる。

$$\sigma_f' = \frac{\sigma_{pt}}{\alpha_f} \cdot \frac{A - \Delta A_f}{A}, \quad \sigma_n' = \frac{\sigma_{pt}}{\alpha_n} \cdot \frac{A - \Delta A_n}{A} \quad \dots\dots\dots(14')$$

こゝで $P_f/P_n = \sigma_f'/\sigma_n' = 1/4$ 故(15)式はそのまゝ成立つ (14') 式によつて σ_{pt} を求めると (但し $\frac{\Delta A_f}{A} \equiv \frac{\Delta A_n}{A} = 0.168$ とする)

片状黒鉛の場合 $\sigma_{pt} = 144 \text{ kg/mm}^2$ (α_f を假りに 6 とする)

粒状黒鉛の場合 $\sigma_{pt} = 192 \text{ kg/mm}^2$ (α_n を假りに 2 とする)

即ち前者は、Meyersberg 等の引用している $\sigma_{pt} = 148 \text{ kg/mm}^2$ に略々近く見えるが、このことも(i)の如く司く餘り重要ではない。

(iii) 片状黒鉛並びに粒状黒鉛鑄鐵の分離強さの開きについて

(i)(ii) の兩系を通じ $\Delta A_f \equiv \Delta A_n^*$ として且つ $\Delta A_f/A = 0.168$ を採用した計算を行つて示したが、これ*は(15)式によつて明かに背馳する事實でこれがその開きの原因となつたと考える。今(15)式で $\alpha_f=6$, $\alpha_n=2$ とすれば $1 = 4\Delta A_f/A - 3\Delta A_n/A$ で $\Delta A_f/A = 0.3$ に假定しても $\Delta A_n/A \equiv 0.07$ となる。實測に近づけるには $\alpha_f=7$ 位に假

定すべきかも知れない。とにかく $\Delta A_f/A$ 及び $\Delta A_n/A$ の實際の値と、こゝで用いた假りの値との関係、 α_f 及び α_n の採り方、 σ_f' や σ_n' の推定値並びに σ_{fl} や σ_{pt} の測定方法の不確實さ等に基づき鑄鐵では以上の程度の極めて粗い近似しか述べられぬ。

F. 鑄鐵の特性について

鑄鐵の強さは合金元素より（片狀黒鉛鑄鐵で他成分を銅並にしたもので約 20 kg/mm²）黒鉛の形状に依存し強さも上げるには黒鉛の形状は均一に太目で短かく端末の半徑が大きくなるようにすること、地となるフェライト或いはパーライト（ソルバイト）の分離強さを高くし切欠感受性を鈍ならしめる合金元素の添加をすること、熱處理することなどである。

V. 鋼の曲げ、折り及び壓縮破損機構

こゝでは切り開始點が切り強さと一致するという事實を認め II の立場を擴張する。

鋼の切り強さを τ_s (降伏點 $\sigma_s = 2\tau_s$)、分離強さを σ_t とすれば

(イ) 曲げ破損

$\sigma_s < \sigma_t$ (16) なら塑性變形

$\sigma_s > \sigma_t$ (17) なら分離型の割れ

(ロ) 折り破損

剪斷應力に等しい垂直應力が、剪斷應力と 45° の面をなすすね面に生ずるから、

$\tau_s < \sigma_t$ (18) なら塑性變形

$\tau_s > \sigma_t$ (19) なら分離型のわれ

特に、残留應力が引張で残るものでは分離型のわれを起し易い（熱處理によつて高い硬度を出したものなど）

(ハ) 壓縮破損

$\sigma \rightarrow \sigma_s$ で塑性變形、引張應力が働かないから塑性のみ表れる。

VI. 鑄鐵の壓縮、曲げ及び折り破損機構

(イ) 壓縮破損 Fig. 11 A の如く一次の應力としては均一壓縮應力 σ が生ずる。二次の應力としてはその切り面に垂直な壓縮應力 $\sigma/2$ と切り面に平行な剪斷應力 $\sigma/2$ とが生ずる。一次の壓縮應力によつて黒鉛の谷底に生ずる剪斷應力は $1/2 \alpha_{ks} \sigma$ である。二次の剪斷應力 $\sigma/2$ による黒鉛の谷底に生ずる剪斷應力は $1/2 \alpha_{ls} \sigma$ であるから當然一次の應力による塑性變形が起る筈である。所が黒鉛による切欠は空虚な切欠と見做すことができず黒鉛は非壓縮性故その伸びは成長できない。一方剪斷に對しては黒鉛は殆んど抵抗しないから 45° 面での二次の剪斷應力による伸びは成長する。吾々か鑄鐵の壓縮試驗獨特に薄皮圓筒において 45° 面の破壊面を得るのはこのためである。Fig. 10 によつて α_k 對する σ_{ks} は上昇することがわかつてるのでこの係数を $f(\alpha_{ks})$ とおけばその時の切り強さを τ_s' とすれば、

$$\tau_s' = f(\alpha_{ks}) \tau_s \frac{A - \Delta A_f}{A} \dots\dots\dots (20)$$

Fig. 11 B の如く剪斷應力によつて黒鉛切欠谷底には引張、壓縮の應力が生じ、この引張の應力と切り面に垂直な壓

Fig. 10 Relation of the Notched Specimen and the Normal Specimen (After Kuntze).

Fig. 11 A Shearing Stress of Simple Compressive Stress.

Fig. 11 B Generation of a Concentrated Tensile Stress by the Shearing Stress.

縮の應力とが消失しあつて作用するがこの結局の引張の應力が分離強さを超えれば壓縮試験でも分離破斷することがありうる筈でこの應力集中率は

$$\left\{ 2 + \frac{1}{\sqrt{\frac{t_w}{p}}} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{t_w}{p}} \right\} \times \frac{1}{2}$$

に略々近い。片狀鑄鐵では $\sqrt{\frac{t_w}{p}} = 3$ とすると、上記の係数の値は 0.42 であつて $\alpha_{ks} \approx 3.5$ に比べればずっと小さいのでこの破損が現れる前に切り破損する。所が粒狀鑄鐵では $\sqrt{\frac{t_w}{p}} = 0.5$ とすると上記係数の値は 1.9 となり $\alpha_{ks} \approx 1.5$ に近いので場合によつては粒狀鑄鐵では兩者の混つた形式の破損が現われる可能性がある*。

* 但し $\sqrt{\frac{t_w}{p}}$ を 3 (片狀) または 0.5 (粒狀) に採ることは既出の α_f を 7 とし α_n を 2 とすることにそれぞれ對應するから、この採り方には多分の任意性があり確定的なことはいえない。

次に二次元応力の場に擴張した場合を取扱う。

$\sigma_x > 0, \sigma_y > 0, \sigma_z = 0$ の case は問題にならず最大主應力説通りである。 $\sigma_x = 0, \sigma_z = 0, \sigma_y < 0$ であれば上述の如く $\sigma_y/2$ によるり破損である。破面は荷重方向に 45° の面であり α_{ks} なる應力集中による見掛けのり強さの増加の状況が炭素量によつて異なるが $\sigma_{-B} = (3 \sim 4) \sigma_B$ の関係があるが略々近い。

$\sigma_x > 0, \sigma_y < 0, \sigma_z = 0$ の時、片状黒鉛鑄鐵では $\sigma_x < \sigma'_f$ で

$$\tau_{sf}' = \frac{\sigma_y + \sigma_x}{2} \dots\dots\dots(21)$$

で律せられ $\sigma_x \gg \sigma'_f$ では $\sigma_x = \sigma'_f$ で律せられる。これを Fig. 12 に示す。実験結果とかなり良い一致を示しているが実験結果の方が若干り破損をする限界が廣い。これを鑄

Fig. 12 Comparison of Matsumoto's Theory for Cast Iron with the Experimental Data

鐵のようなものに特有かどうか検討すると、各種の軟質といわれる材料では一般的に最大剪断應力説が統計的に見てあらい近似で成立しているつことが実験結果からでてくる

内部摩擦説を取入れると、 τ_s を純粋のり強さ、 σ_p をり面に垂直の壓縮應力、 τ_{sf}' を見掛けのり強さ、 f を係数とすれば

$$\tau_{sf}' = \tau_s + f \sigma_p \dots\dots\dots(22)$$

二次元應力の場では $\alpha = \tan^{-1} f$, $\sin \alpha = (2kf - 1)$ とおくと

$$\sigma_x - \left(\frac{1 - kf}{kf} \right) \sigma_y = \sigma \dots\dots\dots(23)$$

となつて適當に k_f を定めると Fig. 12 の一點鎖線の如く示される。

これによつては実験値が計算値よりはずれものも多く

** $\Delta A_n/A \approx 0.168$ として計算しているから既述の如き不確かさが伴う。

(21) 南日實, “材料強弱及び弾性學”養賢堂。

なるので実験値を組織中の黒鉛切欠の散亂以外にも求めねばならぬが寧ろ本考察の立場からは一應り強さの切欠による上昇のみの効果としてとめて置く。

(ロ) 鑄鐵の曲げ、折り破損機構

鑄鐵をパーライト或いはフェライトと切欠作用を有するグラファイトよりなる系として既に引張、壓縮破損機構について極めて定性的に述べた。

鑄鐵においては片状の場合、引張に對する應力集中率 α_{kt} を 6~7, 剪断に對しては從つて 3.5~4 とする。この場合地の鋼のり強さは見掛け上の係數に應じて上昇する。つまり鑄鐵それ自体の τ_s は上昇する。鋼の振りの場合に述べたように、振りによつて生ずる剪断應力に等しい垂直應力が 45° の面のすね面に生ずる。鑄鐵の引張強さを前述の如く

$$\sigma'_f = \frac{\sigma_t}{\alpha_{kt}} \cdot \frac{A - \Delta A}{A}$$

とし、一方、見掛けのり強さは $\tau_{sf}' = f(\alpha_{ks}) \cdot \tau \frac{A - \Delta A_f}{A}$, 今 $\alpha_{kt} = 6, f(\alpha_{ks}) = 3.5$ で炭素量 0.8% 前後の鋼と鑄鐵の地が等價とすると $\sigma'_f = 20 \text{ kg/mm}^2$, $\tau_{sf}' = 38 \text{ kg/mm}^2$ で

$$\sigma'_f < \tau_{sf}' \dots\dots\dots(24)$$

故、垂直應力による分離破断を呈し実験結果は概ね満足するが、薄肉圓筒になるほど実験値が接近するのは均一應力分布と見做せるに到るからである。黒鉛の形状が粒状の場合は α_{kt} を引張りで 2 位、剪断で α_{ks} を 1.5 位とすると σ'_f がそれほど低まらず τ_{sf}' が上らないので(上述の計算をすれば $\sigma'_f = 80 \text{ kg/mm}^2$, $\tau_{sf}' \approx 30 \text{ kg/mm}^2$ 程度で)

$$\sigma'_f > \tau_{sf}' \dots\dots\dots(25)$$

故り降伏を示す。

曲げ破損は應力分布が一様でないという條件と共に引張と壓縮が同時に行われるという條件が加わる點に留意すべきである。曲げ破損は表皮における垂直應力によつて決定される故、Neuber の $(1 + 2\sqrt{\frac{t_w}{\rho}})$ に依存する關係でなければならぬ。所が実験結果は寧ろ $(1 + \sqrt{\frac{t_w}{\rho}})$ に近い。さて鑄鐵の如き引張と壓縮で彈性係數の異なる材料の曲げ破損においては既に Bach が解明したように引張側における應力が上昇しないという事實に着目しなければならない。こゝで見掛けの曲げ強さ σ_b と引張強さ σ'_f の關係を求めると、Nannichi によつて⁽²¹⁾

$$\begin{aligned} \sigma_b &= \mu_0 \sigma'_f \sqrt{\frac{e}{z_0}} \\ &= \frac{1}{\delta \alpha_{kt}} \cdot \frac{A - \Delta A_f}{A} \sigma_t \dots\dots\dots(26) \end{aligned}$$

こゝで e は axis of bending から tension skin 迄の距離、 z_0 は axis of bending から、axis of bending より tension side にある斷面積の重心までの距離、

$\delta = \frac{1}{\mu_0} \sqrt{\frac{z_0}{e}}$ である。

曲げの場合も表面應力の α_{kt} 倍で黒鉛の谷底に割れが出

きるのであつて唯表面應力が見掛けの應力の $1/\delta$ の引張しか生じないことに原因がある。破断附近では μ_0 が断面の形による係数で $1 \sim 1.33$, $\sqrt{\frac{z_0}{e}}$ は長方形断面で $1/1.414$, また圓形断面では $1/1.53$ なので δ は $0.5 \sim 0.7$

位となるので曲げの時の應力集中係数が $(1 + \sqrt{\frac{tw}{p}})$ に近い値をとつたのは $(1 + \sqrt{\frac{tw}{p}})$ を取るものではなく $\delta (1 + 2\sqrt{\frac{tw}{p}})$ を取るのであつて引張の場合と同様に表面應力が $(\sigma_t/\alpha k t)(A - \Delta A_f)/A$ に達すれば破損することには變りないのである。

VIII. 鋼, 鑄鐵の外部切欠効果

鑄鐵は黒鉛によるマイクロ切欠を有する。これに外部切欠を施せばその重疊として當然解析されねばならない。この場合、材料力學による應力集中率の各相乗積が應力集中率となりこれを尖鋭切欠として修正しその値がその材料の限界値と如何なる關係にあるかを論ずべきか、ミクロ的な應力集中率を乗じこれを更に尖鋭切欠として修正した値をもつて論ずべきか、それぞれを修正したものの相乗積が臨界値を越える場合更に修正して論ずべきかは極めて重要な問題である。然し片狀黒鉛の場合はマイクロ切欠による應力集

中係数が既に修正した値でも限界を超えているから外部切欠に依存せず破損は凡てマイクロ切欠効果によつて定まるとおける。このようなことにより鋼には當然切欠効果はあるが片狀鑄鐵においては無い。

IX. 結 言

(i) 迂り、分離の二破損機構説の三次元應力状態への擴張を取扱い、二次元應力状態での鐵鋼材料の破損の標準型を示した。

(ii) 鋼の比例限, 降伏點, 彈性係数を迂り強さ, 分離強さ, 彈性係数等の異なるパーライト及びフェライトの二相系として説明した。

(iii) 鑄鐵の比例限, 降伏點, 彈性係数, 引張強さを鑄鐵が黒鉛部と鋼部の二相よりなる系として取扱い、黒鉛の切欠効果, 鋼部分面積の減少を主因として極く粗く定性的に考察した。

(iv) ゆるい應力傾斜の曲げ, 振りに對する擴張と壓縮破損に對する擴張を行つた。

(v) 鋼, 鑄鐵の切欠効果の相異は鑄鐵黒鉛部の切欠効果のあるなしによつて生ずることを述べた。

本研究が工大山田教授, 東大太越教授の御指導御批判を受けたことは筆者の深く感銘惜かざる所であります。