極低炭素鋼板単結晶のランクフォード値*

長 島 晋 一** 関 野 昌 蔵** 加 藤 弘**

Shin'ichi Nagashima, Shozo Sekino and Hiroshi Kato : Plastic Strain Ratio of Single Crystals of Low Carbon Steel. The plastic strain ratio R of single crystals of low carbon steel has been determined by a method of tensile test. From consideration of the deformation due to slip, R -value can be described as $R = \tan^2 \theta$, where θ is the angle between the thickness direction and the projection of operative slip direction onto a plane which is perpendicular to the axis of specimen. R -value obtained from the tensile test and that calculated from the above equation showed a considerably good agreement. Calculation has also been made on the plastic strain ratio of some single crystal specimens, the surface of which is parallel to (100), (110), (111) and (112) planes, respectively.

(Received June 13, 1963)

I. 緒 言

鋼板の深絞り性あるいはその試験法に関しては古くから多数の研究が行なわれて来たが、最近の研究によるとランクフォード値(R 値)と深絞り性との間にも密接な関連があるようである^{(1)~(3)}。鋼板の塑性変形の際の異方性の原因とし

ては、鋼板内の介在物の分布状態、結晶粒の形状、スキンプラスあるいはレベラー加工による残留応力などの因子が挙げられるが、 R 値は鋼板内の結晶の優先方位、すなわち集合組織がその重要な因子であると考えられる。

この見地から Burns, Heyer⁽⁴⁾ は低炭素および珪素鋼板の特定の方位を持つものについて、 $\bar{1}11$ 面および $\bar{1}10$ 方向

** 八幡製鉄技術研究所物理研究室 (Technical Research Laboratory, Yawata Iron & Steel Co., Ltd., Yawata)

* 1963 年 4 月本会東京大会に発表

(1) W.J.Lankford, S.C.Snyder and T.A.Bansher: Trans.ASM, **42** (1950), 1197.

(2) R.L.Whiteley: Blastfurnace and Steel Plant, **48** (1960), 1245; Trans. ASM, **52** (1960), 154.

(3) R.L.Whiteley, D.E.Wise and D.J.Blickwede: Sheet Metal Ind., **38** (1961), 349.

(4) R.S.Burns and R.H.Heyer: Sheet Metal Ind., **35** (1958), 261.

を考慮して R 値を推定した。最近本研究終了後発表された Elias, Heyer, Smith⁽⁵⁾ の研究では、まず実用鋼板の極点図 [(222) による] を実験的に求めておき、 R 値は (1) 迂り面には関係なく迂り方向のみによつてきまり、(2) 活動迂り方向 (actual slip direction) は剪断応力最大の方向に最も近い $\langle 111 \rangle$ であると仮定して図式的に求めた。

著者らはこれとは逆にまず低炭素鋼の薄板状単結晶の引張り試験によつてそれらの R 値を実測し、つぎに結晶方位のデータのみから求められる計算式を迂り機構の考察から導き、この両者を比較検討したので以下これについて述べる。

II. 実験方法および結果

1. 試料および実験方法

試料を作るための素材には Table 1 に示す成分のリムド鋼を使用した。

Table 1 Chemical composition of material.

C	Si	Mn	P	S	Cu	Cr
0.050	0.011	0.36	0.020	0.024	0.039	0.014

厚さ 0.8 mm の鋼板から $8 \times 150 \text{ mm}^2$ の板を切り出し、湿水素気流中で 800°C に加熱焼鈍して 0.001 % C 以下に脱炭し、再結晶法によつて結晶を成長させ、試料の中央部に巾および厚さは試料全域にわたり、長さは 30~50 mm の大きな結晶ができていものを使つて引張り試験を行ない、 R 値を求めた。巾および厚さはマイクロメーターを使用し、試料の長さ方向に 5 mm 間隔で測定しその平均値をとつた。塑性変形前後の巾および厚さをそれぞれ $w, t; w', t'$ とすると、 R の値は次式で示される。

$$R = \ln(w/w') / \ln(t/t') \\ = \epsilon_w / \epsilon_t \quad (1)$$

結晶の方位は X 線ラウエ法によつて決定し、変形後再び

その方位を確かめて変形に伴う結晶の回転の様子を調べた。長い試験片をそのまま取付けられる精度のよいゴニオメータが得られなかつたので、試料に垂直に X 線を入射させて撮影した 1 枚の透過ラウエ写真からステレオ投影を行ない、直径 200 mm のウルフ網を使つて結晶方位を求めたので、方位の測定精度はほぼ $\pm 3^\circ$ であつたが、試料によつては $\pm 5^\circ$ をこえるものがあつた。

実験に使用した結晶の板面および試料軸 (引張方向) は Fig. 1 に示す通りである。

Fig. 1 Orientation of specimen, (a) pole of specimen surface, (b) axis of specimen.

● : actual slip direction [111]
○ : actual slip direction $\bar{[111]}$
× : actual slip direction not clear.

2. 実験結果

引張り試験の結果は Table 2 に示した。第 2 欄は引張変形量、第 3, 4 欄は巾および厚さ方向の対数値、第 5 欄は式 (1) によつて求めた R の実験値である。なお試料の変形後の方位を調べると、Fig. 1 (b) 中に白丸で示した試料は $\bar{[111]}$ が活動迂り方向であり、黒丸で示した試料は $[111]$ であつた。×印で示した No. 14 および No. 20 は迂り方向が $[011]$ と考えられる回転をした。

III. 結晶方位よりの R 値の計算式

体心立方晶の鉄あるいは合金鋼単結晶の軸 $[uvw]$ 方向に

Table 2 R -values observed in tensile tests and those calculated from slip directions.

Specimen	Longitudinal Strain (%)	$\log \frac{w'}{w}$	$\log \frac{t'}{t}$	R_{obs}	$\theta_{\text{calc}} (^\circ)$		$\theta_{\text{obs}} (^\circ)$	R_{calc}	
					$\tan^{-1} \sqrt{R_{\text{obs}}}$	$\tan^{-1} R_{\text{obs}}$		$\tan^2 \theta_{\text{obs}}$	$\tan \theta_{\text{obs}}$
1	9.7	0.0161	0.0141	1.14	47	49	46	1.08	1.04
2	10.0	0.0014	0.0079	0.18	23	10	16	0.09	0.29
3	10.0	0.0004	0.0302	0.13	20	7.5	16	0.09	0.29
5	8.0	0.0220	0.0000	∞	90	90	82	50.7	7.1
8	10.0	0.0084	0.0231	0.36	31	20	6	0.01	0.10
9	10.0	0.0016	0.0231	0.07	15	4	11	0.04	0.19
10	10.0	0.0008	0.0108	0.07	15	4	10	0.03	0.18
11	10.5	0.0364	0.0042	8.7	71	83.5	79	26.0	5.14
13	10.0	0.0029	0.0145	0.20	24	11	13	0.05	0.23
14	15.0	0.0147	0.0101	1.46	50.5	55.5	76	16.0	4.0
19	10.0	0.0142	0.0197	0.72	40.5	36	26	0.24	0.49
20	10.0	0.0114	0.0000	∞	90	90	35	0.42	0.65
22	11.0	0.0070	0.0221	0.32	29.5	17.5	18	0.10	0.32
29	10.0	0.0045	0.0192	0.23	26	13	26	0.24	0.49

(5) J.A.Elias, R.H.Heyer and J.H.Smith: Trans. Met. Soc. AIME, 224 (1962), 678.

引張変形を加えるとき、迂り面 $\{hkl\}$, 迂り方向 $[rst]$ である迂り系における剪断応力は次式で表わされる。

$$\tau = \frac{F}{A} \frac{(ru+sv+tw)(hu+kv+lw)}{\{(r^2+s^2+t^2)^{1/2}(h^2+k^2+l^2)^{1/2}(u^2+v^2+w^2)\}} \quad (2)$$

ただし F は試料に加えた外力, A は試料の断面積である. 今かりに体心立方晶の 3 種類の 1 面 $\{110\}$, $\{112\}$, $\{123\}$ 上の臨界剪断応力が等しいと考えれば, 引張り方向と活動 1 系との関係は Fig. 2⁽⁶⁾ のようになる. しかし, 3.4% Si を含む珪素鉄の単結晶においては 1 面によつて臨界剪断 応力は異なり

$$\tau_{123}=1.07 \tau_{110}, \quad \tau_{123}=0.99 \tau_{112} \quad (3)$$

である⁽⁷⁾. 炭素鋼においてもこれに似た傾向があるならば, Fig. 2 に示すステレオ三角形内の 1 系の境界は矢印の方向へわずかに移動すると考えられる. 事実 Fig. 1 をよく検討すると, $[\bar{1}11]$ 1 系を行なう領域は Fig. 2 よりもわずかに狭くなり, No. 13 および No. 9 は $[111]$ 1 系領域に入っている.

Fig. 2 Subdivision of stereographic unit triangle showing operative slip systems. (After Opinsky, Smoluchowski)

つぎに, 引張変形に基づく試料断面の形状変化を以下にあげるような仮定をおいて考えて見る. (1) 一度 1 系がはじまると, 加工硬化によつてその系における 1 系が困難になるまでは他の系での 1 系は起らない. (2) 引張変形によつて活動 1 系方向は試料軸の方向に回転し, 1 面は試料の引張り方向および 1 系方向に垂直な軸のまわりに回転する. (3) したがって試料断面において 1 面が回転する軸の方向の寸法は不変であり, これに垂直方向における寸法変化が最大である. (4) 変形前後の試料の体積は不変である.

このような仮定のもとに, 板状試料に変形を与えた場合を考える. 試料の長さ, 巾, 厚さをはじめにそれぞれ $l, w,$

t , 変形後の寸法をそれぞれ l', w', t' , 歪みをそれぞれ $\epsilon_l, \epsilon_w, \epsilon_t$ とする. また試料の厚さ方向を x , 巾方向を y , 長さ方向を z 軸とし, 1 系方向と z 軸を含む平面と xz 平面とのなす角を θ とする. ϵ_t が余り大きくないときは

$$\epsilon_t = -\epsilon_l \cos^2 \theta, \quad \epsilon_w = -\epsilon_l \sin^2 \theta^* \quad (4)$$

となるから, R の値は次式で与えられる.

$$R = \tan^2 \theta \quad (5)$$

この角 θ の値はステレオ投影図から簡単に求めることができる. まず試料の軸の極 P をステレオ三角形 001, 011, $\bar{1}11$ 内に記入し, そのときの試料の板面 および側面の極 T および W をもそれぞれ記入する. Fig. 3 はその一例を示したものである. 試料を P の方向に引張つたときの活動 1 系方向は Fig. 2 から直ちに求めることができる. P が境界の近くにあつていずれの方向に 1 系するか明らかでないときは P

Fig. 3 Determination of θ from the stereographic projection diagram.

と $\langle 111 \rangle$ の角 λ および P と 1 面 $\{hkl\}$ との角 ϕ を図上で測定して, $\cos \lambda \cos \phi$ が最大になる組合せを求め, 1 系方向を決定する. つぎに P と活動 1 系方向を通る大円をかき, W と T を通る大円との交点を Q とすると, Q, T 間の角が θ である. こうして求めた θ から (5) 式を用いて R 値を計算するのである.

IV. 結晶方位から計算した R 値と実験値との比較

Table 2 の第 8, 9 欄には本実験に用いた単結晶の方位から求めた θ と R 値を示し, 第 5 欄の実験値と対比させた. 参考までに Elias ら⁽⁶⁾ の計算式 $R = \tan^2 \theta$ によつて求めた R 値を第 10 欄に示した. R 値の誤差は, R_{obs} においては $R=1$ 付近で約 7% である. R_{cal} においては, θ を直径 200 mm のウルフ網で求めたときの精度が約 $\pm 5^\circ$ になったので, R 値は $\theta=45^\circ$ のとき $-0.71 \sim 1.42$ の巾を持つ. Table 2 の第 6 欄に $R_{obs} = \tan^2 \theta'$ として求めた θ' の値を示したが, これと第 8 欄の θ_{obs} とを比較すると, No. 8, 14 および 20 以外のものは両者の差が 11° 以内であり, そ

(6) A. J. Opinsky and R. Smoluchowski: J. Appl. Phys., **22** (1951), 1380.

(7) A. J. Opinsky and R. Smoluchowski: J. Appl. Phys., **22** (1951), 1488.

* 付録 (1) 参照.

の半数は差が 5° 以内である。したがって本実験の精度の範囲ではかなりよく合っているといえよう。試料 No. 8, 14, 20 において R_{obs} と R_{calc} との差が大きい理由はつぎのように考えられる。まず No. 14 について考えると、この試料は Fig. 2 を参照すると明らかなように、一応 $2\bar{1}3/111$ 向き系に属しているが $2\bar{1}3/\bar{1}11$ および $\bar{1}01/111$ 向き系にも近い場所にある。さらに、 $2\bar{1}3/111$ 向きが起ると試料軸は回転して $001-011$ をこえ、ステレオ三角形 $001-011-111$ 内に入ると $2\bar{1}3/\bar{1}11$ 向きが起り、交叉向きを行なうと考えられる。したがって試料軸は結果的には $[011]$ 方向に回転すると推測される。事実結晶方位を調べると、試料軸は引張変形後 $[011]$ 方向に回転している。変形の最初から $[011]$ 向きが行なわれたものと仮定すると $\theta=44^\circ$, $R=0.93$ となつて実験値に近い値が得られる。同様の 2 方向の向きが No. 8 についても起ると仮定すると $\theta=45^\circ$, $R=1.0$ となる。しかし実際には $[\bar{1}11]$ 方向および $[111]$ 方向の交叉向きが起つた場合と $[\bar{1}11]$ 方向のみの向きが起つた場合との中間の値を示しているため、試料の形状の影響あるいは結晶の両端の拘束の影響をうけて複雑な向きが行なわれたものと考えられる。No. 20 は変形前後の結晶の方位からは試料軸が $[011]$ 方向へ回転しているが、結晶の方位のみを考慮してはこのような回転は説明が困難である。この試料をよく観察すると粗大結晶の中に異なる方位をもつ 1mm^2 以下の微小結晶が若干混っているため、肉眼で認めたい微小結晶もなおいくらか混在していて、複雑な変形をしたものであろうと考えられる。

V. 考 察

以上のように結晶の方位がわかれば計算あるいは作図によつて R 値が求められる。炭素鋼板および珪素鋼板の冷延および再結晶集合組織の主方位は $(001) [110]$, $(110) [\bar{1}\bar{1}0]$, $(111) [11\bar{2}]$, $(112) [\bar{1}\bar{1}0]$ あるいはこれからわずかに偏つた方位であるので、これらの面が板面に平行な単結晶薄板を基準方向およびこれと直角な方向までの中間の方向に引張つたと考えたときの R 値を計算して Fig. 4 (a)~(d) に示した。図の上方は R 値で実線は本研究で導いた $R=\tan^2\theta$ 、破線は Elias らの式 $R=\tan\theta$ によるものである。下方に示したのは向きが起る際の向き面に働く有効剪断応力 ($\tau'=\cos\phi\cos\lambda$) である。この τ' は臨界剪断応力が向き面の種類に関係なく等しいと考えて計算したものである*。

また $R=\tan^2\theta$ と $R=\tan\theta$ との優劣については実験値との一致の程度は、Table 2 の第 9, 10 欄に示した R_{calc} と第 5 欄の R_{obs} とを比較してもわかるように本実験の範囲からは甲乙をつけがたい。一方式の上からは、上述の仮定 (1) を拡張して、剪断応力の等しい 2 組の向き系においては同時に向きがおきると考える場合には $\tan^2\theta$ を使用

する方が便利である。すなわち系 1, 2 で起つた向きの体積率をそれぞれ n_1, n_2 とすると全体の R 値は

Fig. 4 Predicted plastic strain ratio R and effective resolved shear stress for various directions of bcc single crystal plates.

$$\left. \begin{aligned} R_s &= (1 + D_s') / (1 - D_s') \\ D_s' &= n_1 D_1' + n_2 D_2' \\ D_i' &= (R_i - 1) / (R_i + 1) \\ i &= 1, 2, \dots \end{aligned} \right\} (6)$$

で表われ、単純向きを行なうときの R 値 R_1, R_2 から直ちに求めることができる*。

さらに最近の文献によると Hosford⁽⁸⁾ は軟鋼においては $\langle 111 \rangle$ 方向のペンシル・グライドが起ると考え Schmidt の関係を用いて同じく $R=\tan^2\theta$ を導いている。この式を用いると変形前後に体積は不変であるという仮定が満足される点からも Elias らの式よりは優れている。

VI. 結 論

(1) 極低炭素鋼板の単結晶について引張り試験を行ない、ランクフォード値 R を実験的に求めた。

(2) 引張変形前後の結晶の回転から求めた活動向き系は

* 臨界剪断応力が (3) 式に示す関係を持つと考えたときの活動向き面上の有効剪断応力は τ' と大差がないのでこの図には記入しなかつた。

* 付録 (2) 参照。

(8) W.F. Hosford: Trans. AIME, 227 (1963), 272.

Opinsky らの方法によつて求めたものとよく合うことを確認した。

(3) 簡単な迂り現象の考察によつて、結晶方位を示す数値から求められる R 値の計算式 $R = \tan^2 \theta$ を導いた。ただし θ は引張り軸に垂直な面への迂り方向の正射影と厚さ方向とのなす角度である。

(4) その計算によつて求めた R 値と実験値とは比較的良好一致を示した。

(5) 特定な方位を持つ若干の単結晶薄板の種々な方向の R 値を計算した。

終りに、本研究について御指導を賜つた大阪大学西山善次教授に心から御礼を申上げる。また単結晶試料の作製および R_{obs} の測定には武田達雄君、X線による結晶方位測定には築城盛厚君の御協力を得たことを附記しここに謝意を表する

付 録 (1)

板状試料の変形を Fig. 5 のように考える。変形前の板厚、巾、長さ方向をそれぞれ、 x, y, z 軸にとり、迂り方向

Fig. 5 Deformation of unit volume during tensile test.

の xy 面への正射影が x 軸となす角度を θ とする。試料内に $OABC-DEFG$ で示す角柱を考え、 $\overline{OA}=t$ 、 $\overline{OC}=w$ 、 $\overline{OD}=l$ とする。迂り変形をうけて z 軸が、 O_z と迂り方向を含む面で β だけ回転し、 $OABC-D'E'F'G'$ となつたとしよう。実際は引張り変形なので、迂りによる β なる軸の回転は結晶の回転により補償され、 O_z は常に O_z と一致している。しかしこの 2 重の回転のうち後半は剛体としての回転と考えられるので、長さの変化はない。したがつて Fig. 5 について考えれば十分である。 O_z に直交する平面 U に変形後の巾、厚さが現われる。したがつて U に平行で原点を通る平面 V を考え、 V と $\overline{AE'}$ 、 $\overline{CG'}$ (の延長) の交点をそれぞれ M, N とすると、 $\overline{OM}=t'$ 、 $\overline{ON}=w'$ 、 $\overline{OD'}=l'$ である。

$\overline{OD'}$ 、したがつて $\overline{AE'}$ の xyz に対する方向余弦は、 $\{\cos$

$\theta \sin \beta, \sin \theta \sin \beta, \cos \beta\}$ であるから、 $\overline{AE'}$ の方程式は

$$\frac{x-t}{\cos \theta \sin \beta} = \frac{y}{\sin \theta \sin \beta} = \frac{z}{\cos \beta} \quad (7)$$

一方平面 V の方程式は

$$x \cos \theta \sin \beta + y \sin \theta \sin \beta + z \cos \beta = 0 \quad (8)$$

(7)、(8) により交点 M の座標 (x_1, y_1, z_1) は

$$\{t(1 - \cos^2 \theta \sin^2 \beta), -t \sin \theta \cos \theta \sin^2 \beta, -t \cos \theta \sin \beta \cos \beta\} \text{ となる。}$$

故に $t' = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} = t \sqrt{1 - \cos^2 \theta \sin^2 \beta}$ (9)

全く同様に $w' = w \sqrt{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \beta}$ (10)

したがつて $\left. \begin{aligned} t'/t &= \sqrt{1 - \cos^2 \theta \sin^2 \beta} \\ w'/w &= \sqrt{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \beta} \end{aligned} \right\} \quad (11)$

$$\text{また } l'/l = 1/\cos \beta = 1/\sqrt{1 - \sin^2 \beta} \quad (12)$$

なお $\beta \ll 1$ なるときは $\sin^2 \beta \ll 1$ 、また $x \ll 1$ ならば $\ln(1+x) \approx x$ であるからこの近似を用いると

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_l &= \ln(l'/l) = 1/2 \sin^2 \beta \\ \epsilon_t &= \ln(t'/t) = -1/2 \cos^2 \theta \sin^2 \beta = -\epsilon_l \cos^2 \theta \\ \epsilon_w &= \ln(w'/w) = -1/2 \sin^2 \theta \sin^2 \beta = -\epsilon_l \sin^2 \theta \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\text{従つて } R = \epsilon_w / \epsilon_t = \tan^2 \theta \quad (14)$$

付 録 (2)

二つの迂り系で迂りが起つた場合、それぞれの迂り系における変形量を $\epsilon_{w1}, \epsilon_{t1}; \epsilon_{w2}, \epsilon_{t2}$ とし、系 1, 2 で起つた変形部の体積率を n_1, n_2 とする。平均のランクフ ォード値は

$$\left. \begin{aligned} R_s &= (n_1 \epsilon_{w1} + n_2 \epsilon_{w2}) / (n_1 \epsilon_{t1} + n_2 \epsilon_{t2}) \\ n_1 + n_2 &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

で表わされる。単純迂りを行なう場合に

$$D' = (R-1)/(R+1) \quad (16)$$

なる値を考え、これに (14) 式を代入すると

$$D' = \sin^2 \theta - \cos^2 \theta \quad (17)$$

したがつて

$$\left. \begin{aligned} 1 + D' &= 2 \sin^2 \theta \\ 1 - D' &= 2 \cos^2 \theta \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$\text{また } R = (1 + D') / (1 - D') \quad (19)$$

となる。(15) 式から

$$\begin{aligned} R_s &= \frac{n_1 \epsilon_{w1} + n_2 \epsilon_{w2}}{n_1 \epsilon_{t1} + n_2 \epsilon_{t2}} = \frac{n_1 \sin^2 \theta_1 + n_2 \sin^2 \theta_2}{n_1 \cos^2 \theta_1 + n_2 \cos^2 \theta_2} \\ &= \frac{n_1(1 + D'_1) + n_2(1 + D'_2)}{n_1(1 - D'_1) + n_2(1 - D'_2)} = \frac{1 + (n_1 D'_1 + n_2 D'_2)}{1 - (n_1 D'_1 + n_2 D'_2)} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\text{また } R_s = (1 + D'_s) / (1 - D'_s) \quad (21)$$

で表わされるから (20) と (21) より

$$D'_s = n_1 D'_1 + n_2 D'_2$$

となる。一般に迂り系が m 個のときも同様に

$$D'_s = \sum_{i=1}^m n_i D'_i$$

となる。なお (14) 式において $w' - w$ 、および $t' - t$ が極めて小さい場合には R の内容のいかにかわらず (15) 式から (22) 式を導くことができる。