3 軸の応力系による面心立方金属の 圧延集合組織の発達について

上 城 太 一*

Taichi Kamijo: The Development of Rolling Textures in F.C.C. Metals due to a Triaxial Stress System. Slip rotations occurring during rolling are considered to be due to a triaxial stress system, in which the three stresses are σ , a compressive stress normal to the rolling plane, $-n\sigma$, a tensile stress parallel to the rolling direction and $(1-n)/2 \cdot \sigma$, a compressive stress parallel to the transverse direction. If the direction cosines of each stress axis with respect to the slip plane normal and slip direction are represented, the total resolved shear stress acting on the slip system is given by:

$$\tau = \sigma \{ \cos \phi_1 \cos \lambda_1 + (1-n)/2 \cdot \cos \phi_3 \cos \lambda_3 - n \cos \phi_2 \cos \lambda_2 \}.$$

In case of the triaxial stress system where two compression axes exist, displacements of the rolling plane normal in a standard stereographic projection will depend on the ratio of component of resolved shear stresses owing to the two compressive stresses. When the effect of the tensile stress can be ignored, the transverse compressive stress causes the transverse direction to move to the slip plane normal and the normal compression rotations lead the rolling plane normal towards the slip plane normal. In consequence, the displacements of the rolling plane normal will be composed of those which arise from two compressive stresses.

When a lateral spread occurs at $\cos \phi_3 \cos \lambda_3 < 0$, it will be necessary to operate the slip system which accommodates the lateral spread. In case that $\cos \phi_3 \cos \lambda_3$ is nearly zero, the slip rotations on the triaxial stress system will be consistent with that on the biaxial stress system, since the effect of the transverse compressive stress can be ignored.

It can be concluded that the three stress axes should be considered to act together in order to investigate the texture development from slip rotations occurring during rolling.

(Received April 16, 1965)

I. 緒 論

圧延集合組織に関する従来の理論は、予想される方位の安定性から集合組織を説明し、それに至る過程を無視するか⁽¹⁾、その発達を引張組織と圧縮組織を形成させるすべり回転の組合されたものと仮定していた⁽²⁾⁽³⁾。最近 Dillamore⁽⁴⁾と Roberts は 2 軸の応力系を考え、分解せん断応力が最大となる一つまた二つの $\{111\} \langle 112 \rangle$ 型のすべり系の活動のみによつて圧延集合組織が形成されると仮定し、広範囲に交叉すべりを起さないような条件のもとでは、いわゆる“alloy type”の $\{110\} \langle 112 \rangle$ 方位が圧延の最終安定方位であることを説明した。しかし圧延による変形は 3 軸の応力によつて起る以上、圧延の際のすべり回転も 3 軸の応力系によるものと考えらるべきであろう。その三つの応力は圧延面に垂直な圧縮応力 σ_1 、圧延方向に平行な引張応力 σ_2 および横方向に平行に働く応力 σ_3 である。 σ_2 は $\sigma_2 = -n\sigma_1$ と置くことが出来る。 n は 1 より小さな正の数で圧延の条件すなわちロール半径、ロール表面と材料の間の摩

擦係数、1 回の圧下率、材料の変形強度などによつて変る材料の厚さに比べて十分幅が広い場合には、幅方向の歪 ϵ_3 が零となり、よく知られた関係式 $\epsilon_3 = K \{ \sigma_3 - (\sigma_1 + \sigma_2) / 2 \} = 0$ から σ_3 が求まる。

$$\sigma_3 = (1-n)/2 \cdot \sigma_1 \quad (1)$$

(1) 式より、 σ_3 が横方向に幅広がりを押える力として働く圧縮応力であることがわかる。今すべり面法線 S.P.N., すべり方向 S.D. 圧縮軸 C.A. ならびに引張軸 T.A. を Fig.

Fig.1 Coordinates for calculating resolved shear stresses.

1 のごとく定め、 σ_1 , σ_3 および σ_2 に対するすべり面法線およびすべり方向の方向余弦をそれぞれ h と h' , h と h' ならびに l と l' とすると Fig.1 のすべり面における全分

* 横浜国立大学工学部 (The Faculty of Engineering, Yokohama National University, Yokohama)

- (1) M. R. Pickus and C. H. Mathewson: J. Inst. Metals, **64** (1939), 237.
- (2) E. A. Calnan and C. J. B. Clews: Phil. Mag., **41** (1950), 1085.
- (3) F. Haessner: Z. Metallk., **54** (1963), 98.
- (4) I. L. Dillamore and W. T. Roberts: Acta Met., **12** (1964), 281.

解せん断応力は次式で与えられる.

$$\tau = \sigma_1 \{h \cdot h' + (1-n)/2 \cdot k \cdot k' - n \cdot l \cdot l'\} \quad (2)$$

また各方向余弦の間には

$$h \cdot h' + k \cdot k' + l \cdot l' = 0 \quad (3)$$

式が成立つ.

したがって三つの応力にそれぞれ等方性応力を加減しても、分解せん断応力の値は変わらない. そこで (2) 式の三つの成分に $-(1-n)/2 \cdot \sigma$ の引張応力を加えると分解せん断応力は次式のごとくなる.

$$\tau = \sigma_1 \{ (1+n)/2 \cdot k \cdot k' - (1+n)/2 \cdot l \cdot l' \} \quad (4)$$

(4) 式においては横方向の応力 σ_3 が零となり、圧延面に垂直な圧縮応力と圧延方向の大きさの等しい引張応力が作用する場合に還元されたことになる. すなわち 3 軸の応力系によるすべり系の分解せん断応力の大きさは 2 軸の応力系によるそれに等しい. しかし等方性応力を加えることが、すべり回転に影響をおよぼすかどうかは重要な問題であり、圧延の際のすべり回転に対し 3 軸の応力系を考えるべきか否かはその点に帰着する. たとえば面心立方金属を引張つた場合には、[112] 方向が引張軸に平行となるが、その引抜組織は [111] 方向ならびに [100] 方向が繊維軸になっている. これはダイス壁からの圧縮力によつて自由な変形が出来なかつた結果である. したがって圧延の場合にも幅広がり阻止する圧縮応力 σ_3 がすべり回転に貢献することが予想される. 幅広がり起さないように変形するためにはすべり面法線は真直ぐ σ_1 の方向に向つて回転することは出来ずもつと複雑な挙動を示すはずである. 本論文は 3 軸の応力系の場合圧延によるすべり回転がどのように進行するか、(001) 標準ステレオ投影上で考える上で基礎となるべき回転の方向を決める仮説を提案するものである. ここで圧延変形は 5 個以上のすべり系によつて行なわれるが、圧延集合組織の発達には主に分解せん断応力の最も大きな二つのすべり系の活動によるものと仮定した.

II. 理 論

一軸の応力による変形の場合、圧縮応力ではすべり面法線が圧縮応力軸に、引張応力ではすべり方向が引張応力軸に向つて回転することはすでに認められている. 3 軸の応力系の場合にもすべり方向は一般に引張応力軸すなわち圧延方向に回転するものとする. すべり面法線は圧縮応力軸が二つあるので、その回転は分解せん断応力の成分の大きさに依存している. すなわち回転方向は σ_1 と σ_3 の大きさにらびに σ_1 と σ_3 に対する方向余弦の大きさによつて変る. そこで種々の場合に分けなければならないが、ロールの直径に比して十分材料の幅が広く、しかもロール表面と材料の間の摩擦係数が小さく、1 回の圧下率が低い場合について考えることにする. このような条件のもとでは n が零に近づき、 $(1-n)/2$ は大略 $1/2$ となり、圧延方向の引張応力の影響が非常に小さくなる.

1. $h \cdot h' > 0, k \cdot k' > 0$ の場合、(3) 式より

$$l \cdot l' < 0$$

(a) $h \cdot h' \gg (1-n)/2 \cdot k \cdot k'$ の場合

σ_3 の影響が無視出来るから、圧延面法線はすべり面法線に、圧延方向はすべり方向に向つて回転する. 横方向の移動はその回転によつて定まる. この場合のすべり回転は 2 軸の応力系のそれに等しい.

(b) $h \cdot h' \approx (1-n)/2 \cdot k \cdot k'$ の場合

σ_2 によつて圧延方向はすべり方向に移動するが、 $h \cdot h'$ が減少し $k \cdot k'$ が増加すると σ_3 の影響が大きくなる. σ_3 による回転は横方向をすべり面法線に向かわせる. 一方 σ_1 は圧延面法線をすべり面法線に向かつて回転させる. σ_2 の影響が僅小であると仮定すれば圧延面法線の回転方向は、 σ_1 による回転成分と σ_3 によるそれをベクトル的に合成させたものとなる.

(c) $h \cdot h' \ll (1-n)/2 \cdot k \cdot k'$ の場合

$h \cdot h'$ が非常に小さい場合には σ_1 による回転は考えなくてもよい. 横方向がすべり面法線に圧延方向がすべり方向に近づくから、圧延面法線はすべり面法線とすべり方向に垂直な方向に向かつて回転するか、圧延方向と横方向の移動によつて定まる方向に回転すると考える.

2. $h \cdot h' > 0, k \cdot k' < 0$ の場合

(a) $h \cdot h' \gg (1-n)/2 \cdot |k \cdot k'|, l \cdot l' < 0$ の場合

$|k \cdot k'|$ が小さい場合には σ_3 が無視出来るから、圧延面法線がすべり面法線に圧延方向がすべり方向に回転し、1- (1) の場合と同様の挙動を示す.

(b) $h \cdot h' > |k \cdot k'|, l \cdot l' < 0$ の場合

$k \cdot k' < 0$ の場合には σ_1 によるせん断応力の成分の向きと σ_3 によるそれが反対になるため、 $|k \cdot k'|$ の増加とともに分解せん断応力が急速に減少する. σ_1 による分解せん断応力の成分の方が大きいので横方向はすべり面法線から遠ざかるように動く. したがって圧延面法線ならびに圧延方向の回転は、その影響をうけながら大略それぞれすべり面法線およびすべり方向に向かう.

(c) $h \cdot h' \approx |k \cdot k'|, l \cdot l' \approx 0$ の場合

σ_1 は圧延面法線をすべり面法線に向かつて回転させ、横方向をすべり面法線から遠ざけるように移動させる. 一方 σ_2 の働きがないので圧延方向はほとんど動かないか、圧延面法線と横方向の回転によつて決まる方向に移動する.

(d) $h \cdot h' \approx (1-n)/2 \cdot |k \cdot k'|, l \cdot l' > 0$ の場合

$l \cdot l' > 0$ となるため圧延方向はすべり方向から遠のくように移動するはずである. しかしこのようなすべり系は分解せん断応力が極めて小さく起りにくいので、それによる回転は考慮する必要がない.

3. $h \cdot h' < 0$ の場合

(a) $|h \cdot h'| \approx 0, k \cdot k' > 0, l \cdot l' < 0$ の場合

$|h \cdot h'|$ がほとんど零のときにのみ意味をもつ. 横方向がすべり面法線に圧延方向がすべり方向に回転する. 1-C に

線ならびに横方向の移動から見るとそれが起らないことになる。しかし矢印 r_1 のごとく少し 3 に向うものとする。

Fig. 3 Total resolved shear stresses of slip systems as a function of their orientations.

つぎに D6 が単独に働いた場合には、横方向が D に向かい、圧延方向は $\bar{6}$ に向って回転する。圧延面法線の移動は前記の両者によつて定まり、矢印 n_2 となる。この矢印の方向が D へは向かつていない点が重要である。というのは 2 軸の応力系では D に向かうとしかいえず正しい回転方向を常に示すことは出来ないからである。二つのすべり系 A3 と D6 が同時に作用した場合、いかなる割合ですべり回転に貢献するか評価出来ないで同等に働くものと仮定すると、すべり回転はそれぞれ 2 個ずつの矢印を合成したものとなり圧延面法線、圧延方向ならびに横方向はそれぞれ N.R. および T の位置に来る。つぎにどのような回転が起るか調べるために分解せん断応力を計算すると Table 1 のごとく

Table 1 Resolved shear stresses of slip systems.

R.P.N.: [011], R.D.: [0 $\bar{1}$ 1], T.D.: [100]				
Slip system	$\frac{5}{3} h \cdot h'$	$\frac{2}{3} k \cdot k'$	$\frac{-1}{3} l \cdot l'$	τ/σ
A3	0.68	-0.27	0	0.41
A4	0	0	0	0
D2	0	0	0	0
D6	0	0.27	0.14	0.41

R.P.N.: N, R.D.: R, T.D.: T				
Slip system	$\frac{5}{3} h \cdot h'$	$\frac{2}{3} k \cdot k'$	$\frac{-1}{3} l \cdot l'$	τ/σ
A3	0.63	-0.19	0.04	0.48
A4	0.13	0.05	0.06	0.24
D2	0.28	-0.08	0.02	0.22
D6	0.16	0.24	0.15	0.55

† この矢印は (011) [0 $\bar{1}$ 1] 方位における回転の方向を示すものではなく、圧延面法線、圧延方向などの移動自体を示している。D6 によつて R.P.N. が大円 A2 上からずれた瞬間から R.D. も少しずつ移動することを予測して、少し 3 に向うものとした。

(5) C.A. Verbraak: Acta Met., 6(1958), 580.

なる。ここで $n=1/5$ と仮定し、等方性張力 $-(1-n)/2 \cdot k \cdot k' \cdot \sigma$ 加えたとき $\tau/\sigma = h \cdot h' - l \cdot l'$ となるように係数 5/3 を掛けた。A3 と D6 が働くとなると、圧延面法線が [112] に圧延方向が大略 C に向って回転し、(112) [1 $\bar{1}$ 1] 方位に達するものと考えられる。しかしその途上 A4 と D6 の分解せん断応力が急速に増加するので、その両者が活動するようになると、圧延面法線ならびに圧延方向の回転の方向が多少変化し、最終方位が (101) [1 $\bar{2}$ 1] 方位となる場合もあり得る。Verbraak⁽⁵⁾ は (110) [1 $\bar{1}$ 0] 方位の銅単結晶に 98.5% の冷間圧延を施した場合、圧延集合組織には {112} <111> 方位成分が多いが、{110} <112> 方位も共存していると報告している。この結果は本論文の予想とよく一致している。というのは A3 と D6 以外に B1 と C5 など 3 種の等価の組合せがあり、最終方位はそれぞれ {112} <111> および {110} <112> 型の等価の方位となるからである。また A3 と B1, C5 と D6 などの組合せの場合には、圧延面法線と圧延方向は常に大円 [010] - [001] - [010] 上にあり、Fig. 3 に示したごとく回転の向きが反対で分解せん断応力の等しいすべり系の対があるので、それらによる回転は起らないと思われる。一方 A3 と C5 および B1 と D6 のごとき組合せの場合には両者による回転の方向に最終安定方位が存在しないので、このようなすべり系の組合せによるすべり回転も生じないと考えられる。

このように分解せん断応力を計算し標準ステレオ投影上で、どのようなすべり系が如何に働いて特定方位の結晶が最終安定方位に向かつてすべり回転を起すか、その方位変化の経路を定量的に予測することは極めて困難である。何故ならば、前節で説明したごとく、圧延面法線、圧延方向ならびに横方向の回転の方向は決定出来るが、その大きさを正確に評価することが容易でないからである。そのうえ多軸応力系においては分解せん断応力のあまり変わらない二つまたはそれ以上のすべり系が存在する場合が多く、それが最大のすべり系だけが働くとは仮定してよいか否か問題であり、二つ以上のすべり系が作用するとしたとき、如何なる割合で回転に寄与するか決めることがむずかしいからである。

最後に幅広がり現象についてもう少し検討しよう。美馬⁽⁶⁾ による圧延によるアルミニウム双結晶の変形において、粒界と平行に圧延した場合、境界面を境として横方向の変形量に相違があることが報告された。彼らはこれに対し普通のすべりによる変形として十分な説明を与えなかつたが、3 軸の応力系を考えることによつてはじめて方位の異なる二つの結晶における幅広がり起りやすさの違いに基因するものとして説明することが出来る。双結晶においては圧延面法線ならびに圧延方向に対する分解せん断応力の最も大きなすべり系の方位関係が二つの結晶で異なるので大きな横方向の変形を示した結晶では $k \cdot k'$ の値が大きい。それが負の値をもつすべり系が活動したものと考えられ

(6) 美馬, 田坂: 日本金属学会春期講演概要, (1965).

る、というのはこの双結晶は試験棒ケース中で圧延を行ない、横方向の伸びに対する拘束力が小さかったためにその変形量に相違を生じたからである。もし十分な拘束力が存在すれば σ_3 によるすべり回転または幅広がりやを阻止するすべり系の活動が起つたはずである。 $k \cdot k'$ が非常に小さい場合には、すべり方向が横方向に垂直となるため、たとえ拘束がなくても横方向への変形はほとんど起らない。

このように圧延変形においては幅広がりの現象が必ず伴うので、結晶のすべり回転には横方向の圧縮応力を考慮しなければならない。したがって圧延集合組織の発達には3軸の応力系によつて論ずる必要があると結論出来る。

IV. 総 括

(1) 圧延の際に起るすべり回転を3軸の応力系によつて考える。その3軸応力は圧延面に垂直な圧縮応力 σ 、圧延方向に平行な引張応力 $-n\sigma$ および横方向に平行な圧縮応力 $(1-n)/2\sigma$ である。すべり面に働く全分解せん断応力は各応力のすべり面法線ならびにすべり方向に対する方向余弦を考えると次式で与えられる。

$$\tau = \sigma \{ \cos \phi_1 \cos \lambda_1 + (1-n)/2 \cdot \cos \phi_3 \cdot \cos \lambda_3 - n \cos \phi_2 \cos \lambda_2 \}$$

(2) 圧縮応力軸が二つ存在する3軸応力系の場合には、標準ステレオ投影上での圧延面法線の移動は二つの圧縮応力による分解せん断応力の成分の大きさの割合に依存している。圧延方向の引張応力の影響が僅少の場合には、横方向の圧縮応力が横方向をすべり面法線に向かつて回転させ圧延面に垂直な圧縮応力は圧延面法線をすべり面法線に向かつて回転させる。したがって圧延面法線の移動方向は二つの圧縮応力による回転方向を合成させた方向となる。

(3) $\cos \phi_3 \cos \lambda_3 < 0$ の場合には幅広がりを生ずる。このときそれを阻止するすべり系が働く必要があると考えられる。 $\cos \phi_3 \cos \lambda_3$ が非常に小さい場合には横方向の圧縮応力の影響が無視出来るから、2軸の応力系によるすべり回転に一致する。

(4) 圧延の際に起るすべり回転による圧延集合組織の発達を研究するためには、三つの応力が同時に働くと考えべきであると結論出来る。

終りに臨み、御指導いただいた横浜国立大学和田教授に深く感謝の意を表する。