板状集合組織を有する多結晶鉄の塑性異方性*

長 島 晋 一** 武 智 弘** 加 藤 弘**

Shin'ichi Nagashima, Hiroshi Takechi and Hiroshi Kato : Plastic Strain Ratios of Textured Sheets of Low Carbon Steel (Plastic Anisotropy in Low Carbon Steel Sheets Related to Crystal Orientation, Part 2) The plastic strain ratio D , as well as Lankford value R , of a low carbon steel sheet was calculated theoretically by the following procedure: At first, the D -values of certain grains, the orientation of which was defined by α, β, θ , was calculated under some assumption about the tensile deformation of polycrystalline aggregates. On the other hand, the axis density of crystallographic planes defined by α, β were obtained from the inverse pole figure of sheet normal direction. Then the average D -value of polycrystalline sheet can be estimated by the following equation:

$$\bar{D} = \iint \bar{D}(\alpha, \beta) \bar{P}(\alpha, \beta) d\alpha d\beta,$$

where $\bar{P}(\alpha, \beta)$ is the axis density of the inverse pole figure and $\bar{D}(\alpha, \beta)$ is obtained from calculation. The $\bar{D}$ -values obtained by the tensile test and that calculated from the above equation showed a very good agreement.

(Received November 11, 1964)

I. 緒 言

鋼板の深絞り性と塑性歪比(ランクフォード値, R 値)とが密接な関係にあり, その R 値には α 鉄の優先方位, すなわち冷延焼鈍鋼板の集合組織 (texture) が基本的な役割を演じていることは多くの研究の示すところである。したがって鋼板の深絞り性向上を集合組織のコントロールを介して行なうためには, R 値と集合組織との関係を定量的に解明することが, 基礎的かつ必須な問題となる。

R 値と結晶方位の問題を最初に取上げたのは, Burns & Heyer⁽¹⁾ である。彼らは結晶は最大の剪断応力の作用する向き方向に変形すると考え, (100), (110), (111) 面が板面に平行な単結晶の R 値を推定した。しかし彼らの考えはその後指摘されたように⁽²⁾, 向きによる歪をテンソル量として取扱わずベクトル量と見なしている点に問題がある。

また Elias, Heyer & Smith⁽³⁾ は多結晶の R 値を極点図

より求める実用的方法を提示しているが, 単結晶モデルより彼らの考え方の基礎となる式 $R = \tan \theta$ を導く過程で同様の誤りを犯している。ここで θ は引張方向に直交する面への向き方向の正射影と厚さ方向とのなす角である。

これに対して, 著者らは前報⁽⁴⁾において, 単結晶については $R = \tan^2 \theta$ を用い, 実測値と理論値の比較を行なった。

この $R = \tan^2 \theta$ は Elias らの報文に対するコメントにおいて Hosford⁽⁵⁾ が述べているように pencil glide モデルより導かれる。

最近 Vieth & Whiteley⁽⁶⁾ は単結晶の R 値をつぎの四つのモデルについて計算し実測値と比較している。(1) 48 回の向き系のうち最大の剪断応力の作用する系のみで向き, 結晶は回転しない。(2) 最大剪断応力の作用する系で向き, 結晶は回転する。(3) 最大剪断応力の作用する向き方向に pencil glide が起き, 結晶は回転しない。(4) 最大剪断応

** 八幡製鉄株式会社技術研究所基礎研究室 (Technical Research Laboratory, Yawata Works, Yawata Iron & Steel Co., Ltd., Yawata)

* 薄鋼板の塑性異方性と集合組織(第2報)

(1) R.S. Burns and R.H. Heyer: Sheet Metal Ind., **35** (1958), 261.

(2) 岡本, 白岩, 福田: 住友金属, **14** (1962), 211.

(3) J.A. Elias, R.H. Heyer and J.H. Smith: Trans. Met. Soc. AIME, **224** (1962), 678.

(4) 長島, 関野, 加藤: 本誌, **27** (1963), 481.

(5) W.F. Hosford: Trans. Met. Soc. AIME, **227** (1963), 272.

(6) R.W. Vieth and R.L. Whiteley: 3rd International Colloquium of I.D.D.R.G., London, (1964).

力の作用する向き方向に pencil glide が起り、回転が生ずる。しかし彼らの考え方の中で結晶回転を考慮していると称するモデル (2) (4) は実際は向き面および向き方向が引張方向に平行になる見かけの回転終期 (実際にはそれ以前で他の向き系が代りに活動化する) の値を求めているにすぎず、引張方向の歪の増加に伴う刻々の方位変化を示す真の意味の回転を考慮しているわけではない。

以上多くの報告の基礎となつている単結晶での考え方を多結晶に拡張するに際して、二つの問題点が生ずる。第一は単結晶ではただ一個の向き系による向き、あるいはただ一種の pencil glide による向きを考えたが、多結晶では隣接する粒による束縛* のため活動化する系は多数存在しなければならず、かつ必ずしも剪断応力の最大の系のみではないと考えられる点である。第二は集合組織の定量的決定が極点図からでは困難な点である。これらの理由で集合組織を有する多結晶の R 値は、単結晶の結果から類推して単に定性的に論議されてきたにすぎず、定量的取扱に堪える統一理論は未だないようである。

そこで著者らは、(1) 向き系に作用する剪断応力とその系での向き量との間にある定量的仮定を置き、また (2) 集合組織を反転極点図⁽⁷⁾⁽⁸⁾ (inverse pole figure) で用いられる軸密度 (axis density) 分布により表現することにより、鋼板の塑性異方性パラメーターを集合組織に関係づけ、定量的取扱の可能性について検討した。さらにその考えに基づき、種々の集合組織を有する試料について、 R 値の角度平均値である $\bar{R}$ 値を実験的に求め、その実測値と反転極点図値より求めた推定値との比較を行なつた。結果の一部はすでに発表⁽⁹⁾ したが、本報告においてその詳細を述べる。

II. 理論的考察

1. 仮定とその意味

引張、圧縮変形の際の多結晶の結晶塑性の問題は古くから考察されており、その考え方は Taylor⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾ により提示され、Hill⁽¹²⁾⁽¹³⁾ らによつて一応完成されている。とくに Taylor の理論として知られている考え方の骨子はずの通りである。“各粒は巨視的な歪と同一に相似的に変形し、歪に対する連続性の条件を完全に満す。その時ある方位の粒がどの向き系でどれだけずつとるかは、剪断歪の和が与えられた巨視的な 3 軸歪と等価になるという束縛条件の下

でエネルギー最小の原理で決まる。一般には 5 個の向き系の組合せとなる。” Taylor はこの考え方に基ついて、無方向性の面心立方金属の引張、圧縮時の結晶回転の問題と平均方位因子の問題を解いた。この例も示すとおり、Taylor 流の考えで簡単に解けるのは fcc の場合であつた無方向性のときのみである。 α -Fe の結晶塑性、しかも集合組織を有している場合にこの理論を適用しようとすると、異方性パラメーターを陰に含んだ問題になること、 bcc では向き系が多いことのため実際上具体的計算は不可能⁽¹⁴⁾ になる。

そこで計算が可能なモデルとしてつぎの仮定をおく。

(1) 各結晶粒の引張方向の伸び ϵ_i はすべて等しい。厚さ、巾方向の歪 ϵ_t, ϵ_w は等しくはないが、各粒についての平均値は試験片の巨視的歪に等しい。すなわち、

$$\bar{\epsilon}_i = \epsilon_i = E_i, \quad \bar{\epsilon}_t = E_t, \quad \bar{\epsilon}_w = E_w \quad (1)$$

E は巨視的な試料の歪、 ϵ は 1 個の粒の歪、 $\bar{\epsilon}$ は平均歪を表わすものとする。

(2) 引張変形による集合組織の変化は無視する。すなわち結晶の回転は考慮に入れない。

(3) 任意の方位の粒につき、48 個の向き系** 上での向き量とその系に作用する剪断応力の間にはつぎの簡単な関係が同一の方位の粒の平均的挙動として成り立つものと仮定する。

$$\left. \begin{aligned} d\gamma_n &= K (\cos \lambda_{Xn} \cos \varphi_{Xn} - 0.25), \\ &\quad \cos \lambda_{Xn} \cos \varphi_{Xn} > 0.25 \\ &= 0 \quad \cos \lambda_{Xn} \cos \varphi_{Xn} \leq 0.25 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで添字 n は向き系の番号、 $d\gamma_n$ は n 番目の系上での向き量、 $\lambda_{Xn}, \varphi_{Xn}$ は向き方向、向き面法線方向と引張方向とのなす角度を表わす。

$\cos \lambda_{Xn} \cos \varphi_{Xn}$ は単位の引張応力に対応する n 番目の系での剪断応力に等しい (Schmid factor)。

(4) 剪断歪は単一の方位ではゼロとはならないが、各方位にわたつて平均をとれば、板状試料の対称性*** のためゼロとなるので考慮しない。

すなわち、Taylor の要請“エネルギー最小”の代りに仮定 (3) を“歪に対する完全な連続性”をゆるめて代りに仮定 (1) (4) を採つた。また引張初期について考えることにし (2) を仮定した。

2. 塑性異方性パラメーター, D

試料の巨視的歪を長さ、厚さ、巾方向について、それぞれ E_t, E_i, E_w とした時、次式でパラメーター D を定義する。

$$\left. \begin{aligned} E_t &= -(E_i/2) (1-D) \\ E_w &= -(E_i/2) (1+D) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

R 値との間には

(14) C.S.Barret: *Structure of Metals*, (1952), p.452.

** 向き面の違いによる臨界剪断応力の相違は僅少と見なし、48 個の向き系を等価なものとして取扱う。

*** 極点図で集積点が上下、左右に対称に出ることに相当する。

* 歪に関する連続性。

(7) G.B.Harris: *Phil. Mag.*, **43**(1952), 113.

(8) L.K. Jetter, C.J. McHargve and R.O.Williams: *J. Appl. Phys.*, **27**(1956), 368.

(9) 長島、武智、加藤: 1964 年 10 月 本会富山大会に発表; 概要は *Trans. JIM*, **5**(1964), 274..

(10) G.I. Taylor: *J. Inst. Metals*, **62**(1938), 307.

(11) C.S.Barret: *Structure of Metals*, (1952), p.450.

(12) J.F.W. Bishop and R. Hill: *Phil. Mag.*, **42**(1951), 414.

(13) J.F.W. Bishop and R. Hill: *Phil. Mag.*, **42**(1951), 1298.

$$\left. \begin{aligned} D &= (E_t - E_w) / E_t = (E_w - E_t) / (E_w + E_t) \\ &= (R - 1) / (R + 1) \\ R &= (1 + D) / (1 - D) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

なる関係がある。

一方任意の方位の結晶粒についても同様に $D(\alpha, \beta; \theta)$ を定義する。

$$D(\alpha, \beta; \theta) = (\varepsilon_t - \varepsilon_w) / \varepsilon_t$$

ここで α, β, θ は方位を定める変数である。 α, β は (5) 板面法線を定める 2 変数, θ は板面内の回転をある基準線か

Fig.1 Orientations for calculation of $\bar{D}(\alpha, \beta; \theta)$.

(1) X: tensile direction, Y: sheet normal direction.

(2) poles of calculated Y.

(15) E. Schmid and W. Boas: *Plasticity of Crystals*, (1950), 60, 105.

ら引張方向に到る角度で示す変数である。

さて一組の α, β, θ について $D(\alpha, \beta; \theta)$ を書下すことを考える。X, Y, Z 軸をそれぞれ引張, 厚さ(板面法線), 巾方向にとる。n 番目の迂り系上での迂り量を $d\gamma_n$, その系の迂り方向, 迂り面法線方向と X, Y, Z 軸とのなす角を, それぞれ $\lambda_{Xn}, \varphi_{Xn}; \lambda_{Yn}, \varphi_{Yn}; \lambda_{Zn}, \varphi_{Zn}$ とすると, 3 軸方向の歪, $\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z$ は Schmid の関係⁽¹⁵⁾を拡張し, つぎのように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_X &= \sum_n \cos \lambda_{Xn} \cos \varphi_{Xn} d\gamma_n \\ \varepsilon_Y &= \sum_n \cos \lambda_{Yn} \cos \varphi_{Yn} d\gamma_n \\ \varepsilon_Z &= \sum_n \cos \lambda_{Zn} \cos \varphi_{Zn} d\gamma_n \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

(6) 式を (5) 式に代入して, (3) 式を用いると結局

Fig. 2 Calculated $D(\alpha, \beta, \theta)$ value.

Horizontal line shows $\bar{D}(\alpha, \beta)$.

$$D(\alpha, \beta; \theta) = (\varepsilon_Y - \varepsilon_Z) / \varepsilon_X = \frac{\sum_n' (\cos \lambda_{Yn} \cos \varphi_{Yn} - \cos \lambda_{Zn} \cos \varphi_{Zn}) (\cos \lambda_{Xn} \cos \varphi_{Xn} - 0.25)}{\sum_n' \cos \lambda_{Xn} \cos \varphi_{Xn} (\cos \lambda_{Xn} \cos \varphi_{Xn} - 0.25)} \quad (7)$$

を得る。ここで $\cos \lambda_{Xn} \cos \varphi_{Xn}$ は常に正なるようにとり、 $\sum_n'$ は $\cos \lambda_{Xn} \cos \varphi_{Xn} > 0.25$ なるものについてのみ和する。

3. 計算結果

(7) 式中の各方向余弦は、結晶軸を基準座標として、X, Y, Z 方向を単位ベクトル表示し、それらと向き方向、向き面法線方向の単位ベクトルとのスカラー積より容易に求めることが出来る。Fig. 1 に示すごとく (α, β) として、ステレオ三角形上の 21 個の点につき、 θ は対称性を考慮して、 $5^\circ \sim 15^\circ$ おきに、(7) 式の $D(\alpha, \beta; \theta)$ を計算した。計算は小型電子計算機 CAB 500 により行なつた。計算の一部を Fig. 2 に示す。図中の番号は Fig. 1 の対応する番号の方位を示す。

4. 集合組織を有するときの D の表現

板状集合組織が分布函数 $P(\alpha, \beta; \theta)$ で表わされているものとする。ここで α, β, θ は $D(\alpha, \beta; \theta)$ と同様の表示である。圧延方向と角度 ρ をなす方向に引張つたときの試料の $D(\rho)$ 値を分布函数を用いて表わすことを考える。まず、

$$D(\rho) = (\varepsilon_Y - \varepsilon_Z) / \varepsilon_X \quad (8)$$

仮定(1)によつて、

$$D(\rho) = (\varepsilon_Y - \varepsilon_Z) / \varepsilon_X = (\varepsilon_Y - \varepsilon_Z) / \varepsilon_X \quad (9)$$

故に(5)式より、

$$D(\rho) = \iiint D(\alpha, \beta; \theta) P(\alpha, \beta; \theta - \rho) d\alpha d\beta d\theta \quad (10)$$

となる。

つぎに $D(\rho)$ の ρ についての平均値 $\bar{D}$ を考える。

$$\bar{D} = \frac{\int D(\rho) d\rho}{\int d\rho} = \frac{1}{\int d\rho}$$

$$\iiint D(\alpha, \beta; \theta) \left[\int P(\alpha, \beta; \theta - \rho) d\rho \right] d\alpha d\beta d\theta \quad (11)$$

いま

$$\left. \begin{aligned} \int P(\alpha, \beta; \theta) d\theta &= \bar{P}(\alpha, \beta) \\ \frac{\int D(\alpha, \beta; \theta) d\theta}{\int d\theta} &= \bar{D}(\alpha, \beta) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

とおくと

$$\bar{D} = \iint \bar{D}(\alpha, \beta) \bar{P}(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (13)$$

となる。

$\bar{D}(\alpha, \beta)$ は Fig. 2 の曲線の平均値であり、 $\bar{P}(\alpha, \beta)$ は α, β で表わされる方位の結晶の存在確率を示す。すなわち $\bar{P}(\alpha, \beta)$ は板面法線軸 (N. D.) 反転極点図に示される軸密度分布に他ならない。 $\bar{D}(\alpha, \beta)$ を基本ステレオ三角形上の函数として表わすと Fig. 3 のごとくなる。

換言すれば試料の $\bar{D}$ 値は $\bar{D}(\alpha, \beta)$ を N. D. 反転極点図の確率頻度の重みをつけて基本ステレオ三角形上で積分したものに等しいといえる。

Fig. 3 Distribution of $\bar{D}(\alpha, \beta)$ value shown on a unit stereographic triangle.

III. 実験

1. 試料について

アルミキルド低炭素鋼で全 Al の wt% と焼鈍時の加熱速度を Table 1 のごとく変え、種々の R 値を持つ試料 24 個を作つた。冷延圧下率は 65%，焼鈍条件は $700^\circ\text{C} \times 4\text{hr}$ である。

2. 測定結果

各試料を 15% 引張後、厚さおよび巾の変化をマイクロメーターで測り D 値を求めた。圧延方向からの角度を 0°

Table 1 Total Al content and heat treatment of specimens.

Specimen	Al (%)	Heating rate				
		10 ($^\circ\text{C/hr}$)	40 ($^\circ\text{C/hr}$)	80 ($^\circ\text{C/hr}$)	120 ($^\circ\text{C/hr}$)	250 ($^\circ\text{C/hr}$)
31	0.029	31-1	31-4			31-3
33	0.027	33-1	33-4			33-3
34	0.039	34-1	34-4			34-3
47	0.032	47-1	47-4			47-3
48	0.066	48-1		48-5		48-3
49	0.072	49-1		49-5		49-3
54	0.040	54-1			54-2	54-3
57	0.043	57-1			57-2	57-3

から 90° まで 15° 間隔で測り $D(\rho)$ を求めた。 $D(\rho)$ より 各試料につき、平均 $\bar{D}_{\text{obs}}$ を次式により求め、Table 2 の 測定に供したアルミキルド鋼の $D(\rho)$ の型は、45° 方 向で最低値をとり 0° 側 90° 側ともに増加し、 $D_0 < D_{90}$ が

Table 2 Experimental results $\bar{P}(\alpha, \beta)$ observed, calculated $\bar{D}$ -values and observed $\bar{D}$ -values.

Specimen	hkl	110	100	211	310	111	321	411	210	332	521	221	$\bar{D}_{\text{cal}}$	$\bar{D}_{\text{obs}}$
	D_{hkl}	0.16	-0.50	0.13	-0.34	0.41	0.16	-0.27	-0.17	0.37	-0.21	0.32		
31-1	4 %	2	12	1	51	3	2	1	16	3	5	0.284	0.291	
31-4	4	3	10	2	39	4	2	2	21	3	10	0.259	0.263	
31-3	6	6	11	5	22	6	8	5	14	7	10	0.116	0.101	
33-1	2	2	11	1	53	3	2	1	17	2	6	0.297	0.302	
33-4	3	4	11	2	36	5	5	2	19	4	9	0.222	0.218	
33-3	5	8	12	6	20	6	8	6	12	8	8	0.076	0.052	
34-1	3	2	9	1	44	5	3	1	22	3	7	0.279	0.290	
34-4	3	2	10	1	39	4	3	1	23	4	10	0.270	0.280	
34-3	5	6	11	4	27	5	6	4	16	7	9	0.148	0.133	
47-1	2	2	11	1	47	3	2	1	22	2	7	0.294	0.301	
47-4	3	3	11	1	44	3	3	1	22	2	7	0.276	0.277	
47-3	4	5	12	3	30	5	7	3	17	5	9	0.175	0.161	
48-1	3	4	9	2	42	3	4	2	21	3	7	0.251	0.255	
48-5	4	4	10	3	38	3	4	3	20	3	8	0.227	0.210	
48-3	4	5	10	3	32	4	5	3	22	3	9	0.207	0.210	
49-1	4	3	11	2	40	3	2	2	22	3	8	0.259	0.239	
49-5	4	5	11	3	32	5	5	3	18	5	9	0.191	0.193	
49-3	3	5	10	3	37	3	5	3	20	3	8	0.214	0.223	
54-1	4	2	12	1	52	3	1	1	17	2	5	0.297	0.301	
54-2	4	2	10	2	43	4	3	2	19	3	8	0.264	0.286	
54-3	5	5	10	3	32	5	5	3	19	4	9	0.197	0.183	
57-1	3	1	9	1	53	3	1	1	21	2	5	0.315	0.313	
57-2	3	3	10	2	40	3	3	2	21	4	9	0.251	0.260	
57-3	4	4	12	3	37	3	5	3	20	3	6	0.217	0.203	

最右列に示す。

$$\bar{D}_{\text{obs}} = (1/12) \{D_0 + D_{90} + 2(D_{15} + D_{30} + D_{45} + D_{60} + D_{75})\} \quad (14)$$

一方、完全な反転極点図は現在のところ装置の不備で書けないので (13) 式の積分を 11 個の低次数で X 線反射強度より直接測定が可能な代表的な面についての和で近似する。すなわち

$$\bar{D}_{\text{cal}} = \sum \bar{D}_{hkl} \bar{P}_{hkl} \quad (15)$$

いま $\bar{P}_{hkl}$ を正規化した反転極点図密度と近似的に見な (16)、各試料について百分率にして Table 2 に挙げてある。同じ表に $\bar{D}_{hkl}$ を添えてある。これは Fig. 3 より補間法にて求めた値である。これらの値より (15) 式を用いると $\bar{D}_{\text{cal}}$ が求まる。それを Table 2 の右から 2 列目に挙げる。

IV. 考 察

$\bar{D}_{\text{obs}}$ と $\bar{D}_{\text{cal}}$ の関係を図示したのが Fig. 4 である。歪測定の際の誤差、X 線測定の誤差および近似を考えれば、実測値と理論値は極めてよい一致を示していることがわかる。両者の相違は $\bar{D}$ 値で ± 0.025 、 $\bar{R}$ 値で ± 0.1 以内にある。

$D(\rho)$ の角度変化については $P(\alpha, \beta; \theta)$ がいまのところ求められない* ので、(10) 式を用いての定量的な議論は出来ないが、その型について定性的につぎのことが推測され

(16) 長島、武智、加藤：1964 年 4 月本会東京大会に発表

* 完全な $N.D.$, $R.D.$ (圧延方向) 反転極点図が得られれば、数値計算することにより原理的には求めることが出来る。

普通である。模式的に画くと Fig. 5 のごとくである。これと Fig. 2 の一連の単一方位についての $D(\alpha, \beta; \theta)$ と比較

Fig. 4 Relation between calculated $\bar{D}$ -value and observed one.

し、曲線の型を検討すると、ステレオ三角形底辺上の (6) ~ (11) の方位、すなわち (110) (210) (310) (100) などの方位が、 $D(\rho)$ の角度変化に寄与していると考えられる。これらの方位は θ によつて D が著しく変化する。いまこれらの方位が板面に平行に出てかつ [001] が圧延方向に合致しているとすると Fig. 5 の曲線が考えられる。なお、これらの方位が実際に存在することは $R.D.$ 反転極点図からも推察される (16)。

つぎに II-1 において述べた仮定について考察する。ま

ず(3)の仮定は非常に大胆な仮定に思えるが、モデルの定数を変えても得られる結果は定性的には余り変わらないこと

Fig. 5 Schematic $D(\rho)$ observed.

Fig. 6 Models for slip amounts.

を説明したい。Fig. 6 に示すように、仮定 (3) で立てたモデル (a) の代りに Schmid factor $(\cos \lambda_{xn} \cos \phi_{xn}) \cdot 0.3$ 以上のひき系が活動するというモデル (b) および Schmid factor 0 以外すべてのひき系が活動し、ひき量との間に直線関係があるというモデル (c) について、 $\bar{D}(\alpha, \beta)$ がどの程度変化するかを検討した。モデル (a) の代りに (b), (c) を採つても Fig. 3 の示すような (111) 側の方位は R 値が高く ($\bar{D}$ 値が正), (100) 側の方位は低い ($\bar{D}$ 値が負) という傾向は変わらず、ただ $\bar{D}(\alpha, \beta)$ の絶対値が変わるのみである。当然予想されるように (b) では (a) に比べ異方性は強調され、(c) では弱められる。換言すれば、(b) にすると $\bar{D}$ 値は正の領域では増加し、負の領域では減少する。逆に (c) にするとその絶対値は減少する。主要面方位について、これらのモデルの

Table 3 $\bar{D}_{hkl}$ for each model shown in Fig. 6.

Model	(111)	(110)	(100)
a	0.41	0.16	-0.50
b	0.46	0.16	-0.51
c	0.33	0.15	-0.42

$\bar{D}_{hkl}$ は Table 3 に示すとおりで、 $\bar{D}(\alpha, \beta)$ の数値もモデルによつて余り敏感に変化しないといえる。

つぎに仮定 (2) で無視した引張変形による結晶回転の影響を考えてみる。結晶回転の D 値への寄与は、集合組織の分布状態を変えることを通じてなされると解される。したがつて (10) 式あるいは (13) 式の $P(\alpha, \beta; \theta)$, $\bar{P}(\alpha, \beta)$ は実は引張方向の歪 E_X の函数と見なければならぬ。故に上述の理論は $E_X=0$ のときの $\bar{P}(\alpha, \beta)$ を用い、変形初期の $\bar{D}$ 値を推測していることになる。いま任意の引張歪 E_X のときの $D(\rho)$ 値は

$$\bar{D}_{EX}(\rho) = \frac{dE_Y - dE_Z}{dE_X} \\ = \iiint D(\alpha, \beta; \theta) P_{EX}(\alpha, \beta; \theta - \rho) d\alpha d\beta d\theta \quad (16)$$

で表わされる。ここで dE_Y, dE_Z は引張方向の歪が E_X から $E_X + dE_X$ に増える際の厚さ、巾方向歪の増分である。

よつて最終歪 E_X^0 までの平均的 D 値、 $D^{tot}(\rho)$ は

$$D^{tot}(\rho) = \frac{E_Y^0 - E_Z^0}{E_X^0} = \frac{\int_0^{E_X^0} \bar{D}_{EX}(\rho) dE_X}{E_X^0} \quad (17)$$

となる。初期の分布函数 $P_0(\alpha, \beta; \theta)$ を与え、 $P_{EX}(\alpha, \beta; \theta)$ を求める問題を理論的に解くことは不可能である*が、引張変形の各段階で $\bar{P}_{EX}(\alpha, \beta)$ を実験的に求めることは可能であり、(17) 式より平均的な $\bar{D}^{tot}$ を求めることは出来るであろう。

V. 結 論

幾つかのひき系が同時に活動すると考えられる集合組織を有する多結晶鉄の塑性異方性をひき系についての若干の仮定を設けることにより解析し、集合組織と塑性異方性パラメーター $\bar{D}$ 値との関係を定式化出来た。 $\bar{D}$ 値におよぼす結晶方位の影響は単結晶に関する研究結果から類推されるものと一致し、(111) 近傍の方位 (板面に平行に (111) が出ている) は R 値を向上させ、(100) 側の方位はこれを低下させる。ステレオ三角形上で表現すると Fig. 3 のごとくなる。+側が好ましい領域、-側が好ましくない領域である。

また $\{(110), (210), (310), (100)\}$ [001] などの方位は引張方向による R 値の変動が大きく耳の発生の原因と考えられる。

終りに、本研究に多大の御協力を賜つた高橋延幸氏に謝意を表します。

* 多結晶では初期には単一の方位である 1 個の結晶も変形により方位的には拡がりのあるセル構造をとり、単結晶のように 1 個の回転経路を考えるわけにはいかない。