(3) 引張軸方向の界面付近は、主応力値が大であるにもかかわらず静水圧状態となっている。

(4) 全域弾性状態では界面せん断力が 45° 方向で最大となる。また塑性状態では界面せん断力の最大値が 60° 方向界面へ移動する。

(5) 第2相中では、弾性状態では相当応力はほぼ一定であるが、マトリックスの降伏に伴い応力負担が減少し、相

当応力値も不均一となる。

以上の結論より、有限要素法によるシミュレーションがマイクロメカニクスの応力解析に対して非常に有力であることが証明され、いままでわからなかった多くのことが明らかにされた。

なお、この計算には東京大学大型計算機センターの HITAC 5020 E が利用された。

繊維型第2相を含む複相合金の引張挙動 に関するシミュレーション*

三 浦 維 四** 浅 岡 憲 三**

Ishi Miura and Kenzou Asaoka : Simulation on the Tensile Behavior of Two-Phase Alloy Containing a Fiber under Tensile Load. The tensile behavior of two-phase alloy containing a fiber was studied by the finite element method. This problem was carried out on the aluminium matrix with an elastic fiber whose Young's modulus was 37000 kg/mm^2 , and was treated as the case of a two-dimensional plane stress model. The results of this simulation were as follows :

(1) The relation between the stress-strain curve and the development of the yielded zone of this two-phase alloy was obtained.

(2) It was found that the tensile stress in the second phase and the shear stress along the interface were affected remarkably by mechanical properties of the matrix and the second phase, particularly by the Young's modulus ratio.

(3) A new approximate equation was proposed in consideration of the principal stress axis of this two-phase alloy, and this equation was in good agreement with the results calculated by means of the finite element method.

(Received June 4, 1973)

I. 緒 言

1 軸方向に並んだ高弾性率、高強度の繊維型第2相を含む複相合金が第2相に平行な方向に均一の応力を受ける場合に、マトリックスや第2相中の応力分布やマトリックス-第2相界面でのせん断力分布を調べることは、複相合金の変形機構⁽¹⁾のみならず短繊維による1方向強化材の応力伝達機構や破壊機構^{(2)~(5)}を考えるときの基礎となる。また、この問題に関しては全域弾性⁽⁴⁾⁽⁵⁾や完全剛塑性体⁽²⁾を仮定しての解析や光弾性実験⁽⁶⁾⁽⁷⁾、モアレ法⁽⁸⁾による実験もなされている。特に、Kelly-Tysonによって、マトリックスを塑性状態に、第2相を弾性状態に仮定してなされた解析⁽²⁾⁽³⁾は比較の実用的であると考えられている。し

かし、実際には第2相が弾性状態を維持するとしても、マトリックスは応力集中領域より局部的に降伏するであろうし、さらに実際の複相合金では加工硬化その他多くの因子により複雑な変形挙動を示すと考えられ、在来の理論や実験ではその挙動を精密に調べることはほとんど不可能であった。

他方、モデルをできるだけ実際に合うように作り、これをプログラミングし電子計算機により種々の数値実験を繰り返し、そしてその結果から直接に、あるいは間接に有用な原理や法則を見出そうとするシミュレーションの手法は、最近工学の種々の分野で利用され⁽⁹⁾、大きな発展を示すようになってきた。

そこで、本報では複相合金の降伏点附近での引張状況、応力分布の変化を、マトリックス中において降伏した領域

** 東京医科歯科大学医用器材研究所(Institute for Medical and Dental Engineering, Tokyo Medical and Dental University, Tokyo)

* 1973年4月金属学会東京大会に発表; 金属組織と機械的性質の関係について(第24報)

(1) I.L.Mogford : Met.Rev., 12(1967), 49.

(2) A.Kelly and W.R.Tyson : *High Strength Materials*, John Wiley & Sons, (1965), 578.

(3) A.Kelly and G.J.Davies : Met.Rev., 10(1965), 23 など

(4) H.L.Cox : Brit.J.Appl.Phys., 3(1952), 72.

(5) N.F.Dow : G.E.Report, R 63. SD 61(1963), など.

(6) W.R.Tyson and G.Davies : Brit.J.Appl.Phys., 16(1965), 199.

(7) D.M.Schuster and E.Scala : Trans. Met. Soc. AIME, 230(1964), 1635.

(8) 三浦維四, 奥野 政 : 金属学会誌, 34(1970), 1201.

(9) W.Oldfield : J.Vacuum.Sci.Tech., 7(1970), 6.

が徐々に広がるように負荷応力を増大させる荷重漸増法を用いた弾塑性有限要素法⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾により求めることとした。そしてさらに、第2相の機械的性質が複相合金の変形、強化に及ぼす影響⁽¹²⁾を調べ、最後にマトリックスが塑性状態で、第2相が弾性状態のときの第2相中の応力、マトリックス-第2相界面でのせん断力分布について検討を加えることとした。

II. 計 算 方 法

解析モデルを Fig.1 に示した。マトリックスは板厚 1 mm のアルミニウム板で、その機械的性質は弾性率 $E_m = 7200 \text{ kg/mm}^2$ 、ポアソン比 $\nu_m = 0.345$ 、降伏力 $\sigma_y = 2.0 \text{ kg/mm}^2$ 、応力-ひずみ関係 $\sigma = 11.0 \times (\alpha + \epsilon^p)^{0.291}$ (α は定数、 ϵ^p は塑性ひずみ) とし、第2相は、たとえばタングステンやセラミック繊維やウイスキー⁽¹³⁾などを考えて、その機械的性質を弾性率、 $E_f = 37000 \text{ kg/mm}^2$ 、ポアソン比 $\nu_f = 0.17$ とし弾性状態にあるものと仮定した。

Fig.1 Analyzed model

Fig.2 A plane stress region divided into finite elements

モデルの $\frac{1}{4}$ に対して Fig.2 のように要素数 456、節点数 259 に要素分割を行なった。解析は降伏した要素に対して、弾性応力-ひずみマトリックスのかわりにひずみ増分理論より導かれた塑性応力-ひずみマトリックスを用いた弾塑性有限要素法に基づくプログラム⁽¹¹⁾⁽¹⁴⁾により行なった。

III. 計 算 結 果

1. 応力-ひずみ曲線とマトリックス中の降伏領域の拡大

Fig.3 に複相合金の応力-ひずみ曲線を示した。Fig.4 のステージ 1 から 9 は、応力-ひずみ曲線上の①~⑨の各点で降伏した領域および次のステージで降伏する領域がマトリックス中に広がる様子を示している。負荷応力 σ_m が 1.12 kg/mm^2 のステージ 1 で第2相先端近くのマトリック

Fig.3 Stress-strain curve for two phase alloy containing a fiber
Initial yielding elements appear in the matrix at stage 1

ス中の要素がはじめて降伏力に達する。その点までは全域弾性状態であり、複相合金の弾性係数は 7439 kg/mm^2 である。この値は体積率より求めた弾性係数 7400 kg/mm^2 と良く一致している。また、そのときの相当応力分布を Fig.5 に示した。分布の形はモアレ法による実験結果および光弾性実験による結果と一致している。相当応力の最大要素は負荷応力の 1.79 倍であり、最小要素は負荷応力の 0.41 倍であった。その後、降伏領域は引張軸方向および引張軸と 135° をなす方向へと広がり、ステージ 7 で試料を貫通する。その点が応力-ひずみ曲線の屈曲点と対応している。そしてさらに、第2相先端近くの側面マトリックス中に弾性域を残すように中央の界面近傍マトリックスから降伏した領域が広がってくる。

ステージ 9 で相当応力は最大要素で負荷応力の 1.30 倍、最小要素では負荷応力の 0.76 倍であり応力が均一化している。しかし、ひずみは相当ひずみの最大要素で平均ひずみの 4.57 倍と大きな変化を示す。

(12) T.F.MacLaughlin and R.M.Barker : Exp.Mech., 12 (1972), 178.

(13) 三浦維四編：金属複合材料，共立，(1973)，110.

(14) 三浦維四，浅岡憲三：金属学会誌投稿中。

(10) O.C.Zienkiewicz : The Finite Element Method in Engineering Science, McGraw-Hill, (1971), など.

(11) Y.Yamada : Int.J.Mech.Sci., 10 (1968), 343.

Fig.4 Plastic enclaves at various representative stages of calculation

Fig.5 Equivalent stress $\bar{\sigma}/\sigma_m$ distribution in the elastic state (stage 1, $\sigma_m = 1.12 \text{ kg/mm}^2$)

2. 第2相の機械的性質が複相合金に及ぼす効果

第2相とマトリックスの弾性係数の比 E_f/E_m を変化させたときに、第2相中の応力 (Fig.6) およびマトリックス-第2相界面での主応力方向の変化 (Fig.7) を全域弾性状態の場合に対して調べた。計算はマトリックスの弾性係数を一定として、第2相の弾性係数をその $1/2, 2, 3, 4, 5, 10$ 倍の数値を与えて行なった。

Fig.6 より第2相中の最大応力 $\sigma_{f\max}$ と E_f/E_m の比が、ほぼ比例関係にあることがわかる。 E_f/E_m が大きくなると、

Fig.6 Maximum principal-stress-concentration in the second phase

Fig.7 Principal direction along the second phase interface

若干 $\sigma_{f\max}$ が小さくなるのは、マトリックスの大きさがこのモデルでは有限であるために第2相の体積率より生じ、無限大のマトリックス中に第2相が存在する場合には比例関係になると考えられる。

Fig.7 は横軸にアスペクト比 x/d 、縦軸に弾性率の比 E_f/E_m をとり、主応力方向の変化を示した。 E_f/E_m 比が大きくなると、主応力と引張軸のなす角が大きくなるために界面せん断力は、その絶対値が大きくなる。また、界面せん断力によって第2相中の引張軸方向応力が生じるのであるから、第2相中の応力が界面近傍のマトリックス中の主応力方向に依存していることがわかる。したがって、全域弾性状態のときに任意の E_f/E_m 比の複相合金に対して、その界面せん断力および第2相中の応力を近似的に求めるときに、Fig.7 は有益である。第2相のポアソン比が複相合金に及ぼす影響は、ほとんどないことも数値実験より明らかとなった。

IV. 考 察

Kelly-Tyson⁽²⁾⁽³⁾はマトリックスが塑性状態であり、繊維型第2相が弾性状態である場合の第2相中の応力分布の近似を Fig.8 のように与えている。しかし、マトリックス-第2相界面のせん断力に対して主応力方向を考慮していないために必ずしも応力値を正しく評価しているとはいえない。すなわち、マトリックス-第2相界面のせん断力は、界面近傍マトリックス中の主応力値 σ_1, σ_2 の相対的な大きさと主応力方向が界面となす角 φ に依存する。すなわち、界面せん断力 τ_{xy} は

$$\tau_{xy} = -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\varphi \quad (1)$$

マトリックス中の相当応力をほぼ一定とするならば(特に、加工硬化率の小さい材料でマトリックスが塑性状態となるとマトリックス中で相当応力は一定となる)。界面せん断力は主応力方向の関数となる。したがって、主応力方向が界面せん断力を決定していることとなる。そこで、計算を Fig.3 の⑨より先へ進めマトリックスが全域塑性状態となったとき ($\sigma_m = 2.076, \epsilon = 0.1\%$) の第2相中の応力分布および界面せん断力分布を求め Fig.9 に実線で示した。い

Fig.8 Expected variation of stress inside the second phase

Fig.9 Distribution of tensile stress in the fiber and shear stress along the interface

ま、界面せん断力を Fig.9 の点線で示された形に仮定すると

$$d p_x / d x = 2 \pi r \tau(x) \quad (2)$$

p_x は第 2 相中の x 方向の力, r は第 2 相の半径したがって,

$$p_x - p_0 = 2 \pi r \int_0^{l_c/2} \tau(x) dx \quad (3)$$

$p_x = \pi r^2 \sigma_f$: σ_f は第 2 相中の x 軸方向の最大応力

$p_0 = \pi r^2 \sigma_0$: σ_0 は第 2 相先端から伝達される x 軸方向応力

$$\begin{aligned} r(\sigma_f - \sigma_0) &= 2 \int_0^{l_c/2} \tau(x) dx \\ &= l_c \tau_0 / 2 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{ゆえに,} \quad \left(\frac{l_c}{2} \right) / 2r = (\sigma_f - \sigma_0) / 2\tau_0 \quad (5)$$

により l_c が求まる。ここで、 τ_0 はマトリックスの最大せん断応力 $\tau_{\max}$ であるが第 2 相先端近傍でマトリックス中の主応力と引張軸のなす角が小さいときには、 $\tau_0 = \tau_{\max} \sin 2\varphi$ となる。第 2 相がこの解析に用いたモデルの場合には、同様な計算により、

$$\left(\frac{l_c}{2} \right) / 2r = (\sigma_f - \sigma_0) / \tau_0 \quad (6)$$

となる。

Fig.9 に上記の計算式により求めた界面せん断力分布および第 2 相中の応力分布を直線近似により表わした。この近似直線が有限要素法により求めた界面せん断力分布および第 2 相中の応力分布と良く一致しており、妥当な近似式であることがわかる。

V. 総 括

繊維型第 2 相をもつ複相合金の降伏域が、どのように広がっていくのかを有限要素法によりシミュレーションを行なった。解析は $\sigma = F \varepsilon^n$ 型の応力-ひずみ曲線をもつアルミニウムマトリックスを想定し、これに弾性率 37000 kg/mm² の繊維型第 2 相(たとえばタングステンやアルミナ)が入ったモデルに対してなされた。そして、さらに複相合金の第 2 相の機械的性質が界面せん断力および第 2 相中の応力に及ぼす影響を調べるために、マトリックスの機械的性質を一定として第 2 相の弾性係数を変化させた場合の計算を行なった。そして得られた結果は次の通りである。

(1) 塑性区域がどのように広がるかについて調べた結果複相合金の応力-ひずみ曲線と塑性区域の広がりの相互関係が得られた。

(2) 各負荷応力状態のときの応力分布計算により、負荷応力の増大により相当応力がマトリックス中で均一化する。

(3) マトリックス-第 2 相界面近傍でのマトリックス中の主応力方向と引張軸のなす角が E_f/E_m 比の増大および塑性区域の拡大により大きくなること、およびそれにより界面せん断力が増大する。

(4) 第 2 相中の最大相当応力値は全域弾性状態のときには、ほぼ負荷応力値の E_f/E_m 倍である。

(5) Kelly-Tyson の近似式において l_c 値および τ 値の評価を主応力方向を考慮して、 l_c はその 2 倍、 τ は $\tau \sin 2\varphi$ (φ は引張軸と主応力方向のなす角、 τ は最大せん断応力)とするのが妥当であることを示した。

なお、この数値計算には東京大学大型計算機センターの HITAC 8800/8700 および HITAC 5020 E が用いられた。