チタン板の降伏条件式*

田 辺 龍 彦** 大久保忠恒** 五 弓 勇 雄***

Tatsuhiko Tanabe, Tadatsune Okubo and Isao Gokyu: Yield Criterion for Titanium Sheets. Taking the deformation mechanism and texture of titanium sheet into account, yield criteria and the stress-strain relationship were obtained. The results obtained by the tensile test in the plane of the sheet were analyzed using these criteria and relationship. The results were as follows.

(1) The planar anisotropy of yield stress ratio and strain ratio could be explained by the use of a yield criterion based on the prismatic slip for the specimen of large grain size.

(2) The planar anisotropy of the yield stress and strain ratios could be explained by the use of a yield criterion based on the $\{10\bar{1}1\}$ slip for the specimen of small grain size.

(3) It is not appropriate to apply the criteria proposed here to the case where the deformation parallel to the C axis is required. In this case a new criterion based on the other slip or twinning system should be proposed.

(Received November 30, 1973)

I. 緒 言

六方晶金属の多結晶体は六方晶特有の変形機構の故に非常に特異な集合組織を有する。この結果降伏応力、 r 値、一様伸び、幅絞り率、加工硬化指数 n 値等の機械的性質に大きな異方性が生ずる。このうち降伏応力および r 値の異方性に関しては従来、Hill の異方性降伏条件式⁽¹⁾を適用して解析する方法⁽²⁾と集合組織の主成分を持つ単結晶モデルを使って迂り系の Schmid factor から解析する方法⁽³⁾がとられていた。

ところで Hill の異方性降伏条件式において異方性パラメータを決定する際に重要な r 値は集合組織と活動迂り系によって支配されることはよく知られているが、このことはまた、活動迂り系と集合組織から降伏条件式を作ることができるということを示唆しているものと思われる。そこで著者等はこの観点に立ってチタン板を変形させた際に活動していると考えられる $\{10\bar{1}0\}$ 迂りおよび $\{10\bar{1}1\}$ 迂りに基づいた降伏条件式を提案し、それぞれがどのような場合に成立しているかを考察したので報告する。

II. チタン板の降伏条件式

1. チタン擬単結晶の降伏条件式

Fig.1 に示すように直交座標軸 X, Y, Z を六方晶の $[2\bar{1}10]$, $[01\bar{1}0]$, $[0001]$ に一致させ、これを結晶座標と呼ぼう。この時、六方晶単結晶の降伏条件式は Chin 等⁽⁴⁾によって与えられている。著者等は彼等の考えを発展させてチタン擬単結晶の降伏条件を次の如くに導いた。なおここ

でいう擬単結晶とは多結晶体であるが、すべての結晶粒は板面に底面が出ており、方向は C 軸のまわりに任意に回転しているものをさすことにする。このような擬単結晶では活動迂り系を $\{10\bar{1}0\}$ 迂りおよび $\{10\bar{1}1\}$ 迂りとする降伏は板面法線に対して等方的な挙動をすると考えることができる。

そこで今擬単結晶について巨視応力と結晶粒内の微視応力が等しく、また、結晶粒内の変形がそのまま擬単結晶の変形となって現われると仮定する。このとき擬単結晶の降伏は一つの結晶粒の降伏条件式を C 軸のまわりで平均化したものがある値に達した時に開始すると近似的に考えることができる。したがって今 $\{10\bar{1}0\}$ 迂りあるいは $\{10\bar{1}1\}$ 迂りの両方共迂り方向は $\langle 11\bar{2}0 \rangle$ で底面上にのっているので β を迂り面の法線と C 軸のなす角として迂り面の法線方

Fig.1 Stereographic projection of the cartesian co-ordinates.

** 東京大学工学部附属総合試験所 (Engineering Research Institute, Faculty of Engineering, University of Tokyo, Tokyo)

*** 東京大学工学部金属工学科 (Department of Metallurgy and Materials Science, Faculty of Engineering, University of Tokyo, Tokyo)

* チタン板の塑性異方性に関する研究 (第 4 報)

向および迂り方向の方向余弦が結晶座標に対して $(l_1, m_1, n_1), (l_2, m_2, n_2)$ とすると

$$\left. \begin{aligned} l_1 &= -\sin \beta \sin \omega, & m_1 &= \sin \beta \cos \omega \\ l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 &= 0, \\ n_1 &= \cos \beta, & n_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

が成立する。また $l_2^2 + m_2^2 = 1$ であるので $l_2 = \cos \omega, m_2 = \sin \omega$ と置くことができる。これらの関係から結晶座標で表わされた応力成分によって迂り面上迂り方向への剪断応力は

$$\tau = (\sigma_Y - \sigma_X) \sin \beta \sin \omega \cos \omega + \tau_{XY} \sin \beta (\cos^2 \omega - \sin^2 \omega) + (\tau_{YZ} \sin \omega + \tau_{ZX} \cos \omega) \cos \beta \quad (2)$$

となる。更に $\tan r = 2\tau_{XY}/(\sigma_Y - \sigma_X), \tan \delta = \tau_{ZX}/\tau_{YZ}$ とおくと

$$\begin{aligned} \tau &= \sqrt{\frac{(\sigma_Y - \sigma_X)^2}{4} + \tau_{XY}^2} \sin \beta \sin(2\omega + r) \\ &\quad + \sqrt{\frac{\tau_{YZ}^2 + \tau_{ZX}^2}{2}} \cos \beta \sin(\omega + \delta) \\ &= A \sin(2\omega + r) + B \sin(\omega + \delta) \end{aligned}$$

となる。ここで

$$A = \sqrt{\frac{(\sigma_Y - \sigma_X)^2}{4} + \tau_{XY}^2} \sin \beta, \quad B = \sqrt{\frac{\tau_{YZ}^2 + \tau_{ZX}^2}{2}} \cos \beta$$

である。 τ を C 軸のまわりで積分すると 0 となるので τ^2 に関して積分すると

$$\begin{aligned} \tau^2 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [A^2 \sin^2(2\omega + r) \\ &\quad + 2AB \sin(2\omega + r) \sin(\omega + \delta) \\ &\quad + B^2 \sin^2(\omega + \delta)] d\omega = \frac{1}{2} [A^2 + B^2] \end{aligned}$$

したがって降伏条件式としては

$$\{(\sigma_X - \sigma_Y)^2 + 4\tau_{XY}^2\} \sin^2 \beta + 4(\tau_{YZ}^2 + \tau_{ZX}^2) \cos^2 \beta = K^2 \quad (3)$$

が得られる。この式はパラメータ β を含んでいるので一般に底面上に迂り方向を持つ迂り系に対して成立する。今 $\beta = 90^\circ$ とすれば柱面迂りに対する降伏条件式

$$(\sigma_X - \sigma_Y)^2 + 4\tau_{XY}^2 = K_1^2 \quad (4)$$

が得られ、 $\beta = 61.38^\circ$ とすれば $\{10\bar{1}1\}$ 迂りに対する降伏条件式

$$(\sigma_X - \sigma_Y)^2 + 4\tau_{XY}^2 + 1.2(\tau_{XZ}^2 + \tau_{YZ}^2) = K_2^2 \quad (5)$$

が得られる。また式(2)を C 軸のまわりで平均化したことから式(4)は一般に $\{hkl0\}$ 面の迂り、式(5)は $\{hkl1\}$ 面の迂りと考えることもできる。

単結晶がある迂り面上ある迂り方向に迂る場合方位因子を l_{ki} とすると

$$\tau = \sigma_{kl} l_{kl}, \quad \varepsilon_{ij} = \gamma \cdot l_{ij}$$

の関係から $\tau = \sigma_{kl} l_{kl} = \text{const}$ という降伏条件式を塑性ポテンシャルとした場合、塑性歪増分は $d\varepsilon_{ij} = \frac{\partial \tau}{\partial \sigma_{ij}} d\lambda$ の関係から求めたものが上記の歪成分と方位因子の関係に一致するが、式(3)を塑性ポテンシャルとして求めた次式は

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_X &= (\sigma_X - \sigma_Y) \sin^2 \beta d\lambda, & d\varepsilon_Z &= 0, \\ d\varepsilon_Y &= (\sigma_Y - \sigma_X) \sin^2 \beta d\lambda \\ d\gamma_{XZ} &= 2\tau_{XZ} \cos^2 \beta \cdot d\lambda, & d\gamma_{XY} &= 2\tau_{XY} \sin^2 \beta \cdot d\lambda \\ d\gamma_{YZ} &= 2\tau_{YZ} \cos^2 \beta \cdot d\lambda \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

各結晶粒に現われる歪を C 軸のまわりで平均化したものに相当する。したがって擬単結晶を構成する各結晶粒はいずれも式(3)の条件式によって降伏しその時に現われる塑性歪増分は式(6)で示されると考えることができる。

上記のような降伏条件式の導き方においては臨界剪断応力よりも低い応力がかかっている迂り系もその応力に見あった変形をするものと仮定していることになるが、当然のことながら、得られた式(3)は Hill の式⁽⁴⁾において降伏に関して中心軸のまわりに対称的である式と一致する。したがって式(3)は唯一の異方性主軸 Z 軸 ($[0001]$ 軸)を持つということができる。

2. 多結晶体の降伏条件式

以上は擬単結晶的なモデルであったが、上の考えを柱面迂りあるいは $\{10\bar{1}1\}$ 迂りを主要な変形機構とし、かつ鋭い集合組織を持つ多結晶体に対しても適用する。ここで多結晶体に関する巨視応力と結晶粒内の微視応力は等しく、また、結晶粒内の変形がそのまま多結晶体の変形となって現われると仮定する。この時 II.1. から唯一の異方性の主軸は Z 軸 (C 軸) であるのでチタンの強度の異方性は底面の集合組織を考えることにより説明されるはずである。ところで、チタン板の焼鈍状態での底面の集合組織の典型例は Fig.2 のようなものであり、底面の極の集積は板厚方向から幅方向に $30^\circ \sim 40^\circ$ 傾いたところにある。そこで結晶座

Fig.2 Typical (0001) pole figure of annealed titanium sheet.

標の Z 軸を板厚方向から幅方向に θ° 傾いた位置におくことにする。X 軸および Y 軸は Z 軸と直交する面内で任意にとれるが、簡単のために X 軸を圧延方向にとる。このとき結晶座標系は Fig.3 のようになる。ここで板面内で圧延方向から α° の方向への引張試験を行なう時、結晶座標に対する応力成分は次の応力テンソルで表わされる。

$$\begin{pmatrix} \sigma_X & \tau_{XY} & \tau_{XZ} \\ \tau_{YX} & \sigma_Y & \tau_{YZ} \\ \tau_{ZX} & \tau_{ZY} & \sigma_Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma \cos^2 \alpha & \sigma \sin \alpha \cos \alpha \cos \theta & \sigma \sin \alpha \cos \alpha \sin \theta \\ \sigma \sin \alpha \cos \alpha \cos \theta & \sigma \sin^2 \alpha \cos^2 \theta & \sigma \sin^2 \alpha \sin \theta \cos \theta \\ \sigma \sin \alpha \cos \alpha \sin \theta & \sigma \sin^2 \alpha \sin \theta \cos \theta & \sigma \sin^2 \alpha \sin^2 \theta \end{pmatrix} \quad (7)$$

したがって、降伏条件式は式(1)から柱面迂りの場合

Fig. 3 Relation between co-ordinates of the sheet and the cartesian co-ordinates shown in Fig. 1.

$$f = (\sigma_X - \sigma_Y)^2 + 4\tau_{XY}^2 = \sigma^2 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \theta)^2 = 4 K^2 \quad (8)$$

となる。故に圧延方向から α° のところの降伏応力は

$$\sigma(\alpha) = \frac{2K}{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \theta} \quad (9)$$

$\alpha=0^\circ$ のところでの降伏応力を基準にして降伏応力比は

$$\frac{\sigma(\alpha^\circ)}{\sigma(0^\circ)} = \frac{1}{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \theta} \quad (10)$$

となる。

式(9)あるいは(10)から降伏応力の大きさは底面の傾き角 θ と引張軸の傾き α によって左右されることになる。

また $\{10\bar{1}1\}$ じりの場合式(5)から

$$f = \{\sin^2 \beta (\cos^2 \theta \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 + 4 \cos^2 \beta \sin^2 \theta \sin^2 \alpha (\cos^2 \theta \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)\} \sigma^2 = 4 K^2 \quad (11)$$

となり、この式から降伏応力比(降伏応力)の面内異方性が求められることになる。Fig. 4 は $\{10\bar{1}0\}$ じりおよび $\{10\bar{1}1\}$ じりに対して圧延方向 (0° 方向) の降伏応力 $\sigma(0^\circ)$ を基準にした場合、他の方向の降伏応力比が Fig. 3 で定義された θ と共にどのように変化するかを示している。

一方板面内のある方向に引張試験をした場合、塑性歪は $\{10\bar{1}0\}$ じりおよび $\{10\bar{1}1\}$ じりに対しては結晶座標系に関して次のようになる。

$$\begin{pmatrix} d\epsilon_X & d\gamma_{XY} & d\gamma_{XZ} \\ d\gamma_{YX} & d\epsilon_Y & d\gamma_{YZ} \\ d\gamma_{ZX} & d\gamma_{ZY} & d\epsilon_Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d\epsilon_X & d\gamma_{XY} & d\gamma_{XZ} \\ d\gamma_{YX} & -d\epsilon_X & d\gamma_{YZ} \\ d\gamma_{XZ} & d\gamma_{YZ} & 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

これらの歪テンソルから試料の引張方向幅方向の塑性歪増分 dE_X, dE_Y は

$$\begin{aligned} dE_X &= d\epsilon_X \cos^2 \alpha + d\epsilon_Y \cos^2 \theta \sin^2 \alpha + d\epsilon_Z \sin^2 \theta \sin^2 \alpha \\ &\quad + 2 d\gamma_{XY} \cos \theta \sin \alpha \cos \alpha + 2 d\gamma_{XZ} \sin \theta \sin \alpha \cos \alpha \\ &\quad + 2 d\gamma_{YZ} \sin \theta \cos \theta \sin^2 \alpha \\ dE_Y &= d\epsilon_X \sin^2 \alpha + d\epsilon_Y \cos^2 \theta \cos^2 \alpha + d\epsilon_Z \sin^2 \theta \cos^2 \alpha \\ &\quad - 2 d\gamma_{XY} \cos \theta \sin \alpha \cos \alpha - 2 d\gamma_{XZ} \sin \theta \sin \alpha \cos \alpha \\ &\quad + 2 d\gamma_{YZ} \sin \theta \cos \theta \cos^2 \alpha \end{aligned} \quad (13)$$

したがって式(6), (7), (12), (13)から板面内の圧延方向から α° のところの塑性歪比 $\varphi(\alpha) = -dE_Y/dE_X$ は

Fig. 4 Theoretical variation of the yield stress ratio due to assumed operative slip systems with the tensile direction in the plane of the sheet. θ is defined in Fig. 3.

Fig. 5 Theoretical variation of the strain ratio due to assumed operative slip systems with the tensile direction in the plane of the sheet.

$$\varphi(\alpha) = -\frac{dE_Y}{dE_X} = -\frac{(D + C \cos^2 \alpha - B)}{A + B + C \sin^2 \alpha} \quad (14)$$

となる。ただし A, B, C, D は次の如くである。

$$A = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \theta,$$

$$B = \frac{4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (\cos^2 \theta \sin^2 \beta + \sin^2 \theta \cos^2 \beta)}{A \sin^2 \beta},$$

$$C = \frac{4 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \cos^2 \beta \sin^2 \alpha}{A \sin^2 \beta},$$

$$D = \sin^2 \alpha - \cos^2 \theta \cos^2 \alpha$$

ここで $\beta=90^\circ$ とすれば柱面迂りに対応した塑性歪比 $\varphi(\alpha)$ が求まる。Fig. 5 は $40^\circ \geq \theta \geq 15^\circ$ の範囲内で柱面迂りと $\{10\bar{1}1\}$ 迂りに対して求めた φ 値の面内異方性の理論値を示している。

III. 実験方法

実験に使用した材料は冷間圧延された板厚 0.7 mm の工業用純チタン板で Table 1 のような化学成分を持つものである。この材料から Fig. 6 の引張試験片を圧延方向、 22.5° 方向、 45° 方向、 67.5° 方向、 90° 方向からそれぞれ採取し、真空焼鈍し、結晶粒度 10μ と 122μ のものを作成した。引張試験は TOM 5000 X を使い、クロスヘッド速度は 5 mm/min であった。塑性歪比を求めるためには Fig. 7 に示したようにビッカースの圧こんを 4 点うち、段階的に引張歪を与えて変形前後の長手方向、幅方向の変位を工具顕微鏡(最小目盛 1/1000 mm)で測定した。

Table 1 Chemical analysis (wt%).

Fe	N	C	O	Ti
0.046	0.006	0.008	0.062	bal

Fig. 6 Test specimen.

Fig. 7 Position of the micro vickers indentations of the specimen for measuring the strain.

IV. 実験および考察

結晶粒度 10μ (以後試料 A と呼ぶ) および 122μ (試料 B) の底面の集合組織は Fig. 8 のようなものであり、底面の集積は、ND から TD 方向に約 $30^\circ \sim 35^\circ$ 近辺に強く存在し、その傾向は B の方が大きい。このような試料の 0.2% 耐力の板面内の異方性は Fig. 9 に示した如く試料 A, B 共に引張方向が 0° から 90° にいくに従い耐力は大きくなる。Fig. 10 に柱面迂りが起きた場合の降伏条件式(10)から計算した理論値(この場合 0° 方向の耐力を基準とした計算値)を実線で示してある。この結果、B の試料では異方性の主軸が $\theta=35^\circ$ 程度傾いていて柱面迂りで降伏したと考

Fig. 8 (0001) pole figure of the annealed titanium sheet.
(a) Grain size 10μ .
(b) Grain size 122μ

Fig. 9 Directional variation of the yield stress measured at 0.2% strain.

えることができるが A の試料では $\theta=20^\circ$ のところに異方性主軸があるとしなければならない。

Fig. 11 は A, B の試料について塑性歪比 $\varphi = -$ (幅方向歪)/(引張方向歪)の面内異方性と引張歪の関係を示している。この結果を要約すると次のようである。

(1) 結晶粒度の大小にかかわらず φ 値は 90° 方向に引張った場合が最大であり、 0° 方向に近づくにつれて減少する。この関係は引張歪 10% までは引張歪量にかかわらず変わらない。

(2) 引張歪量による φ 値の変動は結晶粒度が大きい方が大きい。また引張方向が 90° に近づくにつれて大きくなる。さらに引張歪が小さい時の変動が大きい。

引張歪が 1% 以下の場合には歪の測定精度が悪くなるのでそれ以上の歪からの外そう値(図中点線)を使った。

Fig. 12 は B の試料について Fig. 11 (b) から得た φ 値(0% および 1% 歪)の面内異方性を示す。同時に式(14)におい

Fig.10 Directional variation of the yield stress. x measured, ---, — calculated from eq. (10).

Fig.12 Variation of the strain ratio with the tensile direction for the specimen with the grain size 122 μ .
○, x measured or extrapolated.
— calculated from eq. (14) with $\beta=90^\circ$

こりて降伏が起きると考えて良いと思われる。一方結晶粒径の小さい試料(A)では異方性主軸が $\theta=20^\circ$ のところにありとすると Fig.5 から柱面じりの場合例えば 0° 方向の ϕ 値は0.88となるべきであるが、Fig.11(a)から $\epsilon=0$ のところへ外そうした値は約0.7であり非常に大きな差がある。したがってAの試料は柱面じりで降伏したのではないと思われる。Fig.13はAの試料について降伏応力比および塑性歪比の面内異方性を $\{10\bar{1}1\}$ じりで解析したものである。実線は式(11)および式(14)において $\beta=61^\circ 38'$ として求めたものである。この場合も異方性主軸が $\theta=32.5^\circ$ にあるとすると降伏応力比と塑性歪比の面内異方性が説明できる。Bの場合と同様 67.5° と 90° 方向に引張ったものの ϕ 値は理論値と若干異なるが、これらの方向でも低歪領域での ϕ 値の変動を考えるとかなり良い一致と見なすことができる。

チタン板の焼鈍材の底面の集合組織が Fig.2 のようなものであると式(14)から 0° 方向の ϕ 値は柱面じりおよび $\{10\bar{1}1\}$ じりの両者の場合に $\phi(0)=\cos^2\theta$ で表わされる。したがって、 0° 方向の引張試験によって異方性主軸の位置が計算できる。一方 90° 方向の ϕ 値は柱面じりの場合 $\phi(90)=1/\cos^2\theta$ となるはずであるが Fig.11 の実験結果からこの方向では引張歪による ϕ の変動が大きいので若干の差が理論値と実験値の間に出てくる。ところで、降伏応力比 $\sigma(90)/\sigma(0)$ は式(10)から柱面じりの場合やはり $1/\cos^2\theta$ となり、これは理論値と実験値がかなりよくあっている。したがって、 ϕ 値を0%歪に外そうする場

Fig.11 Variation of the strain ratio with the tensile strain.
(a) Grain size 10 μ
(b) Grain size 122 μ

て $\beta=90^\circ$ 即ち柱面じりの場合における ϕ 値の理論値を実線で示した。この結果、Bの試料では $\theta=35^\circ$ として ϕ 値の面内異方性がかなりよく説明できることがわかる。ただし、引張方向が 67.5° 以上では理論値との差が若干あるが、これは引張歪の小さいときの ϕ 値の変動が大きいことを考えるとかなり満足すべき値であるといえる。しかもこれらの方向で $\phi>1$ が実際に観察されたということは柱面

じりでは降伏が起きると考えて良いと思われる。一方結晶粒径の小さい試料(A)では異方性主軸が $\theta=20^\circ$ のところにありとすると Fig.5 から柱面じりの場合例えば 0° 方向の ϕ 値は0.88となるべきであるが、Fig.11(a)から $\epsilon=0$ のところへ外そうした値は約0.7であり非常に大きな差がある。したがってAの試料は柱面じりで降伏したのではないと思われる。Fig.13はAの試料について降伏応力比および塑性歪比の面内異方性を $\{10\bar{1}1\}$ じりで解析したものである。実線は式(11)および式(14)において $\beta=61^\circ 38'$ として求めたものである。この場合も異方性主軸が $\theta=32.5^\circ$ にあるとすると降伏応力比と塑性歪比の面内異方性が説明できる。Bの場合と同様 67.5° と 90° 方向に引張ったものの ϕ 値は理論値と若干異なるが、これらの方向でも低歪領域での ϕ 値の変動を考えるとかなり良い一致と見なすことができる。

Fig. 13 Directional variation of the yield stress and strain ratio for the specimen with grain size 10 μ .

- (a) Yield stress. — calculated from eq. (11), x measured
 (b) Strain ratio. o, x measured or extrapolated. — calculated from eq. (14) with $\beta = 61.38^\circ$

合, 90° 方向の場合には降伏応力比で代用できる。また $\{10\bar{1}1\}$ じりの場合 $\varphi(90) = (\sigma(90)/\sigma(0))^2 \cdot \varphi(0) = (\sigma(90)/\sigma(0))^2 \cos^2 \theta$ で表わされ, Fig. 13(a) から降伏応力比の面内異方性は理論値と実験値がかなりよくあっているの、上式から計算された値を 0% 外そう値として使うことができる。

なお、試料の結晶粒径によって主要なじり系が $\{hkl0\}$ ($\{10\bar{1}0\}$) から $\{hkl1\}$ ($\{10\bar{1}1\}$) に何故変わるかという問題については次報で詳しく論ずる。

著者等の提案した降伏条件式 (1), (5) は Hill の異方性降伏条件式と同じ型式であり、異方性主軸を底面の集合組織から求めることにより、Hill の降伏条件式では示し得

なかった塑性歪比の具体的な値が得られるという長所がある。

本論文ではじり系として室温近傍で活動すると報告されている $\{10\bar{1}0\}$ (0001), $\{10\bar{1}1\}$ 面上の $\langle 11\bar{2}0 \rangle$ じり⁽⁵⁾ のみを考慮して降伏条件式を作った。したがってこの式は Fig. 3 と同じような底面の集合組織を持ち、主として $\{10\bar{1}0\}$ $\langle 11\bar{2}0 \rangle$ じりをする Zr⁽⁶⁾ 板の面内異方性の解析には有効なものとなるであろう。しかし、式 (5) は Z 軸 (C 軸) 方向の伸び縮みを与えるじり系 $\{11\bar{2}2\}$ $\langle 11\bar{2}3 \rangle$ ⁽⁷⁾, あるいは $\{10\bar{1}2\}$, $\{11\bar{2}1\}$, $\{11\bar{2}2\}$ 等の双晶系が活動する場合を含んでいないので、そのような変形が必要な場合には別の降伏条件式を作らなければならない。

V. 結 言

チタンの変形機構と集合組織の本質的特徴を取り入れ、他はきわめて単純化した理論によってチタン板の降伏条件と応力歪関係を求めた。チタン焼鈍材の板面内引張試験結果をこれらの関係を使って解析した結果

(1) 結晶粒径が大きい場合 (122 μ) 降伏応力比および塑性歪比の面内異方性は柱面じりに基づいた降伏条件式によって説明できる。

(2) 結晶粒径が小さい場合 (10 μ) 降伏応力比および塑性歪比の面内異方性は $\{10\bar{1}1\}$ じりに基づいた降伏条件式によって説明できる。

(3) ここでの理論を C 軸に平行な変形が必要な場合に適用するのは適切でない。その場合には他のじり系あるいは双晶系を取り入れる必要がある。

文 献

- (1) R. Hill: *The Mathematical Theory of Plasticity*, Oxford Press, Chap. 12, (1950), 318.
- (2) A. N. Bramley and P. B. Meller: *Int. J. Mech. Sci.*, **10** (1968), 211.
- (3) D. H. Rogers and W. T. Roberts: *Int. J. Mech. Sci.*, **10** (1968), 221.
- (4) G. Y. Chin and W. L. Mammel: *Met. Trans.*, **1** (1970), 357.
- (5) A. T. Churchman: *Proc. Roy. Soc., London*, **A 226** (1954), 219.
- (6) E. J. Rappoport: *Acta Met.*, **7** (1959), 254.
- (7) N. E. Paton and W. A. Backofen: *Met. Trans.*, **1** (1970), 2839.