Al-Mg 合金の高温変形機構と内部応力

吉永日出男* 当 摩 建** 諸住正太郎*

Hideo Yoshinaga, Ken Toma and Shotaro Morozumi : The High-Temperature Deformation Mechanism in Al-Mg Alloys and the Internal Stress. Average internal stresses measured by the dip test in high-temperature deformation of Al-Mg alloys have been known to be very high compared with those estimated from the assumption of the equi-distant distribution of parallel dislocations.

In order to examine the validity of the dip test, stress relaxation and rapid strain rate change tests were performed in Al-5.7 at% Mg, and the high internal stresses were confirmed.

The dislocation density and the distribution in the steady-state deformation were estimated theoretically based on the solute atmosphere dragging mechanism, and the average internal stress was calculated from the dislocation distribution. It is concluded that the high internal stress is due to forest dislocations existing in high density.

(Received April 24, 1974)

I. 緒 言

Al-Mg 合金は高温での固溶体硬化が特に大きく、高温降伏現象⁽¹⁾、逆遷移クリープ現象⁽²⁾、 σ^3 則⁽¹⁾⁽³⁾(定常クリープ速度が附加応力のほぼ3乗に比例する)など、特異な変形挙動を示す典型的な合金である⁽⁴⁾。これらの現象はすべて、転位の運動が溶質雰囲気中の粘性的な抵抗⁽⁵⁾⁽⁶⁾を受けることから理論的に導かれることが堀内等によって示されている⁽²⁾⁽⁷⁾。しかし、ひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ を急変させたときの応力 σ の変化より求められる指数 $n(\dot{\epsilon} \propto \sigma^n)$ が理論から予測される値 $n=1$ にならず2以上になる⁽⁷⁾⁽⁸⁾という事実が未解決のまま残されていた。

上述の理論では変形応力に占める内部応力 $\bar{\sigma}_i$ の割合は有効応力 $\bar{\sigma}_e$ に比べて無視できる程小さいと考えられ、 $\bar{\sigma}_e \approx \sigma$ の近似が用いられている。しかし、その後 dip test⁽⁹⁾(変形途上で応力を急減させる試験)による研究が行われ、この方法で求められる変形停滞応力 σ_s が σ の数十%にも達することが明らかにされた^{(10)~(12)}。したがってもし、しばしば仮定されているように、 σ_s が $\bar{\sigma}_i$ に等しいならば、上述の $\bar{\sigma}_e \approx \sigma$ の近似は最早許されないことになる。

指数 n の理論値は σ に対してではなく $\bar{\sigma}_e$ に対して成立するものであるから、理論との対応を見るためには σ に $\bar{\sigma}_i$ の補正を行わなければならない(この補正は n の値を小さくさせる)。事実、及川等⁽¹¹⁾は応力緩和試験において、dip test で求められる σ_s を $\bar{\sigma}_i$ として上述の補正を行うと、理論から予測される通り $n=1$ の値が得られることを示している。

しかし、上述の $\sigma_s = \bar{\sigma}_i$ という仮定は必ずしも自明のことではないところに問題が残されていた。堀内等は直接観察で見られる転位配列から内部応力を評価し、これがせい

ぜい変形応力の1/30程度にすぎなかった⁽²⁾ことから、dip test で果して変形時の真の内部応力が求められるのだろうかという疑問を提出している⁽¹²⁾⁽¹³⁾。

以上のように、 n 値の問題とともに内部応力の評価をめぐっての議論が活発に行われているが、これは単に Al-Mg 合金だけの問題ではなく、広く固溶体合金の高温変形機構にかかわる重要な問題である。

この問題に対して著者等は前報⁽¹⁴⁾において理論的ならびに実験的検討を行い、固溶体の高温変形の場合のように転位速度が有効応力に比例すると考えられる⁽¹⁵⁾ときには dip test で正しい平均内部応力が求められることを示し、さらに、従来の方法よりもより正確な変形停滞応力が求められると考えられる外挿法を用いると、従来の測定値⁽¹⁰⁾よりもさらに高い内部応力が得られることを明らかにした。

本報ではこの高い内部応力の実験的検証をさらに進め、転位分布の直接観察より評価された内部応力と測定値の不一致が生じた理由を検討するとともに、実験的に求められる高い内部応力の発生源が固溶体硬化の大きい合金の高温変形機構とどのようなかかわりをもつものであるかを明らかにしようとするものである。

II. 平均内部応力の測定

前報⁽¹⁴⁾においては dip test によって Al-Mg 合金の高温変形における平均内部応力を測定したが、さらにその測定結果の信頼性を確かめる目的で、ここでは Al-5.7 at% Mg 合金について応力緩和試験とひずみ速度急変試験の二つの方法で平均内部応力の測定を行った。実験の詳細は前報と同様である。

* 東北大学金属材料研究所 (The Research Institute for Iron, Steel and Other Metals, Tohoku University, Sendai)

** 東北大学大学院、現在：三菱金属鉱業株式会社中央研究所 (Graduate School, Tohoku University, Sendai. Present address: Mitsubishi Metal Corporation, Central Research Laboratory, Tokyo)

1. 応力緩和試験

インストロン試験機を用い、定常状態(変形応力が一定となる状態)で、この状態では転位分布がほとんど変わらないことが知られている⁽²⁾まで引張変形してからクロスヘッドを停止して応力緩和試験を行った。得られた応力緩和曲線の一例を Fig.1 に示す。

Fig.1 A stress-relaxation curve for Al-5.7 at % Mg.

応力緩和速度 $\dot{\sigma}$ とひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ との間には

$$\dot{\epsilon} = -\dot{\sigma}/K_0 \quad (1)$$

の関係がある。ただし、 K_0 は試験機系のバネ定数に比例する定数で、応力-ひずみ曲線の弾性部分の勾配として求められる。Fig.1 の場合、応力緩和開始時の $\dot{\sigma}$ の測定値は $-0.30 \text{ kg/mm}^2/\text{sec}$ で、これと K_0 の測定値 $8.7 \times 10^2 \text{ kg/mm}^2$ より式(1)によってひずみ速度を求めると $3.4 \times 10^{-4} / \text{sec}$ となる。

応力緩和開始点では試験片に定常変形状態と同じ応力が増えられているから、上述の方法で正しいひずみ速度が求められるならば、応力緩和開始直後のひずみ速度は開始直前の定常ひずみ速度と一致するはずである。実際、この場合、定常ひずみ速度は $3.3 \times 10^{-4} / \text{sec}$ で式(1)より求めたひずみ速度とよく一致している。本実験の場合、両者は一般に 5% 以下の誤差でよく一致を示した。したがって、応力緩和曲線から式(1)を用いて求められる $\dot{\epsilon}$ の値はかなりの精度の高いものであるといえることができる。

Al-Mg 合金の高温変形の場合には、転位に働く有効応力と転位速度との間には比例関係が成立するものと考えられるから、ひずみ速度は

$$\dot{\epsilon} = \alpha \rho b B (\sigma - \bar{\sigma}_i) \quad (2)$$

で与えられる。ここで、 α は幾何学的な因子で約 $1/4$ の値、 ρ は運動転位密度、 B は転位速度と有効応力の比例定数である。また、 $\bar{\sigma}_i$ は平均内部応力である。

式(1)と(2)より

$$\dot{\sigma}/\dot{\epsilon}_0 = \dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0 = \rho (\sigma - \bar{\sigma}_i) / \rho_0 (\sigma_0 - \bar{\sigma}_{i0}) \quad (3)$$

ただし、添字 0 は応力緩和直前すなわち応力緩和開始点における値を示す。

応力緩和試験中の ρ および $\bar{\sigma}_i$ の変化は σ と $\dot{\sigma}$ の変化に比べて小さいと考えて、 $\rho = \rho_0$ 、 $\bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}_{i0}$ として、いろいろな

σ に対する $\dot{\sigma}$ を測定して式(3)によって $\bar{\sigma}_i$ を計算すれば、このようにして求められた $\bar{\sigma}_i$ は $\bar{\sigma}_{i0}$ の近似値を与えることになる。またその近似は、 σ が σ_0 に近づくにつれてよくなり、 $\sigma \rightarrow \sigma_0$ すなわち $\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0 \rightarrow 1$ の極限で $\bar{\sigma}_{i0}$ に一致するものと思われる。

Fig.2 は上述のようにして求めた $\bar{\sigma}_i$ を $\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0$ に対してプロットした結果である。図上で $\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0 \rightarrow 1$ に外挿して得られる $\bar{\sigma}_{i0}$ の値は 350°C ($\dot{\epsilon}_0 = 3.3 \times 10^{-4} / \text{sec}$, $\sigma_0 = 2.55 \text{ kg/mm}^2$) と 400°C ($\dot{\epsilon}_0 = 1.33 \times 10^{-4} / \text{sec}$, $\sigma_0 = 1.08 \text{ kg/mm}^2$) の場合についてそれぞれ 1.07 および 0.60 kg/mm^2 で、 $\bar{\sigma}_{i0}/\sigma_0$ としてそれぞれ 0.42 および 0.56 となる。

一方、同一条件で dip test に外挿法⁽¹⁴⁾を用いて求めた値はそれぞれ 0.35~0.45 (0.40) および 0.50~0.60 (0.55) で、上述の方法で求めた値とよく一致を示す。ただし、dip test の測定値の範囲は外挿の仕方の任意性による誤差範囲で、括弧内の値は最も確からしい値である。

Fig.2 $\bar{\sigma}_i$ vs. $\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0$ during stress relaxation.

2. ひずみ速度急変試験

ひずみ速度急変試験を行ったときの応力変化の一例を Fig.3(a) に示す。図より、加工軟化などのこの合金特有の遷移現象が認められる。これらの遷移現象はひずみ速度急変後の運動転位密度の変化に対応するものと考えられている⁽⁷⁾。したがって、この種の試験によって、転位分布がひずみ速度急変直前とほとんど同じ状態での応力変化を求めるには、ひずみ速度急変後の塑性ひずみ ϵ の関数として応力変化を求め、 $\epsilon \rightarrow 0$ に外挿したときの値を用いる必要がある。

転位分布が近似的に変化しないと見なせるときには、前報⁽¹⁴⁾の II 節と同様の議論によって、ひずみ速度急変直後の応力 σ とひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ との間には

$$\dot{\epsilon} = \alpha \rho b B (\sigma - \bar{\sigma}_{i0}) \quad (4)$$

の関係があることを導くことができる。すなわち、 $\dot{\epsilon}$ は σ よりひずみ速度急変直前の $\bar{\sigma}_{i0}$ を差引いた応力に比例することになる(前報では粘性係数として B の代りに v_0 という記号を用いている)。

このような関係は転位速度が有効応力に比例する場合に限って成立し、それ以外の場合には、たとえ転位分布が変化しないとしても、 σ より差し引かれるべき $\bar{\sigma}_i$ の値は σ

Fig. 3 (a) Transient stress change following abrupt change of cross-head speed. (b) Transient strain rate change calculated from the curve in (a). Al-5.7 at% Mg deforming at 400°C, lower cross-head speed ; 0.05 mm/min, higher cross-head speed ; 0.5 mm/min

に依存する(前報⁽¹⁴⁾参照)。

応力-ひずみ曲線の弾性部分の勾配を K_0 とし, 塑性領域のある点における勾配を K とすると, クロスヘッドの移動速度から求められる見かけのひずみ速度 $\dot{\epsilon}_a$ と真の塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ との間には

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_a (1 - K/K_0) \quad (5)$$

の関係がある⁽⁷⁾⁽¹⁶⁾。この式によって $\dot{\epsilon}$ を求めれば, $\dot{\epsilon}$ はひずみ速度急変後の見かけのひずみ(試験機系の弾性変形を含む)とともに Fig. 3(b) のように変化する。

このようにして $\dot{\epsilon}$ と σ との関係を求め, これより $n = \log(\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0) / \log(\sigma/\sigma_0)$ として応力指数 n を求めて ϵ に対してプロットすると Fig. 4 のようになる。ただし添字 0 は急変直前の値を示す。この結果は, 全ひずみ速度の変化にやや時間のかかった堀内と吉永のかつての結果⁽⁷⁾ と同様で, $\epsilon \rightarrow 0$ に外挿しても n の値は 2 程度までしか下らない。

これに対して, dip test で求めた $\bar{\sigma}_{i0}$ を差引いた値を用いると, n の値は Fig. 5 のようになって, 低ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{aL}$ から高ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{aH}$ にしたとき, 逆に $\dot{\epsilon}_{aH} \rightarrow \dot{\epsilon}_{aL}$ としたときのいずれの場合にも $\epsilon \rightarrow 0$ の n の外挿値はほぼ 1 になる。

いまの場合, 式(2)が成立するものとする

$$n = \log \left\{ \frac{\rho(\sigma - \bar{\sigma}_i)}{\rho_0(\sigma_0 - \bar{\sigma}_{i0})} \right\} / \log \left(\frac{\sigma - \bar{\sigma}_{i0}}{\sigma_0 - \bar{\sigma}_{i0}} \right)$$

で, ρ および $\bar{\sigma}_i$ はいずれも ϵ が増すにつれて $\dot{\epsilon}_{aL} \rightarrow \dot{\epsilon}_{aH}$ では増加, $\dot{\epsilon}_{aH} \rightarrow \dot{\epsilon}_{aL}$ では減少することになるから, いずれの場合にも ρ の変化は n を大きくし, $\bar{\sigma}_i$ の変化は n を小さくすることになる。したがって, これら二つのパラメータ

Fig. 4 Calculated n -values using $n = \log(\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0) / \log(\sigma/\sigma_0)$ are plotted as a function of plastic strain after abrupt change of strain rate. (a) $\dot{\epsilon}_{aL} \rightarrow \dot{\epsilon}_{aH}$ and (b) $\dot{\epsilon}_{aH} \rightarrow \dot{\epsilon}_{aL}$, where $\dot{\epsilon}_{aL} = 3.3 \times 10^{-5} / \text{sec}$ and $\dot{\epsilon}_{aH} = 3.3 \times 10^{-4} / \text{sec}$.

Fig. 5 Calculated n -values using $n = \log\{(\sigma - \bar{\sigma}_i) / (\sigma_0 - \bar{\sigma}_{i0})\} / \log\{(\sigma - \bar{\sigma}_{i0}) / (\sigma_0 - \bar{\sigma}_{i0})\}$ are plotted as a function of plastic strain after abrupt change of strain rate. (a) $\dot{\epsilon}_{aL} \rightarrow \dot{\epsilon}_{aH}$ and (b) $\dot{\epsilon}_{aH} \rightarrow \dot{\epsilon}_{aL}$, where $\dot{\epsilon}_{aL} = 3.3 \times 10^{-5} / \text{sec}$ and $\dot{\epsilon}_{aH} = 3.3 \times 10^{-4} / \text{sec}$.

の変化による効果はたがいに打ち消し合う方向に働く。Fig. 5 で, ϵ が増加しても n の値があまり変わらないのはそのためであると考えられる。

また, $\dot{\epsilon}_{aL} \rightarrow \dot{\epsilon}_{aH}$ と $\dot{\epsilon}_{aH} \rightarrow \dot{\epsilon}_{aL}$ で n の ϵ 依存性がかなり異なっているが, これは $\sigma - \bar{\sigma}_{i0}$ に与える $\bar{\sigma}_{i0}$ の効果の相違によるものと思われる。すなわち, $\dot{\epsilon}_{aL} \rightarrow \dot{\epsilon}_{aH}$ では常に $\bar{\sigma}_i > \bar{\sigma}_{i0}$ であるのに対して, $\dot{\epsilon}_{aH} \rightarrow \dot{\epsilon}_{aL}$ では常に $\bar{\sigma}_i < \bar{\sigma}_{i0}$ であるから, σ が $\bar{\sigma}_{i0}$ に近づくにつれて n の値は著しく減少することになる。300°C の例では ϵ が増すにつれて $\sigma < \bar{\sigma}_{i0}$ となり, $\sigma = \bar{\sigma}_{i0}$ のところで n は零になっている。このように, $\dot{\epsilon}_{aH}$

$\rightarrow \dot{\epsilon}_{aL}$ で $n-\epsilon$ 曲線に極小が生ずるのはひずみ速度急変後の応力-ひずみ曲線に極小が生ずることと対応している。

ところで, dip test に外挿法を適用して求めた $\bar{\sigma}_{i0}$ を差引くと, $\epsilon \rightarrow 0$ での n の外挿値は図に見られるように 1 より僅か低くなる傾向が認められる。しかし, 逆にこの外挿値が 1 になるような $\bar{\sigma}_{i0}$ を求めると Table 1 のようになり, この n の理論値 1 との差は平均内部応力をたかだか数% 低く見積ることによって解消できることがわかる。

Table 1 Average internal stresses, $\bar{\sigma}_{i \text{ dip}}$ and $\bar{\sigma}_{i n=1}$ measured by the dip test and the rapid strain rate change test respectively.

(°C)	$\dot{\epsilon}_L \rightarrow \dot{\epsilon}_H$		$\dot{\epsilon}_H \rightarrow \dot{\epsilon}_L$	
	$\bar{\sigma}_{i \text{ dip}}$	$\bar{\sigma}_{i n=1}$	$\bar{\sigma}_{i \text{ dip}}$	$\bar{\sigma}_{i n=1}$
300	2.40	2.21	2.70	2.70
350	0.85	0.82	1.00	0.98
400	0.52	0.51	0.56	0.53

kg/mm²

以上のように, dip test, 応力緩和試験, およびひずみ速度急変試験によって求めた平均内部応力がほぼ一致したということは, Al-Mg 合金の場合にはこれらいずれの試験法によってもほぼ正しい平均内部応力が求められることを意味しているように思われる。

III. 定常転位密度と平均内部応力の評価

1. 考え方の基本

これまで平均内部応力が実際の値よりもはるかに低く見積られていたとすると, 平均内部応力の評価の仕方に問題があるのではないかと考えられる。

高温変形した Al-Mg 合金中の典型的な転位配列はほとんどセル構造をとらず, 刃状転位が主ではほぼ均等に分布するものといわれている^{(2)†}。堀内等⁽²⁾はこの観察結果にもとづいて転位の等間隔分布を仮定し, 正負転位のすれちがいに要する応力は変形応力の 1/30 程度にすぎないことを示している。この値は運動転位が受ける最大の内部応力に対応するものであるから, 平均内部応力はさらに小さいことになる。しかし, 等間隔分布は最小の平均内部応力を与える分布であるばかりでなく, 高密度で存在することが知られている林転位⁽¹⁷⁾との相互作用を考慮していないため, 上述の方法では平均内部応力を過小評価することになるものと思われる。

異符号の転位はすれちがわなければならないが, このすれちがいに要する応力は両者のすべり面の間隔に逆比例して大きくなる。したがって, 転位の分布が無秩序ならば, 転位は運動の過程で間隔の狭い逆符号の転位とすれちがうと

きに大きな逆内部応力(転位の運動に対して逆方向に働く内部応力)を経験し得ることになる。逆内部応力の高いところでは転位に働く有効応力が低く, したがって, 転位の滞留時間が長くなるから, 変形の進行につれて逆内部応力の高い場所にある転位の数が増して行くものと思われる。しかし一方, 高温のもとでは, この高い内部応力を及ぼし合っている正負転位対は上昇運動によって容易に相互消滅するであろうから, 変形は僅かな遷移段階を経て定常状態に入り, 大きな内部応力を受ける転位の蓄積は試験条件によって決まるある限度以上には増加しないであろう。

このような転位同士の相互拘束作用と相互消滅のバランスにおいて, どのような転位分布が実現し, そのとき平均内部応力が等間隔分布のときに比べてどれ程大きくなるかが問題である。また, 同様の機構を考えたときに, 1 次すべり系の転位に対して林転位として働く 2 次すべり系の転位密度がどの程度高くなり, そのときどの程度大きな内部応力が生ずるかが問題である。このような考え方から評価した定常転位密度と平均内部応力が実測値と対応するかどうかを以下に吟味する。

2. 定常転位密度の評価

ラセン転位は交差すべりによって容易に相互消滅するものと考えられるので, 運動転位の主成分は刃状転位であるとする。また, 正負転位のすれちがいに際して上昇速度の方がすべり運動速度よりも速くなれば相互消滅するものとする。

転位線の方に平行に z 軸をとり, すべり方向とすべり面の法線方向をそれぞれ x および y 方向とし, 正負転位のすべり面の間隔を y とすると, すれちがいに際して転位が受ける最大の抵抗は, 両転位の間隔が $x = (\sqrt{2} - 1)y$ のところで

$$\tau_i^{\max} = -\frac{Gb}{8\pi(1-\nu)} \frac{1}{y} \quad (6)$$

で与えられる。ただし, G は剛性率, b はバーガースベクトル, ν はポアソン比である。したがって, この位置でのすべり運動速度は

$$v_{sl} = B \left\{ \tau - \frac{Gb}{8\pi(1-\nu)} \frac{1}{y} \right\} \quad (7)$$

となる。ここで, τ は附加分解剪断応力で, B は

$$B = \frac{DkT}{68Nc_0G^2e_b^2R^3b} \quad (8)$$

で与えられる⁽⁷⁾。ただし, N は単位体積当りの全原子数, c_0 は溶質原子の濃度, したがって, Nc_0 は単位体積当りの溶質原子数である。 e_b は溶質原子と溶媒原子の大きさのちがいを示すパラメータ, R は溶媒原子の半径, D は溶質原子の拡散定数, k, T は通常の意味である。

一方, 転位の上昇速度が Hirth と Lothe⁽¹⁸⁾ が示したように

$$v_{cl} \approx -\frac{\pi D\Omega}{b k T \ln(R_0/\sqrt{r}b)} \sigma_{xx} \quad (9)$$

† 実験条件によってはセル構造がしばしば観察されることもあるが, そのような場合でもセル壁を構成している転位よりもセル壁と無関係な転位の方が多い。

で与えられるならば、いまの場合 σ_{xx} は相手転位の応力場で、 $x = (\sqrt{2} - 1)y$ の位置では

$$\sigma_{xx} = -\frac{0.55 G b}{\pi(1-\nu)} \frac{1}{y} \quad (10)$$

となるから、

$$v_d \approx \frac{0.55 G D \Omega}{(1-\nu) k T \ln(R_0/\sqrt{1.08 y b})} \frac{1}{y} \quad (9')$$

となる。ただし、 Ω は原子容、 R_0 は大体転位の平均間隔程度の距離、 r は正負転位の間隔である。

正負転位が相互消滅せずにすれちがうことができる条件を近似的に

$$v_d \geq v_d \quad (11)$$

と考えれば、そのときの臨界距離は式(7)、(8)および(9')より

$$r_c = A/\tau \quad (12)$$

で与えられる。ただし、

$$A = \frac{1.08 G b}{8\pi(1-\nu)} \left\{ 1 + \frac{300\pi c_0 G^2 e_0^2 R^6}{(kT)^2 \ln(R_0/\sqrt{r_c b})} \right\} \quad (13)$$

である。

一方、同一すべり面上にある正負転位対が附加応力に打ち勝って相互消滅する間隔は

$$r'_c = \frac{G b}{2\pi(1-\nu)} \frac{1}{\tau} \quad (14)$$

で与えられる。 $c_0 = 0.03 \sim 0.07$ 、 $T = 673 \sim 573^\circ\text{K}$ の範囲で、Al-Mg 合金の場合、 $r_c/r'_c = 1.0 \sim 2.7$ である。したがって粗い近似になるが、上述の臨界位置での正負転位の間隔 r_c を臨界捕捉半径として、半径 r_c の円内に異符号の転位が入るときは相互消滅するものとする。

いま、相互捕捉されていない自由な転位の密度を ρ_L とし、これが運動の過程で例えば二重交差すべりのような機構で増殖するものとする。転位の消滅を考えないときの増殖率は

$$d\rho_L/d\tau = \beta \quad (15)$$

とすると、 $d\tau$ は ρ_L 本の転位が dL 動くことによって生ずるすべり量の増分で

$$d\tau = \rho_L b dL \quad (16)$$

で与えられる。一方、転位は dL 動く間に $2r_c dL$ の面積内に他の異符号の転位が入れば捕捉されて自由な転位でなくなるものとする (Fig. 6)、このようにして減少する自由な転位の数は $(2r_c dL \rho_L/2) \rho_L$ である。定常変形状態では転位密度の変化がないことが知られている⁽²⁾から、上述の転位密度の増加と減少は等しくなければならない。よって、

Fig. 6 Illustration of L and r_c .

$$d\rho_L = \beta b \rho_L dL = r_c \rho_L^2 dL$$

これより、定常状態における自由な転位密度は

$$\rho_L = \beta b / r_c \quad (17)$$

で与えられる。ただし、相互捕捉した転位対はこれらの自由な転位の運動に影響を与えないと仮定している。

一方、相互捕捉している転位密度は近似的に次のようにして求められる。転位が自由な場所にある確率と捕捉されている確率はそれぞれの場所での滞留時間に比例する。したがって、それぞれの滞留時間を t_L および t_{rc} とすると、捕捉されている転位密度は

$$\rho_{rc} = \rho_L t_{rc} / t_L \quad (18)$$

で与えられる。ところで、自由な転位の平均運動速度 $\bar{v}_L$ が、捕捉されるまでに運動する距離 L に依存しなければ、正負転位の相対速度は $2\bar{v}_L$ になることを考慮して

$$t_L = \bar{L} / 2\bar{v}_L \quad (19)$$

ここで、平均自由行路 $\bar{L}$ は次のようにして求められる。

いま、1本の転位に着目して、これが生まれてから捕捉されるまでに距離 L だけ運動する確率を考える (Fig. 6 参照)。 L だけ進んだときに捕捉されずに残る確率を $p(L)$ とすれば、さらに dL 進む間に捕捉される確率 $p(L) - p(L + dL) = -(dp(L)/dL) dL$ は、式(17)の導出のときと同様に、 $(r_c \rho_L dL) p(L)$ に等しい。よって、

$$dp(L)/dL = -r_c \rho_L p(L) \quad (20)$$

これを $p(0) = 1$ として解くと

$$p(L) = e^{-r_c \rho_L L}$$

が得られる。新しく生まれた転位が捕捉されるまでに運動する距離が L から $L + dL$ の間にある確率を $W(L) dL$ とすると、これは

$$W(L) = -dp(L)/dL = r_c \rho_L e^{-r_c \rho_L L} \quad (21)$$

で与えられる。よって、

$$\bar{L} = \int_0^\infty L W(L) dL = 1/r_c \rho_L \quad (22)$$

一方、 $\bar{v}_L$ は、自由な領域での平均有効応力[†]を $\bar{\tau}_{eL}$ とすれば、

$$\bar{v}_L = B \bar{\tau}_{eL} \quad (23)$$

で与えられる。したがって、式(19)および(22)より

$$t_L = 1/2 r_c \rho_L B \bar{\tau}_{eL} \quad (24)$$

一方、捕捉された転位の速度は近似的に

$$v_{rc} \approx \frac{G \Omega D}{2(1-\nu) k T \ln(R_0/\sqrt{r_c b})} \frac{1}{r} \quad (25)$$

で与えられるから、転位が捕捉されてから消滅するまでに要する時間は、相対速度が $2v_{rc}$ になることを考慮して

$$t_{rc} = \int_0^{r_c} \frac{dr}{2v_{rc}} \approx \frac{(1-\nu) k T}{2 G \Omega D} r_c^2 \left\{ \ln\left(\frac{R_0}{\sqrt{r_c b}}\right) + \frac{1}{4} \right\} \quad (26)$$

† 広く平均有効応力という術語が使われているが、これは有効応力に転位がその場所を通過するに要する時間の重みを乗じて平均化した値に関係する量で、通常の意味での平均値ではない。平均内部応力についても同様である (定義については前報⁽¹⁴⁾参照)。

で与えられる。よって

$$\rho_{rc} = \frac{(1-\nu)(kT)^2 \bar{\tau}_{eL} r_c^3 \rho_L^2}{68 c_0 G^3 \epsilon_b^2 R^6 b} \left\{ \ln \left(\frac{R_0}{\sqrt{r_c b}} \right) + \frac{1}{4} \right\} \quad (27)$$

3. 自由な転位が他の同じすべり系の転位によって受ける内部応力

自由な転位とはそのまわり半径 r_c の円筒内に他の転位がないようなものであると近似的に考えると、その外側の転位によって自由な転位に対する平均内部応力 $\bar{\tau}_{iL}$ が決まることになる。

しかし、転位の平均間隔以上に離れた場所にある転位の応力場は、正負転位の効果が打ち消し合うから、近似的に無視できる。したがって、自由転位のまわりに $\pi R_0^2 \rho_L = 1$ で決まる半径 R_0 の円を考え、この内部にある転位の効果のみを考えることにする。

注目している転位から (r, θ) の位置にある転位の応力場は

$$\tau_i = \mp D' \frac{\cos \theta \cos 2\theta}{r} \quad (28)$$

(同符号のとき $-$, 異符号のとき $+$)。ただし、

$$D' = G b / 2 \pi (1-\nu) \quad (29)$$

である。いま、1本の転位の占有する面積を δS とすると、単位面積当りの転位の存在し得る site の数は $1/\delta S$ であるから、一つの site に転位の存在する確率は $\rho_L \delta S$ である。したがって、 $r dr d\theta$ の領域に1本の転位があって他の領域に転位がない確率は

$$\rho_L \delta S \frac{r dr d\theta}{\delta S} (1 - \rho_L \delta S)^{(\pi R_0^2 - r dr d\theta) / \delta S}$$

で与えられる。ここで、転位は任意の位置に存在し得るものとして $\delta S \rightarrow 0$ とすると、この確率は $\rho_L e^{-\pi r^2 \rho_L} r dr d\theta$ となる。ただし、 $\pi R_0^2 / \delta S = \pi R_0^2 \rho_L / \rho_L \delta S = 1 / \rho_L \delta S$ の関係を用いた。

転位の無秩序分布を仮定すれば、転位が自由である確率は、ここで用いた近似では、 πr_c^2 の領域内に他の転位が存在しない確率 $\lim_{\delta S \rightarrow 0} (1 - \rho_L \delta S)^{\pi r_c^2 / \delta S} = e^{-\pi r_c^2 \rho_L}$ に等しい。したがって、自由な転位の中で $r dr d\theta$ の領域にある他の転位の応力場を受ける確率は $\rho_L e^{\pi r_c^2 \rho_L} r dr d\theta$ で与えられる。同様に、自由な転位の中で $\pi(R_0^2 - r_c^2)$ の領域内に1本も転位が存在しない確率および2本以上存在する確率はそれぞれ $e^{\pi r_c^2 \rho_L} - 1$ および $1 - (2 - \pi r_c^2 \rho_L) e^{\pi r_c^2 \rho_L} - 1$ で与えられる。

2本以上の転位がこの領域に入ることによる平均内部応力への寄与を無視すれば転位の平均運動速度は

$$\bar{v}_L = 1 / \left\{ \frac{\rho_L}{2} e^{\pi r_c^2 \rho_L} \int_{r_c}^{R_0} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{1}{B(\tau - D' \cos \theta \cos 2\theta / r)} + \frac{1}{B(\tau + D' \cos \theta \cos 2\theta / r)} \right\} r dr d\theta + \frac{1}{B\tau} \left[1 - (1 - \pi r_c^2 \rho_L) e^{\pi r_c^2 \rho_L} - 1 \right] \right\} \quad (30)$$

で与えられる。これは、転位がそれぞれの内部応力の場所

を通過するに要する時間の和で全移動距離を割った値が平均速度になるという考え方で導いたものである。

したがって、

$$\bar{\tau}_{eL} = \bar{v}_L / B = \tau / \phi \quad (31)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \phi &= \rho_L e^{\pi r_c^2 \rho_L} \int_{r_c}^{R_0} \int_0^{2\pi} \frac{r dr d\theta}{1 - (D' \cos \theta \cos 2\theta / \tau r)^2} \\ &\quad + 1 - (1 - \pi r_c^2 \rho_L) e^{\pi r_c^2 \rho_L} - 1 \\ &= 1 + \frac{\rho_L}{2e} e^{\pi r_c^2 \rho_L} \left(\frac{D'}{\tau} \right)^2 I \end{aligned} \quad (32)$$

よって、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\bar{\tau}_{eL}}{\tau} &= \frac{1}{1 + \rho_L I D'^2 e^{\pi r_c^2 \rho_L} / 2e \tau^2} \\ \bar{\tau}_{iL} / \tau &= 1 - \bar{\tau}_{eL} / \tau \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

ただし、

$$I \equiv \int_0^{2\pi} (\cos \theta \cos 2\theta)^2 \ln \left(\frac{(\tau R_0)^2 - (D' \cos \theta \cos 2\theta)^2}{(\tau r_c)^2 - (D' \cos \theta \cos 2\theta)^2} \right) d\theta \quad (33)$$

である。

4. 実測値との比較

(1) 定常転位密度

堀内と大塚⁽²⁾の測定値と対比するために、 $c_0 = 0.069$, $T = 632^\circ\text{K}$ の場合について考える。式(13)において、 $\ln(R_0 / \sqrt{r_c b})$ は実験条件に比較的鈍感で約4になるので、 $G = 2.00 \times 10^{11}$ dyne/cm², $b = 2.86 \times 10^{-8}$ cm, $\nu = 1/3$, $\epsilon_b = 0.1$, $R = b/2$ とすると、 A の値も実験条件に鈍感でほぼ 3×10^{-5} cm kg/mm² となる(附加応力 $2 \sim 7$ kg/mm² の範囲で $\ln(R_0 / \sqrt{r_c b})$ および A の値はそれぞれ $4.24 \sim 3.78$ および $2.97 \times 10^{-5} \sim 3.29 \times 10^{-5}$ cm kg/mm²)。

転位の増殖率 β が Peissker 等⁽¹⁹⁾ が仮定したように

$$\beta = \beta_0 \tau^m \quad (34)$$

で与えられるものとする、 $\beta_0 = 2.72 \times 10^{11}$, $m = 0.737$ のとき、式(17)および(27)より求められる全転位密度 $\rho = \rho_L + \rho_c$ と附加応力 σ との関係は Fig. 7 の曲線1のようになり、堀内と大塚の実測値とはほぼ一致する(ただし、 $\tau = \sigma / 2.2$ としている)。なお、 β_0 の値は応力を kg/mm², β を cm⁻² の単位で表わしたときの値である。このとき、 ρ は σ のほぼ1.7乗に比例する。

Peissker 等⁽¹⁹⁾ がゲルマニウムについて成立するとしていように $m = 1$ とすると、式(12), (17) および (27) より、 ρ は σ のほぼ2乗(正しくは約1.9乗)に比例することになり、このとき $\beta_0 = 2.31 \times 10^{11}$ とすると、同図の曲線2のようになる。また、Johnston と Gilman⁽²⁰⁾ が弗化リチウム単結晶について示したように β を定数とすると、 $\beta = 4.20 \times 10^{11}$ /cm² のとき曲線3のようになる。

(2) 平均内部応力

捕捉し合っている転位 ρ_{rc} の消滅までの運動によるひずみへの寄与を近似的に無視すれば、ひずみ速度は自由な転

Fig. 7 ρ vs. σ in steady state deformation. Data points represent the experimental results obtained by Horiuchi and Otsuka⁽²⁾. Curves 1, 2 and 3 are calculated assuming $m=0.737$, 1 and 0 respectively.

位の運動のみによって決まり,

$$\dot{\epsilon} = \alpha \rho_L b B (\sigma - \bar{\sigma}_{iL}) \quad (35)$$

で与えられる。このとき、 $\bar{\sigma}_{iL}/\sigma = \bar{\tau}_{iL}/\tau$ であるから、同じすべり系の転位同士の相互作用による平均内部応力は近似的に式(32)によって評価することができる。

当摩等⁽¹⁴⁾の dip test による測定結果と対比するために、 $c_0=0.057$ の場合について、転位の増殖率 β の値を前項に述べた $c_0=0.069$, $T=632^\circ\text{K}$ の場合と同じ ($\beta=2.72 \times 10^{11} \text{ s}^{-0.737}$) として式(17)によって ρ_L を求め、これを式(32)に代入して $\bar{\sigma}_{iL}/\sigma$ の値を計算すると、Fig. 8 に示した実験条件の範囲で 0.01~0.08 となり、実測値に比べて 1 桁低い値が得られる。

捕捉転位 ρ_{rc} の運動によるひずみを考慮した場合に期待される平均内部応力の上限は次のようにして評価できる。

Fig. 8 $\bar{\sigma}_i/\sigma$ vs. σ in Al-5.7 at% Mg.

前報⁽¹⁴⁾において詳述したように、転位速度が有効応力に比例するときの平均内部応力は

$$\bar{\tau}_i = \tau - \bar{v}/B \quad (36)$$

で与えられる。ただし、 $\bar{v}$ は転位の平均運動速度である。捕捉領域内に転位が入った場合には転位同士の相互作用の方が外部応力よりも大きくなるので、捕捉し合った転位の位置関係が任意であれば、この領域内での転位の平均運動速度は近似的に零になる。したがって、転位が生まれてから消滅するまでの平均運動速度は近似的に

$$\bar{v} = \bar{L}/2(t_L + t_{rc}) \quad (37)$$

で与えられる(式(19)参照)。捕捉された転位といえども、外部応力がかかっている状態では、平均転位速度は正になるものと思われるので、式(37)は平均転位速度の下限を与えるものと思われる。したがって、式(37)を式(36)に代入して求められる平均内部応力は上限を与えるものと思われる。式(22), (24)および(26)を参照して式(36)より $\bar{\sigma}_i/\sigma$ を評価すると、Fig. 8 の実験条件のもとで 0.15~0.17 となる。この値は $\bar{\sigma}_{iL}/\sigma$ に比べると約 1 桁大きい、上限値であるにもかかわらず Fig. 8 の実測値に比べてなお factor 2 ないし 4 程度小さい。

これらの結果は、同じすべり系の転位同士の相互作用の他に平均内部応力を高める原因が存在することを示しているように思われる。その原因として最も可能性の高いものは林転位による抵抗であろう。

単結晶でも、面心立方格子の通常の方位では 1 次すべり系と 2 次すべり系の方位因子の差は 10% 以下であるから、式(17)と(27)より求められる転位密度は 2 次すべり系でも 1 次すべり系と同程度に大きい。実際、大塚等⁽¹⁷⁾は透過電子顕微鏡法による直接観察によって、1 次すべり系と 2 次すべり系の転位密度に大きな差がないことを確認している。多結晶試料においては粒界の拘束作用が加わるから、この差はさらに少ないものと考えられる。

したがって、運動転位はこれと同程度の密度で存在する林転位による抵抗を受けるものと思われるが、この長距離の弾性的相互作用による変形抵抗(athermal)は Saada⁽²¹⁾によれば

$$\bar{\tau}_i \approx G b \sqrt{\rho}/5 \quad (38)$$

程度であろうと考えられる。Fig. 8 の実験条件の範囲で式(38)より求められる $\bar{\sigma}_i/\sigma$ の値は 0.20~0.25 で同じすべり系の転位の相互作用よりも大きな値になる†。

このように、同じすべり系の転位の相互作用ばかりではなく林転位との相互作用も考慮すれば、実測値に近い大きな平均内部応力が導かれる。しかしなお、実測値に比

† 林転位の抵抗を考慮したときには有効応力 $\bar{\tau}_{eL}$ が減少するから ρ_{rc}/ρ_L の比率も減少する。しかし、ここで対比した実験条件のもとでは $\rho_{rc}/\rho_L=0.11 \sim 0.19$ と小さいので、このために生ずる ρ_L の変化は少なく、前項で求めた転位の増殖率 β の値もあまり変わらない。

と factor 2 程度小さいばかりではなく、次のような実測値との不一致がある。式(37)および(38)より導かれる $\bar{\sigma}_i/\sigma$ は応力が高い程小さく実測値と同じ傾向を示すが、その応力依存性は実測値に比べて僅かである。例えば $c_0=0.057$, $T=623^\circ\text{K}$ の場合、 σ を 1 kg/mm^2 から 3 kg/mm^2 まで大きくしても、 $\bar{\sigma}_i/\sigma$ の計算値は 0.38 から 0.33 に減少するにすぎない。また、温度依存性は実測値と逆の傾向を示す。すなわち、 $\sigma=2\text{ kg/mm}^2$ の場合、温度を 300°C から 400°C まで上げると、実測値は 0.9 程度から 0.3 程度まで急激に低下するのに対して、計算値は逆に 0.34 から 0.38 に増大する。

これに対して、臨界捕捉半径 r_c と捕捉転位密度の比率 ρ_{rc}/ρ は応力が高い程、温度が高い程小さくなり、 $\bar{\sigma}_i/\sigma$ の実測値と同じ傾向を示す。 r_c および ρ_{rc}/ρ が大きい程、捕捉転位は消滅までに林転位と相互作用して安定な junction をつくる確率が増すものと思われる。安定な junction をつくれた転位は容易に相互消滅せず、平均内部応力を高める効果があるものと思われる。林転位との相互作用によるこのような不動転位の形成は自由な転位 ρ_L についても考えられる。上述の実験結果との不一致はこのような不動転位の蓄積による効果を見逃しているために生じたものと思われる。

IV. 検 討

1. 定常転位密度

通常、転位密度や転位分布の測定は定常変形の途上で試験を中断し、同じ荷重をかけたまま室温まで冷却したもののについて行われている。しかし、III章に述べた議論に従えば、同じ応力のもとでは温度が高い程定常転位密度は高くなる。

式(17)より、自由な転位密度 ρ_L は、たとえ転位の増殖率 β に温度依存性がないとしても、臨界捕捉半径 r_c に依存し、 r_c は式(12)および(13)に示したように温度に依存するから、 ρ_L も温度に依存する。したがって、捕捉された転位密度 ρ_{rc} も全転位密度 ρ も温度に依存する。この温度依存性は III-2 節に述べたパラメータ A の温度依存性によるもので、式(13)よりこの温度依存性は T^2 より僅かである。しかし、具体的なパラメータを代入して見ると、冷却時に $1/2$ 程度に転位密度が減少する可能性は十分ある。

冷却時の変形は定常変形ではないから実情は複雑であろうが、少なくとも高応力、高温の場合の方が冷却時の変形量が大きく、したがって誤差も大きくなることだけは間違いないであろう。したがって、増殖率の応力指数 m が約 0.74 のときに実測値との対応がよいといっても、果してそれが真実であるかどうかは疑問である。

転位密度の測定に $1/2$ 程度の誤差が入り、この誤差が応力の高いもの程大きいであろうことを考えると、 m は 1 に近くなる可能性がある。したがって、試験温度から急冷す

るなどの方法により、定荷重冷却で得られた結果がどの程度正しいものかを今後検討する必要があるものと思われる。

2. 転位分布の均等性と平均内部応力

第II章に詳述したように、Al-Mg 合金の高温変形の場合、dip test に外挿法を適用すればほぼ正しい平均内部応力が求められるものと考えられるが、その測定結果は平行な転位の等間隔分布より評価される値⁽²⁾よりもはるかに大きく、このことから、Al-Mg 合金の内部応力の測定に dip test 法を適用することが疑問視されたこともある。たしかに、高温変形した Al-Mg 合金内の転位分布は純金属に比べて著しく均等性がよく、一見等間隔分布の仮定がよく当てはまるように思われる。しかし、平均内部応力の基礎理論で広く考えられているように、転位は逆方向に働く内部応力の高いところで存在確率が高くなるはずで、本来均等に分布することはあり得ない。実際、観察される転位分布は決して格子型の等間隔分布⁽²⁾ではなく、不均等なものである(例えば文献(2)の Photo. 1)。

なお、本報で用いた転位の無秩序分布の仮定は、変形状態での転位分布が無秩序であることを意味するものではないことに注意されたい。III-3 節に述べた転位の平均運動速度の計算の仕方からも明らかなように、転位の滞留時間は有効応力の低いところで長くなる。したがって、ある時点で転位分布を見ると、逆方向に働く内部応力の高いところにある転位が多いことになる。しかし、III-4 節に述べた計算結果によれば、自由な転位 ρ_L の受ける平均内部応力は無規できる程小さいため、この場合の不均一性は主に捕捉転位 ρ_{rc} のところで見られることになる。

Al-Mg 合金で転位分布の均等性が非常によいことは転位の運動に対する摩擦抵抗が大きいことを示しているように思われる。摩擦抵抗が大きければ、III-2 節に述べたように転位が自由な領域に存在する時間 t_L が長くなり、相対的に捕捉されている時間 t_c が短くなる。したがって、高温変形では摩擦抵抗(いまの場合は溶質雰囲気による粘性抵抗)が大きいもの程転位分布の均等性が増すことになるからである。

このような場合には、大きな内部応力を及ぼし合う接近した正負転位対は容易に相互消滅するため、同じすべり系の平行な転位の相互作用のみでは大きな平均内部応力は生じない。むしろ、粘性抵抗が大きいために生ずる高密度の林転位との相互作用によって大きな内部応力が生ずる。III-4 節で詳述したように、運動転位と林転位との相互作用を考慮すると、従来の理論値⁽²⁾より 1 桁高く実測値に近い平均内部応力が得られる。ただし、その応力および温度依存性は実測値との対応が悪い。実測値との一層よい対応を得るには、正負転位の消滅過程に対する林転位の妨害作用の効果を明らかにする必要があるものと思われる。しかし、III-4 節の結果から考えて、変形応力の 50% 前後の高

い内部応力が生ずるということは、Al-Mg 合金の高温変形で溶質雰囲気による粘性抵抗が非常に大きいということを何等否定するものではないということができよう。

V. 総 括

従来、dip test 法で測定される平均内部応力と、転位密度および転位分布の直接観察から推定される内部応力の間に大きな相違があり問題視されていた Al-Mg 合金について、高温変形機構と内部応力との関係を理論的ならびに実験的に検討し、次のような結果を得た。

(1) 応力緩和試験ならびにひずみ速度急変試験により求められる平均内部応力は dip test に外挿法を適用することによって求められる値とよい一致を示す。したがって、Al-Mg 合金の高温変形の場合には、これらいずれの方法を用いてもほぼ正しい平均内部応力が求められるものと思われる。

(2) 同じすべり系の転位同士の相互作用を考慮して定常転位密度と応力の関係を理論的に導き、堀内と大塚⁽²⁾の実測値と比較したところ、転位の増殖率が附加応力の 0.74 乗に比例するときよい一致が得られた。しかし、上記転位密度の測定値には測定法に起因する系統的誤差が入る可能性があり、それを考慮するとこの応力指数は 1 に近づく可能性がある。

(3) 林転位密度は 1 次すべり系の転位密度と同程度に高いことが理論的に導かれるが、これは大塚等⁽¹⁷⁾の観察結果と一致する。

(4) 高い内部応力を及ぼし合う接近した正負転位対は高温では容易に相互消滅するため、同じすべり系の平行な転位の相互作用を考えただけでは実測値のように大きな平均内部応力は生じない。

(5) 運動転位と林転位の相互作用を考えると、従来の理論値⁽²⁾より 1 桁高く実測値に近い平均内部応力が得られる。ただし、実測値とさらにより対応を得るには恐らく、運動転位と林転位の相互作用による不動転位の形成の効果を考慮する必要があるものと思われる。

(6) 転位分布の均等性は摩擦力が大きいもの程よくなる。したがって、Al-Mg 合金で転位分布の均等性がよいことは溶質雰囲気による粘性抵抗が大きいことを直接示すものと考えられる。

以上の結果より、これまで問題視されていた平均内部応力の実測値と転位密度からの計算値の不一致は、計算に平

行な転位の等間隔分布を仮定したために生じたもので、高密度で存在する林転位の効果を考慮すれば主要な不一致はなくなり、固溶体硬化の大きい合金の高温変形は運動転位のまわりに形成される溶質雰囲気による粘性抵抗によって支配されるという機構で矛盾なく理解される。

終りに、本研究の遂行にあたって数々の貴重な御助言を戴いた東京大学宇宙航空研究所堀内 良教授、東北大学金属材料研究所小岩昌宏助教授、角野浩二教授、阿部勝憲助手ならびに有意義な御討論を戴いた東北大学工学部辛島誠一教授、及川 洪助教授および同学大学院生丸山公一の諸氏に深く感謝する。

文 献

- (1) 堀内 良, 吉永日出男, 浜 葆夫: 金属学会誌, **29** (1965), 85; Trans. JIM, **6** (1965), 123.
- (2) 堀内 良, 大塚正久: 金属学会誌, **35** (1971), 406.
- (3) O.D. Sherby and P.M. Burke: Prog. Mater. Sci., **13** (1966), 325.
- (4) 吉永日出男: 金属学会会報, **10** (1971), 519.
- (5) A.H. Cottrell and M.J. Jaswon: Proc. Roy. Soc., **A** **199** (1949), 104.
- (6) H. Yoshinaga and S. Morozumi: Phil. Mag., **23** (1971), 1367.
- (7) 堀内 良, 吉永日出男: 金属学会誌, **29** (1965), 351; Trans. JIM, **6** (1965), 131.
- (8) H. Asada, R. Horiuchi, H. Yoshinaga and S. Nakamoto: Trans. JIM, **8** (1967), 159.
- (9) A.A. Solomon, C.N. Ahlquist and W.D. Nix: Scripta Met., **4** (1970), 231.
- (10) C.N. Ahlquist and W.D. Nix: Acta Met., **19** (1971), 373.
- (11) H. Oikawa, J. Kariya and S. Karashima: Metal Sci., **8** (1974), 106.
- (12) 堀内 良, 田中雅章: 金属学会講演概要, (1973・4), 40.
- (13) 堀内 良: 金属学会シンポジウム, 金属および合金のクリープ (第 4 回) 1973 年 9 月.
- (14) 当摩 建, 吉永日出男, 諸住正太郎: 金属学会誌, **38** (1974), 23.
- (15) J. Weertman and J.R. Weertman: Physical Metallurgy, Ed. by R.W. Cahn, J. Wiley, (1965), 793.
- (16) G.F. Bolling, L.E. Hays and W.H. Wiedersich: Acta Met., **9** (1961), 622.
- (17) 大塚正久, 堀内 良: 金属学会誌, **36** (1972), 809.
- (18) J.P. Hirth and J. Lothe: Theory of Dislocations, McGraw-Hill, (1968), 514.
- (19) E. Peissker, P. Haasen and H. Alexander: Phil. Mag., **7** (1962), 1279.
- (20) W.G. Johnston and J.J. Gilman: J. Appl. Phys., **30** (1959), 129.
- (21) G. Saada: Acta Met., **8** (1960), 841.