結果である。A 系列 (Table 1 参照) では a/h とともに応力が増加し続けたので、 $a/h \rightarrow \infty$ の場合の降伏応力を決定できなかった。A-4 試験片のみが実験失敗であったのかもしれない。また D 系列と E 系列は試験片数が少なく、結果のばらつきも大きいので、一つにまとめて考えた。結局各系列の降伏応力は、

$$\sigma_B = 1.7 \text{ kg/cm}^2 \quad (v=0.11)$$

$$\sigma_C = 1.3 \text{ kg/cm}^2 \quad (v=0.20)$$

$$\sigma_{D,E} = 1.1 \text{ kg/cm}^2 \quad (v=0.23 \sim 0.28)$$

となった。

次に非孔試験片の結果から、プラスチックの降伏応力 Y を求めると、Fig. 11 に示した結果から、

$$Y = 1.10 \text{ kg/cm}^2$$

が得られた。

以上の結果から σ_B/Y 等を求め、孔体積率 v の函数として Fig. 4 に丸印で示した。

本文 III 章で考えたのは引張の場合で、本実験は圧縮であるから幾分の違いはあるだろうが、塑性理論としては同様

に取扱えるから、本実験結果は理論をかなりよく検証しているといえるだろう。

文 献

- (1) K.E. Puttick : Phil. Mag., **4** (1959), 964.
- (2) H.C. Rogers : Trans. Met. Soc. AIME, **218** (1960), 498.
- (3) P. Clausen : Trans. ASM, **60** (1967), 504.
- (4) 正協謙次 : 塑性と加工, **14** (1973), 885.
- (5) B.J. Brindley : Acta Met., **16** (1968), 587.
- (6) 小野寺龍太, 豊島清三 : 金属学会誌, **39** (1975), 648.
- (7) P.F. Thomason : J. Inst. Met., **96** (1968), 360.
- (8) F.A. McClintock : *Ductility*, ASM, Metals Park, Ohio, (1967), 255.
- (9) 大矢根守哉 : 日本機械学会誌, **75** (1972), 110.
- (10) J. Gurland and J. Plateau : Trans. ASM, **56** (1963), 443.
- (11) 小野寺龍太, 豊島清三 : 金属学会誌, **39** (1975), 970.
- (12) G.Y. Chin, W.F. Hosford, Jr. and W.A. Backofen : Trans. AIME, **30** (1964), 437.

内部ネッキング機構に基づいた延性破壊理論

小 野 寺 龍 太*

Ryūta Onodera : A Theory for Ductile Fracture by Internal Necking of Voids.

It has been considered that ductile fracture of metal in tension occurs by void coalescence. It has been reported in the preceding paper that (1) the volume fraction of voids, v_v , necessary to cause void coalescence by internal necking is given as a function of radial stress, σ_r , and (2) the area, S_v , of the V region in which the volume fraction of voids exceeds v_v can be expressed as a function of $S/\pi \rho^2$, v and σ_r , where S is the cross-sectional area of a specimen, ρ is a radius of void and v is the mean volume fraction of voids of a specimen.

This paper describes the area of the strain hardening region H, which is considered to surround the V region, and the equation for the condition of ductile fracture. A criteria of fracture was considered to be $\Delta P_v + \Delta P_H \leq 0$, where $\Delta P_v (= S_v \left\{ \frac{\partial Y}{\partial \epsilon} \left[-\frac{3}{4} (1 - v_v^2) + \frac{1}{6} \ln \frac{27}{256 v_v^3} \right] - Y \left(\frac{3}{2} v_v + \frac{1}{2 v_v} \right) \right\} \frac{\delta}{h}$, refer to the preceding paper) and ΔP_H are the increments of the load on the V and H regions after small deformation. (Y : yield stress, δ : displacement, h : a half height of the V region equal to $\rho/\sqrt{v_v}$)

To calculate ΔP_H , it is assumed that (1) the strain in the H region varies in inverse proportion to the distance from the V region (i.e. strain concentration is relieved with distance) and (2) the distance from the center of the V region to the outer border of the H region in a certain direction is equal to the one which would move from the center of the V region before impinging on a void in the H region. Under these assumptions ΔP_H was expressed as follows:

$$\Delta P_H = (1 + \sigma_r/Y) \frac{\partial Y}{\partial \epsilon} \left\{ \frac{\pi^2 \rho}{v} + ((S_v/\pi)^{1/2} - h) \int_0^{2\pi} \ln \left(1 + \frac{\pi \rho}{2 v h} \ln \frac{2\pi}{2\pi - \theta} \right) d\theta \right\} \delta.$$

From the above equations, the condition of ductile fracture could be expressed as a function of v , σ_r , $S/\pi \rho^2$ and the relative strain hardening ratio $(\partial Y/\partial \epsilon)/Y$.

The theoretical results were in approximate agreement with experiment reported previously.

(Received April 23, 1975)

* 九州大学工学部 (Faculty of Engineering, Kyushu University, Fukuoka)

I. 緒 言

金属の延性破壊理論を実験的に観察されたメカニズムに基づいて組立てたものは現在までほとんどない。筆者は前報⁽¹⁾で内部ネッキング理論に基づいた引張延性破壊理論の大雑把な考え方と、破壊発生源となるボイド密集領域のボイド体積率の値(内部ネッキング発生条件)とその面積の統計的な求め方を示したので、本論文では本破壊理論の第3の問題であるボイド密集領域近傍の加工硬化領域の面積の考え方を述べ、以上の3箇の量によって決定される延性破壊理論を提案する。加工硬化領域を考慮しなければならない理由は前報でも簡略に述べたが、本論文ではこのことについてもやや詳しく述べ、硬化領域面積の計算をも行う。

本延性破壊条件式で破壊に及ぼす要因としては、試験片のサイズ、ボイド体積率、半径方向応力、加工硬化度を考えたが、これらは破壊が生じる瞬間での値であって、引張変形前のボイド、あるいは介在物体積率を問題にしているのではないことを強調しておく。

II. 本延性破壊理論の大雑把な考え方とボイド密集領域でのボイド体積率、およびその面積の計算結果

本章は前報⁽¹⁾のまとめであるから簡単に述べる。Fig.1は考えている延性破壊の模式図であり、図示したR領域が変形せず(剛体領域)、ボイド密集領域Vと加工硬化領域Hのみが変形するとき破壊が生じるとする。ただし、Fig.1

Fig.1 Schematic representation of the region in which void coalescence occurs by internal necking.

V: void crowded region, having radius r_V , and height $2h$.

H: strain hardening, region, having outer radius r_H , inner r_V .

R: rigid region.

P_V, P_H : load necessary for the deformation by internal necking, placed on each V and H region.

δ : a small displacement.

Solid lines and dotted lines mean each state before and after deformation.

は軸対称な立体の縦断面である。引張りとともにV領域ではボイド膨張が生じるため(内部ネッキング変形)、V領域はR領域と接合したまま変形しようとする。内部ネッキング変形が生じる条件は、半径方向応力とV領域のボイド体積率との関係として表現され、内部ネッキングによる微小変形($\epsilon_z = \delta/h$)の後のV領域の荷重変化 ΔP_V は次式のようになる。

$$\Delta P_V = S_V \left[\frac{\partial Y}{\partial \epsilon} \left\{ \frac{3}{4} (1 - v_V^2) + \frac{1}{6} \ln \frac{27}{256 v_V^3} \right\} - Y \left(\frac{3}{2} v_V + \frac{1}{2 v_V} \right) \right] \frac{\delta}{h} \quad (1)$$

ここで S_V はV領域の面積で、その値は試験片のサイズ、平均ボイド体積率、およびV領域のボイド体積率 v_V (この値は内部ネッキング条件式から半径方向応力の関数として表現しう)とから計算され、前報 Fig.8 から求められる。また式(1)の Y は単純引張降伏応力である。

V領域の変形に応じてH領域も変形するが、微小変形後のH領域の荷重変化 ΔP_H は常に正であると考えられる。延性破壊条件式は ΔP_H と式(1)の ΔP_V とを用いて、

$$\Delta P_V + \Delta P_H \leq 0 \quad (2)$$

によって与えられると考えた。式(2)が満足されない場合はもし内部ネッキング条件が満たされる領域が試験片中に存在しても、そのような変形は継続せず、全体が流動する一様変形が続くと考えられる。

III. 加工硬化領域を考慮しなければならない理由

Fig.1で硬化領域Hと剛体領域Rとの境界面を引張軸と45°をなす円錐面と考えたのは独断であるが、考えているような変形が生じる場合には剛塑性境界の存在は不可避であるから、剪断が生じやすい45°面をもって境界と仮定したわけである。

さて、領域Vから遠ざかるにつれて歪の集中度は減少していくだろう。領域Vの中心から r だけ離れた位置での塑性域の z 方向の長さは $2(r - r_V + h)$ だから(r_V はV領域の半径、 h はその z 方向長さの半分)上下の剛体領域が z 軸方向に δ ずつ変位したときののび歪は $\delta/r - r_V + h$ である。よって r_V から任意の距離 r' までの硬化による荷重上昇 $\Delta P'_H$ は

$$\begin{aligned} \Delta P'_H &= \int_{r_V}^{r'} 2\pi r \frac{dY}{d\epsilon} \cdot \frac{\delta}{r - r_V + h} dr \\ &= 2\pi \delta \frac{dY}{d\epsilon} \left[(r' - r_V) + (r_V - h) \ln \frac{r' - r_V + h}{h} \right] \quad (3) \end{aligned}$$

となる。R領域との接合のためにH領域には剪断変形が付加されるだろうから、式(3)よりも大きい荷重上昇があると予想されるが、剪断変形による硬化分を正確に計算することができないので、本理論ではのび歪分だけを考えた。

しかし一方、H領域は変形によって断面積が減少し、それによる荷重減少 $\Delta P'_S$ も同時に考慮しなければならない。

$$\Delta P_S = - \int_{r_V}^{r'} 2\pi r Y \frac{\delta}{r - r_V + h} dr$$

$$= -2\pi \delta Y \left[(r' - r_V) + (r_V - h) \ln \frac{r' - r_V + h}{h} \right] \quad (4)$$

ΔP_H と ΔP_S とを加えれば、最大荷重点以上の歪を経た材料 ($\sigma > d\sigma/d\varepsilon$) では常に負となるから、領域 V がどんなに小さくてもここに考えたような集中変形が生じ、破断に至るであろう。しかし実際にそうならないのは r_V からある距離 r_H までは面積減少による荷重減少の効果が無視できるほど小さいためであろう。以下このことについて考える。

Fig. 2(a) の右側に示すように、R 領域と H 領域の境界面での H 領域の物質の変位を r 方向に u 、 z 方向に v とおき、

Fig. 2 Schematic representation of the H region, showing,

(a) that the displacement in r direction, u is constant roughly, at an arbitrary position in the H region in the case of the deformation by internal necking. (Solid and dotted lines represent the state before and after deformation in the left hand side of the figure)

(b) that the lines of the principal stress must bend sharply near the V region (in the right hand side of the figure), to continue the deformation by internal necking. (The load P_0 on the area, S_0 in the R region must be loaded on the area S_N in the H region, i.e., $P_N = P_0$)

H 領域で体積膨張はなく、また z 方向の歪は z によらず $\varepsilon_z = v/r - r_V + h$ と置き、 u も z によらないと仮定すると、体積一定条件は

$$\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z = \frac{du}{dr} + \frac{u}{r} + \frac{v}{r - r_V + h} = 0 \quad (5)$$

となる。R 領域の z 方向変位を δ とすれば、R-H 境界面での接合条件は次式のようになる。

$$-u + v = \delta \quad (6)$$

この式は境界面での「すべり」を仮定しているが、応力ではなく物質の幾何的形狀を考える場合は、すべりの存否を厳密に扱う必要はないので、式(6)を用いてよいと考えた。

式(5)、(6)を解き、 $r = r_V$ で $u = 0$ という境界条件を用いると、

$$u = -\frac{\delta}{2} \frac{r^2 - r_V^2}{r(r - r_V + h)} \quad (7)$$

が得られる。 h を $(0.2 \sim 0.5)r_V$ と考えると (h に関しては前報で述べた)、式(7)の値は $r > 1.5r_V$ の範囲で大体 $-\delta/2$ に近い。要するに Fig. 2(a) のごとき形では H 領域の r 方向の変位 u は r によらずほぼ一定値となる。このことを用いて Fig. 2(a) の左側に変形前後の H 領域の形状を模式的に示した。いま、物質が最大荷重点の歪状態にある ($d\sigma/d\varepsilon = \sigma$) とすれば、変形によって Fig. 2(b) の右側のように断面収縮した部分 S_N を更に変形させるために必要な荷重 P_N は変形前の降伏荷重 P_0 に等しいだろう。しかし S_N に P_0 の荷重がかかり、しかも R 領域が変形しないまま止まるためには、Fig. 2(b) の右側に示したごとく主応力線が曲がらねばならず、その曲率は中心部に近いほど大きくなる必要がある。実際にこのような主応力線の曲率の変化が起るとは考えられず、変形後も、 S_0 面と S_N 面とでは荷重でなく応力が等しいと考えなくてはならないので、結局このような変形は別に荷重がつけ加わらない限り続行しえないであろう。

以上のように、Fig. 2(a) の中心部近傍の H 領域は硬化による荷重上昇のため、集中歪の変形を継続できないが、中心から離れた部分では変形後の主応力線の曲率変化が小さくてすむから、面積減少による荷重減少効果が期待できるだろう。残念ながら筆者はこの考えを進めて、硬化領域の半径 r_H を決定することができなかった。その原因は主応力線の曲率の変化がどの程度までなり得るかがわからなかったためである。それゆえ上記の議論は定性的なものに止まらざるを得なかった。次章では別の考え方によって r_H を定めることを試みる。

IV. 硬化領域での荷重増加量の計算

ポイドが z 方向に十分長いとすると、ポイド側壁は一種の自由表面と考えられるから、H 領域のポイドはその近傍の歪集中度をかなり緩和するだろう。ポイドの効果は2つ考えられ、第1は前章で示した r 方向の変位 $u \approx -\delta/2$ が

解消されること、第2は z 方向の歪が、ボイドの一方の側の壁側で大きくても、その反対側の壁ではかなり小さくなりうるだろうということである。Fig.3(a)はV領域を含む試料横断面の模式図であり、V領域の中心からみて、H部に存在するボイドの向う側に当る部分(斜線をつけた部分)では歪集中が全く緩和されて一様変形の領域となると考えた。すなわちボイドの向う側の物質の硬化による荷重増加分はその部分の断面積減少によって相殺されるから破壊条件式では無視してもよいと考えたわけである。以上のことをモデル化したのがFig.3(b)で、ボイドによってとり囲まれた領域内はその外部と独立に変形しうることを模式的に示している。

さて次に硬化領域の面積を計算しよう。Fig.3(a)に示すようにボイド半径を ρ とすれば中心から r の距離にあるボイドを見るときの視角 $\Delta\varphi$ は $\Delta\varphi=2\rho/r$ である。単位面積当たりボイドが n 箇あるとすれば中心から r の距離にある幅 dr の線輪中のボイド数 dn は $dn=n\cdot 2\pi r\cdot dr$ であるから、その線輪中の全てのボイドの視角の和 $d\varphi$ は、

$$d\varphi=\Delta\varphi\cdot dn=4\pi n\rho dr \quad (8)$$

である。しかし $r\sim r+dr$ の間はボイド全てが中心から見えるわけではなく、 $r_V\sim r$ の範囲にあるボイドによって隠されているものもある。 r_V から r の間に存在し、しかも中心から見えるボイドの視角の総和を $\theta(r)$ とすれば、 $r\sim r+dr$ の線輪中であって、しかも中心から見えるボイドの視角の総和 $d\theta$ は次式で表わされる。

$$d\theta=\frac{2\pi-\theta}{2\pi}d\varphi=\frac{2\pi-\theta}{2\pi}4\pi n\rho dr \quad (9)$$

式(9)を積分して、 $r=r_V$ で $\theta=0$ という境界条件を用いると、

$$\ln \frac{2\pi}{2\pi-\theta}=2n\rho(r-r_V) \quad (10)$$

が得られる。式(10)を極座標を用いて、Fig.3(c)に描いた。ただし、 r は ρ を単位として測り、 $n=0.015/\rho^2$ 、 $r_V=6.67\rho$ の場合である。図中の斜線部分が、加工硬化領域を表わしている。この領域の硬化による荷重増加を計算するため、まず $\theta\sim\theta+d\theta$ の間の斜線部分での荷重増加 $d(\Delta P_H)$ を計算する。硬化領域ののび歪は $\epsilon_z=(\delta/r-r_V+h)$ であると仮定して次式が得られる。

$$d(\Delta P_H)=\frac{d\theta}{2\pi}\int_{r_V}^r \frac{\delta}{r-r_V+h} \cdot \frac{dY}{d\epsilon} 2\pi r dr \quad (11)$$

ここで積分の上限は式(10)から θ の函数として与えられる。式(10)および式(11)から硬化領域全体の荷重増加 ΔP_H は、

$$\begin{aligned} \Delta P_H &= \int d(\Delta P) \\ &= \delta \frac{dY}{d\epsilon} \int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{2n\rho} \ln \frac{2\pi}{2\pi-\theta} + (r_V-h) \right. \\ &\quad \left. \ln \left(1 + \frac{1}{2n\rho h} \ln \frac{2\pi}{2\pi-\theta} \right) \right] d\theta \\ &= \delta \frac{dY}{d\epsilon} \left[\frac{\pi}{n\rho} + (r_V-h) \right. \\ &\quad \left. \int_0^{2\pi} \ln \left(1 + \frac{1}{2n\rho h} \ln \frac{2\pi}{2\pi-\theta} \right) d\theta \right] \quad (12) \end{aligned}$$

となる。ここで式(12)中の積分を函数 $g(1/(2n\rho h))$ として表わせば

$$g \frac{1}{2n\rho h} = \int_0^{2\pi} \ln \left(1 + \frac{1}{2n\rho h} \ln \frac{2\pi}{2\pi-\theta} \right) d\theta \quad (13)$$

である。 n は単位面積当たりのボイド数だから、ボイド体積率 v と次式のような関係にある。

$$v=n\pi\rho^2 \quad (14)$$

また、式(3)以来微小変形による応力増加割合を $dY/d\epsilon$ としてきたが、これは降伏条件式($\sigma_z=Y+\sigma_r$ 、ただし σ_r は半径方向応力)中の σ_r が変形によらず一定である場合に成立する。一般に延性破壊はネックがついた試験片で生じ、その場合はネック中心部で σ_r/Y が試験片形状によって定まる定数となる⁽²⁾から、以後は $dY/d\epsilon$ のかわりに $dY/d\epsilon(1+\sigma_r/Y)$ を用いる。

以上の変換を行なうと式(12)、(13)は

$$\Delta P_H = \delta \frac{dY}{d\epsilon} \left(1 + \frac{\sigma_r}{Y} \right) \left[\frac{\pi^2 \rho}{v} + (r_V-h) g \left(\frac{\pi \rho}{2v h} \right) \right] \quad (12')$$

Fig.3(a) A ground plane of the H region, explaining the way of thinking about the area of the H region, that strain concentration is relieved in shadowed portion.

(b) A model to understand intuitively the way of thinking as (a), showing that the V and H regions which are surrounded by the wall of voids can be deformed independently from the outside region.

(c) Schematic representation of the area of the H region (shadowed portion) in the case of the radius of the V region, $r_V=6.67\rho$, and the density of voids, $n=0.015/\rho^2$ (as shown in upper figure), calculated from eq.(10).

$$g\left(\frac{\pi \rho}{2vh}\right) = \int_0^{2\pi} \ln\left(1 + \frac{\pi \rho}{2vh} \ln \frac{2\pi}{2\pi - \theta}\right) d\theta \quad (13')$$

となる。函数 g は数値積分して求めその結果を Fig. 4 に示した。

Fig. 4 Values of a function $g(\pi\rho/2vh)$ (eq. (13)') calculated numerically.

$$\frac{\partial Y/\partial \varepsilon}{Y} = \frac{\left(\frac{3}{2}v_v + \frac{1}{2v_v}\right)F}{\left\{\frac{3}{4}(1-v_v^2) + \frac{1}{6}\ln \frac{27}{256v_v^3}\right\}\left[F + \frac{1}{\sqrt{v_v}}\left\{\frac{\pi}{100v} + \frac{g(\pi\sqrt{v_v}/2v)}{100\pi}(10\sqrt{F}-1/\sqrt{v_v})\right\}\right]} \quad (17)$$

V. 延性破壊条件式

式(12)'によって加工硬化領域Hでの微小変形後の荷重増加が計算できたから、式(1), (2), (12)'を用いて延性破壊条件式を次のように書くことができる。

$$\begin{aligned} \Delta P_V + \Delta P_H = S_V \left[\frac{\partial Y}{\partial \varepsilon} \left\{ -\frac{3}{4}(1-v_v^2) + \frac{1}{6}\ln \frac{27}{256v_v^3} \right\} - Y \left(-\frac{3}{2}v_v + \frac{1}{2v_v} \right) \right] \frac{\delta}{h} \\ + \left(1 + \frac{\sigma_r}{Y} \right) \frac{\partial Y}{\partial \varepsilon} \left[\frac{\pi^2 \rho}{v} + (r_v - h) g \left(\frac{\pi \rho}{2vh} \right) \right] \delta \\ = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

ここで前報に示した $h = \rho/\sqrt{v_v}$ を代入し、又前報 Fig. 8 が使い易いように $S_V/s_1 = F$ (ここで $s_1 = 100\pi\rho^2$) という変数 F を導入し、 r_v の定義から明らかな式 $r_v = (S_V/\pi)^{1/2}$ を用いて式(15)を書き改めると

$$F \left[\frac{\partial Y}{\partial \varepsilon} \left\{ \frac{3}{4}(1-v_v^2) + \frac{1}{6}\ln \frac{27}{256v_v^3} \right\} - Y \left(\frac{3}{2}v_v + \frac{1}{2v_v} \right) \right] + \frac{1+\sigma_r/Y}{\sqrt{v_v}} \frac{\partial Y}{\partial \varepsilon} \left[\frac{\pi}{100v} + \frac{g}{100\pi}(10\sqrt{F}-1/\sqrt{v_v}) \right] = 0$$

となる。前報式(2), (3), (15) (または Fig. 4) から、 σ_r と v_v とは

$$1 + \sigma_r/Y = \frac{3}{4}(1-v_v^2) + \frac{1}{6}\ln \frac{27}{256v_v^3} \quad (16)$$

という関係にあるから(前報⁽¹⁾では σ_r を σ_r^0 としている)、結局

が得られる。右辺はV領域のポイド体積率 v_v 、試料全体の平均ポイド体積率 v 、および試験片サイズによって決まる定数 S/s_1 (これについては後述) が与えられれば、前報⁽¹⁾ Fig. 8 および本論文の Fig. 4 を用いて計算できる。

Fig. 5(a), (b), (c) に S/s_1 がそれぞれ $10^2, 10^3, 10^5$ のときの v と v_v と $(\partial Y/\partial \varepsilon)/Y$ との関係を示した。式(16) (前報⁽¹⁾ Fig. 4) を用いて v_v を半径方向応力 σ_r に変換し、また、 n 乗硬化式 $Y = c\varepsilon^n$ を用いると、

$$\frac{\partial Y/\partial \varepsilon}{Y} = \frac{n}{\varepsilon} \quad (18)$$

が得られるから $(\partial Y/\partial \varepsilon)/Y$ を焼鈍状態からの歪 ε に変換

Fig. 5 Relations, obtained from eq. (17), among mean volume fraction of voids, v , volume fraction of voids of the V region, v_v , and relative work hardening ratio $(\partial Y/\partial \varepsilon)/Y$ at the moment of fracture, for (a) $S/s_1 = 10^2$, (b) $S/s_1 = 10^3$, (c) $S/s_1 = 10^5$, here S is the cross-sectional area of specimen, $s_1 = 100\pi\rho^2$, (ρ : a radius of void) and Y is yield stress.

Fig.6 Relations among relative radial stress, σ_r/Y (or r/R) calculated from eq. (19), mean volume fraction of voids, v and fracture strain, ϵ , obtained from Fig.5 assuming eq. (16) and eq. (18). Here, r and R are the radii of the specimen and of curvature of the neck.

すると、Fig.5 から Fig.6 のグラフが得られる。ここで $n=0.25$ を用いた。このグラフが本論文で求めた延性破壊条件の最終的な表現である。

例えば Fig.6(a) ($S/s_1=10^2$) から、試験片中心部にかけられている半径方向応力 σ_r が $0.3Y$ 、平均ボイド体積率が 0.03 ならその試験片の歪が 1.0 以下なら破断が起らないことが予想される。

外部から半径方向に応力がかかっていない場合のネックのついた試験片の中心部の半径方向応力は⁽²⁾、

$$\sigma_r = Y \ln \left(1 + \frac{r}{2R} \right) \quad (19)$$

で与えられる。ここで r は試験片の最小断面の半径、 R はネック曲率半径である。Fig.6 の上方に示した r/R は式 (19) から求めたもので、大気圧中の引張破壊の場合は σ_r/Y より r/R で考えた方が実験値との比較が容易である。

VI. 考 察

1. S/s_1 の見積り方

本理論で未だ解決がついていないのはボイド密集が起りうる断面積 S の評価である。これまでは簡単のため、 S を断面積と呼んだが、真の定義は次のようなものでなければならない。すなわち S は破壊を起しうる応力状態にある領域の体積 $W (=A \times L)$ 、ここで L はそのような応力下にある引張方向の長さ、 A は L に垂直な面積をボイド長さの平均値 $\bar{l}$ で除した値に大体等しい。この理由を以下に述べる。例えばネックのついた試験片では中心軸近傍の応力は高く、表面近くでの応力は低いから破壊は必ず中心近傍で生ずる。よって考慮されるべき面積 A は試験片断面積より小さい。ネックがついている場合の応力系は前報⁽²⁾ に記したから略すが、中心軸から $r/3$ (r は試験片半径) のところでの半径方向応力は中心軸上でのその 90% 近いから、この半径以内なら破壊発生源となりうるだろう (Fig.7(a))

参照)。すなわちネックがついた試験片の A は少なくとも試験片断面積の 10% ($\approx (1/3)^2$) 以上であり、ネックが浅い場合はもっと大きくなりうると思われる。

ボイド密集は引張方向に垂直な唯一の面 (最小断面) でのみ起りうるのではなく、最小断面を中心とする引張方向のある長さ L (L はネックがはいった試験片では大体半径 r 程度であると思う) 以内のどの断面でも起りうるだろう (Fig.7(a))。ボイドが無限に長く、しかも皆引張軸と平行ならば、前報⁽¹⁾ で S_y/s_1 を求めたような確率論的取扱の場合に考慮すべき断面積は A である。しかしボイド長さが $\bar{l}$ なら Fig.7(b) に示したように模式化して考えると、 $A \times L/\bar{l}$ だけの面積でボイド密集が起る可能性がある。よって S はそのように考えられなければならない。

以上のように S は種々の要因によって影響されるから正確には決められないが、Fig.6(a), (b), (c) の比較からわかるように S の値が破壊条件式に与える影響は極めて小さく、その桁数がわかる程度で十分である。

Fig.7 Schematic representation of (a) the necked region of a specimen, and (b) the central part of it, used to estimate roughly "the cross sectional area of specimen, S ".

$A=0.1\pi r^2$, $L=r$ と仮定したときの S/s_1 の値 ($s_1=100\pi\rho^2$, ρ はポイド半径)は,

$$\frac{S}{s_1} = \frac{0.1\pi r^3}{100\pi\rho^2 L} = 10^{-3} \frac{r^3}{\rho^2 L} \quad (20)$$

で与えられる。Fig. 8 に式(20)を種々の r , L , ρ に対して示した。試験片サイズが小さく、ポイド半径が大きいほど S/s_1 が小さく、したがって (Fig. 6 から) 破断歪が大きくなることが予想される。試験片サイズ、またはポイド半径の桁が変わると、破断歪も無視できない位変化するが、このことが実験と一致するか否かはまだ調べていない。

Fig. 8 “The cross sectional area of specimen, S ” per $s_1 (=100\pi\rho^2, \rho$: a radius of void), plotted against ρ for various radius of specimen, r and L/ρ (a mean length of void), calculated from eq. (20).

2. 硬化領域Hの面積について

本理論の最大の欠点は硬化領域の推定法にあると思う。IV章で行なったやり方では(式(10)と式(14)), 硬化領域の面積は ρ^2 に比例し、また前報で論じたポイド密集領域Vの面積 S_v も ρ^2 に比例したから、 $V+H$ 領域の面積も ρ^2 に比例する。そのため式(17)中にポイド半径 ρ はいってこず、計算はやりやすかった。しかし、いま仮にポイドが1箇所にのみかたまて存在し、その外部に存在しない場合を考えると、硬化領域面積は無限大となって破断が生じないことになる。しかしIII章で述べた主応力線の曲率の変化という考え方に立つと、そのような場合も破断が生じることになり、むしろこの方が実際にありうる事態だと思われる。しかしその場合の破壊条件式は $F(=S_v/s_1)$ を通してだけでなく、直接にポイド半径を含むことになり、破壊のポイド半径依存性が高くなるであろう。

3. 本理論の全般的考察

Fig. 6 でポイド体積率 v を紙面に垂直な方向にとると(以下 v 軸方向と呼ぶ), グラフは1つの曲面を形造る。こ

れを破壊曲面と呼ぶ。焼鈍状態でネックのついていない試験片は、その v の値に応じて、Fig. 6 のグラフの原点から少し v 軸方向にずれた点と表現でき、引張とともに σ_r/Y , ϵ , v の正の方向に進んでいく。そして破壊曲面と交わる点で内部にクラックがはいり破断に至ると考えられる。他の種々の初期状態にある試験片も同様に考えることができよう。それゆえ、変形に伴うポイド体積率の増加を知らなければ、ある初期状態をもった試験片がその後どれほどの引張延性をもつかを予想することはできない。我々は前報⁽²⁾で引張変形に伴うポイド体積率 v , および r/R の変化の研究を実験的に行なったが、その結果はまだ不十分である。ただ v は硬化が進んだ場合はそうでない場合より急速に増加することは確実であった。したがってサイズのみが異なる同一性質の試験片の引張破断歪の差は、例えば、Fig. 6(a)と(c)で同一の v , σ_r/Y における ϵ の差から考えられるよりもかなり小さくなるだろう。

本理論は、破断歪は介在物の質や1箇のサイズにはよらず、平均体積率のみによるという Edelson らの実験結果⁽³⁾とは一致していないが、彼らの結果と比較する場合には、変形に伴うポイドの増加率をもっと詳細に調べる必要があらう。また、ステンレス鋼のごとく大きい歪後も加工硬化度がかかなり高いような材料でも本理論が適用できるか等も今後の研究課題である。

Fig. 6 からポイド体積率が小さい材料では半径方向応力によって破断歪が大きく変化させられることが予想できる。すなわち Bridgman⁽⁴⁾, 関口ら⁽⁵⁾, 大森ら⁽⁶⁾が報告している静水圧下での延性の増大は、静水圧がポイド成長を抑制するためばかりではなく、破壊そのものにも影響を与えるためであると考えた方がよいだろう。

Fig. 9 Comparison of experimental results (circles) with theoretical results (lines) obtained from Fig. 6(b). Numerical value in the figure represent the mean volume fraction of voids expressed as a percentage.

本理論の結果では破断時におけるボイド体積率が、実験で得られる2~10%のような値とよく一致したが、これは確率論的なモデルを用いたためである。また本理論には任意定数がないから、理論と実験が一致しない場合に理論のどの点が不備であるのかを考えやすいと思われる。

最後に前報⁽⁷⁾で得られた軟鋼の破壊の実験結果と Fig. 6 との比較を Fig. 9 に示した。小円で示したのが実験値で、書きこんだ数値はボイド体積率の百分率表示である。実験での $r/R, \epsilon$ の値が幅が小さいので、理論の一部しか検証できないが、数値的にも、傾向的にもよい一致を示しているといえよう。

VII. 結 び

前報に引続いて丸棒引張延性破壊の理論を研究し、一応の完結をみた。本論文ではまず、試験片中心部近傍のボイド密集領域で内部ネッキング変形が生じる際、その周辺部での加工硬化が内部ネッキング変形を中断させ、一様変形に戻そうとする効果をもつだろうと予想し、その加工硬化による荷重増大を推算した。この計算に採用した考え方は加工硬化域にボイドが存在すれば、内部ネッキング変形域

から見て、その向う側になる物質では歪集中が完全に緩和されるというものである。

次に前報の結果と上記の硬化による荷重増加との結果を合せて、延性破壊条件式をつくり、この式から試験片サイズ、半径方向応力、ボイド体積率、および加工硬化度を変数として、破壊条件をグラフで表わした。結果は前報で報告した実験結果とかなりよく一致した。

終りに当って、本研究遂行に際し激励と助言とをいただいた九州大学豊島清三教授に深く感謝いたします。

文 献

- (1) 小野寺龍太：金属学会誌，**39**(1975)，1136.
- (2) 小野寺龍太，豊島清三：金属学会誌，**39**(1975)，964.
- (3) B. Edelson and W. M. Baldwin, Jr. : Trans. ASM, **55**(1962)，230.
- (4) P. W. Bridgman : *Studies in Large Plastic Flow and Fracture*, Harvard Press Cambridge, Mass., (1964)，300.
- (5) 関口秀夫，林 安信，小坂田宏造：第21回塑性加工連合講演会論文集，(1970)，115.
- (6) 大森正信，榎本明則，榊原安英：塑性と加工，**15**(1974)，760.
- (7) 小野寺龍太，豊島清三：金属学会誌，**39**(1975)，970.

Co-低 Ni 合金酸化物スケール中の陽イオン分布の解析

成 田 敏 夫* 西 田 恵 三*

Toshio Narita and Keizo Nishida : Theoretical Analyses of Cation Distributions in the (Co, Ni)O Scales Formed on Co-Low Ni Alloys. Concentration profiles of nickel in the (Co, Ni)O scales grown on the Co-low Ni alloys (0.45, 2.46 and 7.23 wt% Ni) over the temperature range from 1000 to 1300°C were determined by means of EPMA and then analyzed according to the analytical equation after Wagner and the differential equations after Dalvi and Coates.

By making use of both computation methods, the concentration profiles similar to the observed ones were obtained, but an agreement between them was found to be insufficient in the inner part of the scale. The values of $P(D_{Ni}/D_{Co})$ and $n(P_{O_2}^{1/4})$ were determined as a result of the present analytical method and found to be within the range reported in the literature. These values of P and n depended on all parameters, in particular, strongly on ξ' (NiO content at the alloy-scale interface) and $k' (= k/D_{Co}^0)$, respectively. In contrast with the presentation by Dalvi and Coates, both P - and n -values changed with NiO content in the oxide.

The mass balance equations at both scale interfaces were used to judge the validity of the numerically obtained solutions. The resulting solutions were unsatisfied with the mass balance equation at the scale-gas interface. Therefore, it was concluded that the perfect solutions could not be obtained by using the equations by Dalvi and Coates. This result may be ascribed to the changes of the P - and n -values with NiO content in the oxide.

On the other hand, the equation by Wagner is suitable for an approximate estimation of cation distribution and cation diffusivities in oxide scales because of its simplified form.

(Received April 24, 1975)

* 北海道大学工学部附属金属化学研究施設 (Metals Research Institute, Faculty of Engineering, Hokkaido University, Sapporo)