- (5) J.Bruch and A.Wutschel: Arch.Eisenhüttenw., **41** (1970), 433.
- (6) 近藤隆明, 井樋田 睦, 瀬野英夫: 鉄と鋼, **60** (1974), S 663.
- (7) N.Kemp: Z.Anal.Chem., **240** (1968), 303.
- (8) 新日本製鉄株式会社基礎研究所: 日本鉄鋼協会共同研究会鉄鋼分析部会第 23 回 発光分光分析分科会提出資料, (1973).
- (9) 近藤隆明, 井樋田 睦: 金属学会第 II 総合分科シンポジウム予稿, (1975), 5.
- (10) 鈴木考範: *ibid.*, (1975), 5.
- (11) 新井智也, 園山秀雄, 矢野晴久: 第 11 回応用スペクトロメトリ-東京討論会講演要旨集, (1965), 105.
- (12) L.Schmitz, W.Loose and K.H.Koch: Z.Anal.Chem., **266** (1973), 186.
- (13) 鹿島次郎, 久保田正明: 分光研究, **16** (1967), 119.
- (14) 鹿島次郎, 久保田正明: *ibid.*, **16** (1968), 207.
- (15) 鹿島次郎, 久保田正明, 川崎敏夫: *ibid.*, **17** (1969), 215.
- (16) 鹿島次郎, 久保田正明: *ibid.*, **17** (1969), 258.
- (17) W.Loose and L.Schmitz: Hoesch Berichte, **4** (1971), 121.
- (18) 川村和郎, 森田矩夫: 鉄と鋼, **60** (1974), 1795.
- (19) JIS.G 1253 (1973).
- (20) 塚本 昭, 玉理 博, 奥山 敬: 分光研究, **16** (1967), 7.

有限要素法による Off-Axis 短繊維強化合金の 引張り強度に関する研究*

浅 岡 憲 三** 三 浦 維 四**

Kenzou Asaoka and Ishi Miura: Analysis of the Tensile Strength of Off-Axis Discontinuous Fiber Composite Alloys by the Finite Element Method. The finite element method was used in the micro-mechanical calculations of the tensile behavior of a discontinuous off-axis (the loading direction is at an angle to the fiber axis) fiber composite alloys. The effect of the off-axis on the strength of the composite alloys was also discussed.

The mechanical properties of the matrix and the fiber were assumed to be those of aluminum and high Young's modulus materials such as precipitates, metal fibers and whiskers. The ratio of their Young's moduli, E_f/E_m , was taken as 5. The fiber reinforcement was considered to be perfectly bonded in the matrix. The shear stress distributions at the matrix fiber interface, the stress distributions in the fiber, and the stress distributions in the matrix were investigated in various off-axis tensile stress directions.

Three possible failure mechanisms in a composite alloy with discontinuous unidirectionally-aligned fibers are postulated, viz. fiber failure at the maximum principal stress in the fiber, matrix fiber interface failure in shear at the maximum shear stress at the interface, or matrix failure at the normal stress. And the operative mechanism was dictated for the strength of the composite with off-axis ϕ , which was compared with the criterion of the continuous fiber reinforced composite proposed by Kelly-Davies.

The results of these calculations showed that the interface might be fractured under a low off-axis tensile stress because of the shear stress acting on the fiber end. Thus the critical off-axis angle ϕ_{crit} was smaller than that of continuous fibers. For the strengthening with discontinuous fiber, it is therefore essential to align the fiber in the tensile direction and also to prepare a composite alloy with a strong interface.

(Received November 25, 1975)

I. 緒 言

人為的な手法によって作られるウィスカー強化合金に代表される短繊維強化合金や共晶, 共析合金等母相中に棒状や層状の第 2 相をもつ 2 相合金は比較的多い。そうした 2 相合金の機械的性質や微視的破壊挙動について, Cox⁽¹⁾, Dow⁽²⁾, Kelly-Tyson⁽³⁾, 三浦 - 浅岡⁽⁴⁾, 等は母相中の第 2 相が母相より大きな応力を負担していることに注目し,

十分に大きな母相中に 1 本の短繊維が入ったモデルにより繊維中の応力分布を求め短繊維強化合金の強化機構や強度に関する複合則を検討している。特に, 微視力学的に繊維内をも含めて繊維周辺の応力状態を調べることは強化機構のみならず破壊の起源について応力条件より研究するときには欠かせない条件である。

他方, 従来なされてきた研究の多くは引張軸方向が繊維

** 東京医科歯科大学医工用器材研究所 (Institute for Medical and Dental Engineering, Tokyo Medical and Dental University, Tokyo)

* 1975 年 11 月日本複合材料学会シンポジウムに発表; 金属組織と機械的性質の関係について (第 31 報)

軸の方向と一致している最も基本的な場合に対してなされてきた。しかし、引張方向と繊維軸の方向が一致していない場合に強度が複合則からどの程度低下し、また繊維内の応力やその周辺での母相中の応力分布等、引張状況が変化する様子を調べることも興味ある問題である。

Stowell-Liu⁽⁵⁾や Kelly-Davies⁽⁶⁾等は連続繊維強化合金により繊維軸と角度 ϕ をなす引張力に対するその強さを (i) 繊維の破断により複合体が破壊する場合、(ii) 繊維と母相の界面がせん断力により剥離し複合体が破壊する場合、(iii) 母相の破断により複合体が破壊する場合に分類して巨視的立場より複合体の強度を検討している。しかし、短繊維強化合金に代表される混合組織をもつ合金の強度に関しては未だ十分に検討されてはいないようである。そこで、ここでは大きな母相中に引張軸と ϕ の角度をなす短繊維が入っている単繊維モデルを仮定し、有限要素法により微視力学的に繊維内をも含めた繊維周辺の応力分布、母相と繊維の界面に働くせん断力分布等について調べ、その結果をもとに、作る過程でもたらされがちな繊維の mis-alignment や使用に際して問題となる off-axis が短繊維強化合金の強度に及ぼす影響について検討した。

II. 方 法

第 2 相周辺での引張状況を微視力学的立場から検討するために、Fig. 1 のような直径 d 、長さ $40d$ の短繊維を 1 辺が $72d$ と十分に大きな正方形で板厚が 1 mm の母相中に埋め込んだモデルを想定した。そして、上記のモデルを Fig. 2 のように節点数 485、要素数 928 に要素分割し、繊維軸と引張方向とのなす角 ϕ が $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$ となる各々の場合に対して 2 次元平面応力有限要素法⁽⁷⁾⁽⁸⁾を利用して第 2 相をも含めた母相内の局所的な応力状態について調べた。

試片の変形に対しては、母相の 1 辺に等分布応力が加わるように節点力を与え、対辺上の節点は引張軸方向の変位を拘束して解析を行なった。

母相および繊維型第 2 相の機械的性質は母相にはアルミニウムを想定し、その弾性率を 7200 kg/mm^2 、ポアソン比 0.34 の等方性材料として変形するものとし、繊維には

Fig. 1 Stress analysis model of the two phase alloy containing a discontinuous fiber.

Fig. 2 Mesh used in analysis.

高弾性率の材料、たとえば Al_2O_3 、 SiC 、等のウィスカーや金属細線を想定して⁽⁹⁾、その弾性率を 37000 kg/mm^2 、ポアソン比 0.34 の等方性材とし、各相の機械的性質は各相内の要素では不変であり残留応力のない状態を仮定した。また、母相 - 第 2 相界面は完全に着いている強い界面であるとした。

III. 結 果

1. 界面せん断力分布

繊維強化合金の強化機構は、母相と繊維は界面でひずみが連続であることより、試片に加わる負荷応力が母相から界面を介して繊維に伝達され、母相より大きな応力を高弾性率の繊維が負担するためであると考えられてきた。しかし、一般には、界面は反応層を作ったり、拡散層をもつために界面のせん断強度が弱くなり、十分な強化がなされない場合も多い。したがって、複相合金の強度を論ずるときには界面に働く応力状態について調べる事が重要な問題となる。

Fig. 3 に ϕ が変化したときの繊維軸方向に働く界面せん断力分布を、縦軸に界面せん断力 τ_i を負荷応力 σ_0 で割った値を、横軸にはアスペクト比 (x' は繊維端からの距離) をとって示した。繊維端は応力が大きく変化する領域であり、もちろん要素分割を細かく行なうことが必要であり、その値は必ずしも正しい値を与えているとはいえないが、ほぼ近似している。分布の形は $\phi=0^\circ$ の場合と $\phi=45^\circ$ までの形は同じであるが、 ϕ が 60° 以上ではポアソン比によって生じる試験片の幅方向の応力のために界面には逆方向のせん断力が働いている。

Table 1 に繊維軸と引張軸のなす角 ϕ の変化により、繊維端に働く界面せん断力および繊維の中央部分に働いているせん断力の値を示した。繊維中央に働くせん断力の値は Stowell-Liu らの理論解から逆算した連続繊維の値と良く一致している。Table 1 および Fig. 3 より、短繊維の場合

Fig.3 Shear stress τ_i/σ_0 distribution along the fiber.

Table 1 Variation of the shear stress at the interface with orientation.
 τ_e : shear stress beside the end of the fiber.
 τ_c : shear stress beside the center of the fiber.

ϕ	τ_e/σ_0	τ_c/σ_0
0	0.20	0.00
15	0.41	0.25
30	0.54	0.44
45	0.55	0.51
60	0.46	0.44
75	0.29	0.25
90	0.04	0.00

は連続繊維と比較して、特に ϕ が小さいときに、界面に大きなせん断力が働いていることがわかる。したがって、界面せん断力が強化機構へ及ぼす効果について検討することが短繊維強化を考えるときには重要な問題となる。

2. 繊維内応力分布

Fig.4 に ϕ が $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$ の各々

Fig.4 Variation of the stress σ_x/σ_0 , in a fiber axis direction, in a fiber with orientation.

Table 2 Variation of the stress in the fiber with orientation ϕ .
 σ_{fmax} : maximum stress of the principal stress in the fiber.
 σ_{fx} : maximum stress of the normal stress in the tensile direction in the fiber.
 σ_f : maximum stress of the normal stress in the fiber axis direction in the fiber.
 α : the angle of principal direction.

ϕ	σ_{fmax}/σ_0	σ_{fx}/σ_0	σ_f/σ_0	α
0	4.48	4.48	4.48	0.0
15	4.12	3.96	4.10	11.4
30	3.13	2.75	3.07	21.3
45	1.85	1.59	1.65	1.7
60	1.00	1.00	0.24	0.0
75	0.96	0.94	-0.79	-0.8
90	1.00	1.00	-1.17	-1.2

の場合に対して繊維内の軸方向応力値 σ_f を負荷応力 σ_0 で割った値の分布を示した。 ϕ が $75^\circ, 90^\circ$ の場合には前述のように界面せん断力分布が反対方向となることに対応して繊維は軸方向に圧縮力を受けている。

Table 2 に繊維内に働く、主応力、X軸(引張軸)方向応力、 x' 軸(繊維軸)方向応力の繊維中央での値を示した。その結果、繊維の強化への寄与は ϕ が 45° 付近までであり、 60° 以上では、繊維中の主応力方向が引張軸方向と一致しており繊維軸と垂直な方向へせん断破壊し易いことがわか

る。これは、Fe-0.018% C 合金でフェライト中に生じた棒状のセメントタイトの割れと引張軸方向との関係を調べた

Fig.5 Distribution of the stress σ_x/σ_0 in tensile direction, around a fiber.

Lindley ら⁽¹⁰⁾の結果と良く一致している。すなわち ϕ が 60° を越えた領域では繊維中の主応力がほぼ一定となることに対応して Lindley の実験はセメントタイトが割れるひん度がほぼ等しくなっている。

3. 母相内応力分布

Fig.5 に ϕ が $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ のときの X 軸(引張軸)方向応力の母相中の等応力線図を示した。 ϕ が 0° の場合に対しては、その応力分布を有限要素法⁽⁴⁾、モアレ法⁽¹¹⁾、光弾性⁽¹²⁾法により解析されており、その結果は良く一致している。 ϕ が 30° のときは、繊維は引張軸とその軸方向が一致するようにモーメントを受ける。その結果、母相中の応力は繊維の片側では X 方向の応力値が大きく、反対側では小さくなる。また、 ϕ が 90° のときは、X 軸方向の応力は繊維先端の局所的な領域を除くと、ほぼ試片全体が等しい応力状態となっている。

母相中の繊維先端近くでの応力集中に関しては、引張軸方向応力の最も大きくなる要素は ϕ が 0° のとき 1.56, 15° のとき最も大きく 1.66 であり、 ϕ が 60° を越えると 1.2~1.1 と極めて小さくなる。また、最大応力要素も繊維先端近くから側方の領域へと ϕ の増大につれて変化する。したがって、母相には繊維が大きな応力負担をするときには、大きな応力集中が生じるので、その応力集中を塑性変形で緩和することができる延性材料であることが短繊維強化合金には要求される。

IV. 考 察

短繊維強化材の off-axis 強度について検討するために、III で得られた結果より off-axis な応力が負荷されたときに、繊維内の最も大きな主応力値 $\sigma_f \max$ 、母相中の平均的応力値(繊維中央附近に接する母相内の主応力) σ_m 、および繊維-母相界面に働く最も大きなせん断力 τ_i が変化する様子を Fig.6 に示した。図中の点線は繊維先端近くの母相中に生じる応力集中要素の値である。そこで、複相材の破壊が、繊維の破断、界面の破壊、母相の破断のいずれかで生じるとして、その各々の破壊の生じるときの off-axis な応力の値について検討した。

1. 繊維が破断する場合

off-axis ϕ 方向に応力が負荷されたときに繊維中の最も大きな主応力値 $\sigma_f \max$ が繊維の破断強度 σ_{fc} となったときに繊維は破断する。したがって、繊維が破断するには外から σ_{fc} の $\sigma_{f0}/\sigma_{f\phi}$ ($\sigma_{f0}, \sigma_{f\phi}$ は ϕ が 0° および ϕ のときの繊維中の最も大きな主応力の値; Table 2) 倍の応力が負荷されなくてはならない。また、そのとき母相が負担している応力は、 $\sigma_m = \sigma_{fc}/(k \sigma_{fx}/\sigma_{f0})$ (k は繊維と母相の弾性率の比 E_f/E_m によって決まる定数、 σ_{fx} は off-axis ϕ のときの X 軸(引張軸)方向の応力; Table 2) で与えられる。いま臨界アスペクト比 x'/d が十分に大きい時には複合材の強度 σ_0 は次の式によって近似できる。

Fig.6 Variation of the stress in a fiber with orientation, the shear stress at the interface, and the stress in the matrix.

$$\begin{aligned}\sigma_0 &= \sigma_{fc} V_f + \sigma_m (1 - V_f) \\ &= \{ \sigma_{fc} V_f + \sigma_{fc} \cdot \sigma_{f0} (1 - V_f) / k \cdot \sigma_{fx} \} \sigma_{f0} / \sigma_{f\phi} \quad (1) \\ (V_f \text{ は繊維の体積率})\end{aligned}$$

2. 界面が破壊する場合

界面は一般には、母相と第 2 相が互いに反応せず拡散もしない場合、反応はしないが拡散する場合、反応して金属間化合物を作る場合など、その状態や機械的性質は複雑な様相を示し、その破壊の様式も複雑であるが、ここでは、十分に薄く完全に接着している強い界面を想定する。そのとき界面には Fig.6 で示された値のせん断力が繊維端の界面に働き、そのせん断力が母相のせん断強度 τ_{mc} に達したときに界面に局部的に割れが生じ、その割れが界面に沿って繊維の中央方向へ伝搬し複相材が破断するならば、そのときの複相材の強度 σ_0 は

$$\sigma_0 = \tau_{mc} / \tau_{m\phi} \quad (2)$$

($\tau_{m\phi}$ は off-axis ϕ のときの界面せん断力; Fig.6)

3. 母相が破断する場合

母相内のどのような応力が母相の破断強度 σ_{mc} となったときに母相が破断するのかを定めることは困難な問題である。繊維先端周辺の母相中に生じる局所的な応力集中領域の応力値は最も大きな応力値ではあるが、一般に母相は延性をもつためにその領域で塑性変形が生じ応力集中を緩和したり、加工硬化して変形抵抗を増すために直接破断と結びつけ難い⁽¹³⁾。したがって、ここでは Fig.6 で示した母相内の平均的な応力値が母相の破断強度 σ_{mc} となったときに破断が生じるとする。そのとき繊維が負担している応力は次式によって与えられる。

$$\sigma_f = \sigma_{mc} \cdot k \cdot \sigma_{fx} / \sigma_{f0}$$

すなわち、 ϕ が 0° のとき σ_f は $k \cdot \sigma_{mc}$ の応力を負担しているが、 ϕ 度応力方向が変化することにより、引張軸(X軸)

方向には $\sigma_{fx} / \sigma_{f0}$ だけ少ない応力を負担することとなる。その結果、母相が破断するときの複相材の応力 σ_0 は

$$\begin{aligned}\sigma_0 &= \sigma_f V_f + \sigma_{mc} (1 - V_f) \\ &= k \cdot \sigma_{mc} V_f (\sigma_{fx} / \sigma_{f0}) + \sigma_{mc} (1 - V_f) \quad (3)\end{aligned}$$

繊維と母相の強度比 $\sigma_{fc} / \sigma_{mc}$ が 3、弾性率比 E_f / E_m が 5、繊維の体積率 V_f が 0.1, 0.3, 0.5 のときの off-axis ϕ と複相材の強度との関係を、連続繊維強化材に対する Stowell-Liu らの理論式[†]およびここで導いた短繊維強化材に対する式から計算し Fig.7 及び Fig.8 に図示した。 V_f が 0.1 のときは繊維の体積率が臨界の繊維体積率 V_{crit} 以下であり、複相材の強度は ϕ が 0° のときも母相の強度 σ_{mc} より低くなっている。また、界面の強度は母相のせん断強度 τ_{mc} がここでは引張強度の 0.65 倍としているが、母相のせん断強度が弱いかまたは界面に反応層ができてその強度が弱くなると界面破壊曲線は低くなり、特に短繊維の場合には界面破壊により複相材の強度がきまることとなる。連続繊維と短繊維強化材の強度を較べると短繊維では界面せん断力が繊維端で大きくなるために複相材の強度にとって大きな問題である臨界角 ϕ_{crit} (繊維の破断によって複相材が破壊する ϕ の最大角) が小さくなる。特に、 V_f の増大によりその値は著しく小さくなる。連続繊維では ϕ が小さなきは繊維が、 ϕ_{crit} 以上の ϕ のときには界面が、そして大きな ϕ のときには母相の破断によって複相材は破壊する。しかし、短繊維ではその破壊様式が必ずしも連続繊維のようにはならず、繊維と母相の強度比が大ききときには引張方向が繊維軸と一致していても繊維が破断せず界面または母相の破断が生じる。したがって、大きな強度の繊維を利用したとしても界面破壊により、必ずしも複合

Fig.7 Variation of U.T.S. of a continuous fiber-reinforced metal with orientation.

† 繊維が破断する場合

$$\sigma_0 = \sigma_{fc} / \cos^2 \phi$$

母相がせん断破壊する場合

$$\sigma_0 = \tau_{mc} / \sin \phi \cdot \cos \phi$$

母相が引張り破壊する場合

$$\sigma_0 = \sigma_{mc} / \sin^2 \phi$$

Fig.8 Variation of U.T.S. of a discontinuous fiber-reinforced metal with orientation.

則と一致する程には強化はなされないであろう。また、母相が降伏し塑性変形する場合や繊維の弾性率が高くなり E_f/E_m 比が大きくなると繊維端に働く界面せん断力が増大するために ϕ_{crit} は小さくなる。しかし、 V_f が増大することにより繊維間に相互作用が働き界面に働くせん断力が減少することも期待できる⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾。

以上のように、短繊維強化を考えるときには界面が重要な役割りを果たしており、母相の延性や繊維の相互作用、界面の反応層などについてより細かに検討する必要がある。

V. 総 括

繊維型の第2相をもつ複相合金に対して off-axis な応力が加わったときの引張挙動を単繊維モデルを仮定して有限要素法により解析した。そして、微視力学的な立場から繊維内の応力分布、界面に働くせん断力分布、母相内の応力分布が引張方向により変化する様子を調べた。その結果をもとに、複相合金が第2相の破断、界面の破壊、母相の破断のいずれかにより破壊するとして、その強度と応力方向との関係について考察し、連続繊維による強化の場合と比較した。

その結果、複相合金を短繊維型の第2相により強化するには連続繊維に較べて臨界面角 ϕ_{crit} が小さくなるので、第2相を引張軸方向に揃えることが連続繊維の場合以上に要求される。また、界面の破壊が生じ易くなるために、強い界面を作ることが必要である。すなわち、強化には界面に

反応層や強度の低い拡散層ができ界面の強度が弱くなることをおさえることが必要であると結論された。

終わりにあたり、この計算に協力された岡田耕明君(当時東海大学生)に深く感謝いたします。なお、この数値計算には東京大学大型計算機センターの HITAC 8800/8700 が利用された。

文 献

- (1) H.L.Cox: Brit. J. Appl. Phys., **3** (1952), 72.
- (2) N.F.Dow: G.E. Report, R 63. SD 61 (1963).
- (3) A. Kelly and W.R. Tyson: *High Strength Materials*, John Wiley & Sons, (1965), 578.
- (4) 三浦維四, 浅岡憲三: 金属学会誌, **37** (1973), 1212.
- (5) E.Z. Stowell and T.S. Liu: J. Mech. Phys. Solids, **9** (1961), 242.
- (6) A. Kelly and G.J. Davies: Metall. Rev., **10** (1965), 1.
- (7) O.C. Zienkiewicz: *The Finite Element Method in Engineering Science*, McGraw-Hill, (1971), 48.
- (8) 三浦維四, 浅岡憲三: 金属学会誌, **37** (1973), 1207.
- (9) 三浦維四編: 金属複合材料, 共立出版, (1973), 110.
- (10) T.G. Lindley, G. Oates and G.E. Richards: Acta Met., **18** (1970), 1127.
- (11) 三浦維四, 奥野 攻: 金属学会誌, **34** (1970), 1201.
- (12) D.M. Schuster and E. Scala: Trans. Met. Soc. AIME, **230** (1964), 1635.
- (13) 金属学会編: 金属便覧, 丸善, (1971), 432.
- (14) 奥野 攻, 三浦維四: 金属学会誌, **39** (1975), 773.
- (15) R.M. Barker and T.F. MacLaughlin: J. Composite Materials, **5** (1971), 492.