と成長の機構により結晶化する。しかし、臨界温度以下の低温時効において、Fe-Si-B 合金では $a=2.848 \text{ \AA}$ の格子定数を持つ *bcc* 相、Ni-Si-B 合金では $a=3.508 \text{ \AA}$ の *fcc* 相、Co-Si-B 合金では $a=2.496 \text{ \AA}$, $c=4.041 \text{ \AA}$ の *hcp* 相の各単一微結晶相になる範囲が X 線回折および透過電子顕微鏡観察によって見出された。この臨界温度は Fe-Si-B 合金では約 365°C 、Ni-Si-B 合金では約 360°C 、Co-Si-B 合金では約 375°C である。

文 献

- (1) 増本 健, 木村 博: 金属学会誌, **39**(1975), 133; Sci. Rep. RITU, **A-25**(1975), 200.
- (2) H. Kimura and T. Masumoto: Scripta Met., **9**(1975), 211.
- (3) 奈賀正明, 橋本功二, 増本 健: 金属学会誌, **38**(1974), 835; Corrosion, **32**(1976), 146.
- (4) H. Fujimori, T. Masumoto, Y. Obi and M. Kikuchi: Japan J. Appl. Phys., **13**(1974), 1889.
- (5) 富沢史郎, 鈴木耐三, 菊地紀雄, 増本 健: 金属学会講演概要, (1975.4月), 183; T. Masumoto, K. Hashimoto and H. Fujimori: Sci. Rep. RITU, **A-25**(1975), 232.
- (6) M. Kikuchi, H. Fujimori, Y. Obi and T. Masumoto: Japan J. Appl. Phys., **14**(1975), 1077.
- (7) H. Fujimori, Y. Obi, T. Masumoto and H. Saito: Mater. Sci. Eng., **23**(1976), 281.
- (8) R. Pond and R. Maddin: Trans. Met. Soc. AIME, **245**(1969), 2475.
- (9) T. Masumoto and R. Maddin: Intern. Conf. on Metastable Metallic Alloys, (1970), Yugo.
- (10) H. S. Chen and C. E. Miller: Rev. Sci. Instr., **41**(1970), 1237.
- (11) 増本 健, 木村 博: 金属学会誌, **39**(1975), 273; Sci. Rep. RITU, **A-25**(1975), 216.
- (12) 奈賀正明, 村田威雄, 増本 健: 金属学会シンポジウム講演予稿, (1976.10月), 75.
- (13) 井上明久, 富沢史郎, 菊地紀雄, 増本 健: 金属学会講演概要, (1976.4月), 153; 金属学会誌, 投稿中.
- (14) 井上明久, 峯村哲郎, 菊地紀雄, 増本 健: 金属学会講演概要, (1976.4月), 152; 金属学会誌, 投稿中.
- (15) H. S. Chen and D. Turnbull: Acta Met., **17**(1969), 1021.
- (16) H. S. Chen: Acta Met., **22**(1974), 897.
- (17) H. S. Chen: Acta Met., **24**(1976), 153.
- (18) T. Masumoto and R. Maddin: Acta Met., **19**(1971), 725.
- (19) 大森慎一郎, 橋本雅彦, 庄司啓一郎, 日高謙介, 小平良男: 粉体および粉末冶金, **18**(1972), 316.
- (20) W. B. Pearson: Handbook of Lattice Spacings and Structures of Metals, Pergamon Press, (1958), 500, 625, 780.
- (21) S. Ohmori and Y. Hashimoto: Trans. JIM, **18**(1977), 347.
- (22) J. M. Vitek, J. B. M. Sande and N. J. Grant: Acta Met., **23**(1975), 165.
- (23) 奈賀正明, 井上明久, 増本 健: 金属学会講演概要, (1976.4月), 151.
- (24) T. Masumoto and R. Maddin: Mater. Sci. Eng., **19**(1975), 1.
- (25) T. Masumoto, H. M. Kimura, A. Inoue and Y. Waseda: Mater. Sci. Eng., **23**(1976), 141.
- (26) T. Masumoto, Y. Waseda, H. M. Kimura and A. Inoue: Sci. Rep. RITU, **A-26**(1976), 21.
- (27) W. B. Pearson: Handbook of Lattice Spacings and Structures of Metals, Pergamon Press, (1958), 522, 656, 787.
- (28) H. S. Chen and B. K. Park: Acta Met., **21**(1973), 395.
- (29) C. P. P. Chou and D. Turnbull: J. Non-Cryst. Solids, **17**(1975), 169.

複合振動子法による薄板ヤング率の測定

丹 治 雅 典* 森 谷 博* 中 川 康 昭*

Yasunori Tanji, Hiroshi Moriya and Yasuaki Nakagawa: Measurement of Young's Modulus of Thin Plate by the Composite Vibrator Method. Flexural resonance frequencies of a composite vibrator may approximately be calculated by a simple assumption that the flexural rigidity of the composite vibrator is given by a sum of the flexural rigidities of the components. This can be applied to the measurement of Young's modulus of a thin plate or a thin film, which cannot be tested by the flexural resonance technique unless pasted or deposited on a thicker substrate. Some experiments are made to justify the above assumption. In general, the effect of a layer of paste is found to be appreciable. Even if the flexural rigidity of the paste is negligibly small, the spacing due to the paste causes appreciable changes in the flexural rigidities of the specimen plate and the substrate. As an example, Young's modulus of a nickel plate $40 \mu\text{m}$ in thickness is determined by the composite vibrator method with an error of less than 3%.

(Received February 9, 1977)

* 東北大学金属材料研究所 (The Research Institute for Iron, Steel and Other Metals, Tohoku University, Sendai)

I. 緒 論

固体の物理的性質を知る上で、弾性定数は重要な物理定数の1つである。それゆえに、その測定手段については、古くから多くの人々によって研究開発されてきた。共振法^{(1)~(5)}もまたその中の1つである。この方法による弾性率の測定は主として単体振動子に関してなされている。しかし単体振動子による測定の難しい材料として、(a)電着膜、蒸着膜および塗料膜などの薄膜；(b)鉛、合成樹脂および木材などの内部摩擦の大きな物質などがある。これらの場合に、既知の弾性率の振動子に上述の物質を接着し、複合振動子にすることによって、これらの物質の弾性率を求めることが可能であるならば、その測定手段としての適用範囲は非常に拡大する。

上述の物質の中でも、実際に内部摩擦の大きな粘弾性材料を薄い金属板でサンドウィッチすることによって構成された複合振動子の振動および吸振特性に関する研究はこれまでに数多くなされている^{(6)~(10)}。

また複合振動子の場合、その複合板の組合せを通して金属および合金の単体振動子には得られない特性を人為的に作り出すことが可能である。この応用的見地から角川および木村⁽¹¹⁾は複合振動子によるエリクサー特性の改善に関する研究を行っている。しかしながらいずれにしても、複合板のたわみ振動における運動方程式の一般的な解を解くことは非常にむずかしく適当な近似法をみつけることが肝要である。本研究は、厚み方向に貼り合せた複合振動子の両端自由な場合のたわみ振動特性の解析を、曲げ剛性合成法の単純な近似に基づいて行なった。

II. 複合振動子の振動特性

一般に単体振動子の中立軸はその曲げに際して伸縮せず、かつ変形前の中立軸に垂直な断面は変形後も垂直な平面となることを仮定すると、そのたわみ振動の運動方程式は次式で与えられる⁽¹²⁾。

$$\rho S \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0 \quad (1)$$

ここにおいて、 y は中立軸に垂直な方向の変位、 x は長さの方向の距離、 t は時間、 ρ 、 S 、 E および I はそれぞれ密度、断面積、ヤング率および断面の2次モーメントである。この方程式を解くことにより両端自由な振動におけるたわみ共振周波数 f_s は次式で与えられる⁽¹²⁾。

$$f_s^2 = \frac{m^4 EI}{4\pi^2 l^4 S \rho} \quad (2)$$

m は振動の境界条件によって定まる定数(基本振動の場合 $m=4.73001$ ⁽¹³⁾)、 l は振動子の長さである。

ここにおいて、長さおよび幅の等しい2枚の板を厚み方向に接着した場合の複合振動子のたわみ振動を考えてみよう。2枚の板の間には一般に有限の厚さをもつ接着層があることを考慮する。

長さに比べて厚さが十分に薄く、断面の変形が無視されるものとする、複合板の曲げ剛性 EI および面密度 $S\rho$ は次のように、それぞれの和で与えられる⁽¹⁴⁾。

$$\left. \begin{aligned} EI &= \sum E_i \tilde{I}_i \\ S\rho &= \sum S_i \rho_i \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$\tilde{I}_i$ は複合板の中立軸に関するそれぞれの板および接着層の断面の2次モーメントである(接尾辞の $i=0, 1$ および2は基板、接着層および試料板を意味する)。この式は静的なたわみの問題を取扱うときに導出されたものであり、動的な振動の場合には必ずしも適用できない場合[†]もあるがここで取扱う金属振動子のような場合には、式(3)の関係は十分な近似で成り立つものと考えてよからう(ref.6の式(39)を参照)。

複合振動子において、式(3)が成り立つものとするとき、その共振周波数 f と基板のみの共振周波数 f_s とを比較することにより次の関係が得られる。

$$\frac{\sum E_i \tilde{I}_i}{E_0 I_0} = \frac{\sum S_i \rho_i}{S_0 \rho_0} \cdot \left(\frac{f}{f_s} \right)^2 \quad (4)$$

ここで、 $\tilde{I}_i$ を具体的に求めておけば、 f および f_s の測定から試料のヤング率 E_2 を求めることができる。ただし接着剤のヤング率 E_1 はあらかじめ知られているものとする。

Fig.1には、基板、接着剤および試料板からなる3枚複合振動子の断面模型図を示す。この場合の $\tilde{I}_0$ 、 $\tilde{I}_1$ および $\tilde{I}_2$ を計算してみよう。

まず中立軸 Z の基板の上端よりの距離 $\bar{a}$ は次式で与えられる⁽¹⁴⁾。

$$\bar{a} = \frac{\sum E_i S_i a_i}{\sum E_i \cdot S_i} \quad (5)$$

a_i は S_i の重心から基板の上端までの距離である。それぞれの厚みを t_0 、 t_1 および t_2 とすると、 a_0 、 a_1 および a_2 はそれぞれ $t_0/2$ 、 $t_0+t_1/2$ および $t_0+t_1+t_2/2$ となる。式(5)により $\bar{a}$ が求められるとき、 $\tilde{I}_i$ はそれぞれ次のように導き出される。

$$\frac{\tilde{I}_0}{I_0} = 1 + 3 \cdot \left[\frac{\xi_1 \eta_1 (1 + \eta_1) + \xi_2 \eta_2 (1 + 2\eta_1 + \eta_2)}{(1 + \xi_1 \eta_1 + \xi_2 \eta_2)} \right]^2 \quad (6)$$

$$\frac{\tilde{I}_1}{I_1} = 1 + 3 \cdot \left[\frac{1 + \eta_1 - \xi_2 \eta_2 (\eta_1 + \eta_2)}{\eta_1 (1 + \xi_1 \eta_1 + \xi_2 \eta_2)} \right]^2 \quad (7)$$

$$\frac{\tilde{I}_2}{I_2} = 1 + 3 \cdot \left[\frac{\xi_1 \eta_1 (\eta_1 + \eta_2) + (1 + 2\eta_1 + \eta_2)}{\eta_2 (1 + \xi_1 \eta_1 + \xi_2 \eta_2)} \right]^2 \quad (8)$$

I_0 、 I_1 および I_2 はそれぞれの重心を通り、 Z 軸に平行な

† 密度の著しく異なる複合板のたわみ振動では、一般に慣性力のために、中立軸が移動することをも考慮しなければならない。このような振動は極めて複雑化するので、多くの場合、断面が対称的なサンドウィッチ型複合板を用い、中心線が常に中立軸になるような簡便化された振動機構が選ばれている。また複合振動子では回転慣性やずれ変形の影響が単体振動子の場合に比べてより重要になる場合もある。いわゆる粘弾性材料のサンドウィッチ型振動子では、たわみ共振周波数から、ずれ弾性率が求められている^{(6)~(10)}。

Fig.1 Three-layer composite vibrator composed of base plate, paste and specimen.

軸のまわりの断面の2次モーメントである。 ξ_1, ξ_2, η_1 および η_2 はそれぞれ $E_1/E_0, E_2/E_0, t_1/t_0$ および t_2/t_0 である。

電着膜，蒸着膜および塗料膜のように接着層の影響のない場合または，試料が十分に大きく，接着層の影響を無視しうるような場合には式(6)および式(8)において $\eta_1 = 0$ とおき，式(4)の左辺を計算すると， $\tilde{I}_1 = 0$ であるから，

$$\frac{\sum E_i \tilde{I}_i}{E_0 I_0} = 1 + \xi_2 \eta_2^3 + \frac{3(1 + \eta_2)^2 \xi_2 \eta_2}{1 + \xi_2 \eta_2} \quad (9)$$

となり，これを ξ_2 について解くと，次のようになる。

$$\xi_2 = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 + 4\alpha\gamma}}{2\alpha} \quad (10)$$

ここにおいて， $\alpha = \eta_2^4$ ， $\beta = 3\eta_2 + (1 + \eta_2)^2 + \eta_2^3 - (A - 1)\eta_2$ および， $\gamma = A - 1$ である。 $A (= \sum E_i \tilde{I}_i / E_0 I_0)$ は式(4)に示したように f_s, f および ρ_0, ρ_2, t_0, t_2 の測定から求められるので，式(10)から ξ_2 すなわち試料のヤング率 E_2 が求まる。ここにおいて，この E_2 の測定精度について検討を加えてみよう。厚さ1 mmの基板に，これと同種の薄膜を厚み1 μm ほど蒸着した場合 ($\xi_2 = 1, \rho_2/\rho_0 = 1$) の f/f_s の変化量を式(4)および式(9)から求めると 1×10^{-3} となる。しかるに周波数計による共振周波数の測定精度は 1×10^{-7} で極めて高い。したがって，1 μm の薄膜を蒸着したときのわずかな共振周波数の変化も $\pm 0.1\%$ という十分な精度で捉えることが可能である。これに対して，膜厚の測定精度はたかだか $\pm 1\%$ であろう。このことから明らかに， E_2 の精度は，その膜厚の測定精度に支配されている。

次に2枚接着複合振動子における接着層の影響を補正項の形で取り出してみよう。まず接着層が有限の厚さをもつことによる $\tilde{I}_0$ および $\tilde{I}_2$ の変化量を $\Delta \tilde{I}_0$ および $\Delta \tilde{I}_2$ とするとき，この振動子の曲げ剛性に対する接着層の影響 C は $E_0 \Delta \tilde{I}_0 + E_1 \tilde{I}_1 + E_2 \Delta \tilde{I}_2$ で与えら

れる。ここにおける E_2 には接着層を無視したときの近似値を用いればよい。補正項 $C/E_0 I_0$ を式(9)の左辺 $A = \sum E_i \tilde{I}_i / E_0 I_0$ にくり込み加え，式(10)を再計算することによって，接着層の影響をも考慮した E_2 の値が求められる。

このような解析結果の妥当性を確かめるために，実験的見地から，これに検討を加えてみよう。

III. 試料および測定法

1. 試料

2種類の振動子が試料として用意された。その1つは，Fe, Ni, Cu および Al で，単体振動子として十分に測定可能なほど大きなもの，他の1つは，単体振動子としては測定の難しい Ni の薄板からなるものである。前者の試料中，Fe, Ni および Cu 試料としては，99.9%の電解 Fe, Ni および Cu をそれぞれ1 kg，高周波電気炉によって，真空中で溶解し，その鋳塊を鍛造，圧延および平削仕上げにより作製したものをを用いた。歪み取り処理は1000°Cで3 h 真空中で行なった。Al 試料は市販のアルミ板から切り出されたものである。これらの試料の形状寸法は Table 1に示す。他方，後者の Ni 薄板試料は市販の Ni 焼鈍材(厚み1 mm)をセンジミヤ20段可逆冷間圧延機によって適当な厚みまで圧延したものが用いられた。これらの試料の形状寸法もまた Table 1にあわせ示している。これらの試料が，接着剤 Aron α によって，適当に2枚，厚み方向に接着され，2枚接着複合振動子として実験に供された。

Table 1 Dimensions, density, flexural resonance frequency (F.R.F.) and Young's modulus for single vibrators.

Specimen	Dimensions (cm)			Density ρ (g/cc)	F.R.F. (Hz)	Young's modulus (10^{11} dyne/cm ²)
	l	b	t			
Fe	11.010	1.2016	0.1313	7.86	579.70	21.09
Ni	11.005	1.1998	0.1206	8.85	478.96	19.38
Cu	11.000	1.2000	0.1295	8.93	404.41	12.07
Al	10.980	1.2059	0.1405	2.69	610.47	6.99
Ni-220	5.980	0.6948	0.02186	8.85	311.27	21.7
Ni-230	5.995	0.6952	0.02323	8.85	336.31	22.7
Ni- 80	5.950	0.6948	0.007895	8.85	—	—
Ni- 60	5.990	0.6963	0.005570	8.85	—	—
Ni- 40	5.990	0.7010	0.003757	8.85	—	—
Ni- 20	6.000	0.7000	0.002019	8.85	—	—

Table 2 Flexural resonance frequency (F.R.F.) of composite vibrators, Fe+Ni, Fe+Cu, Fe+Al, Ni+Cu, Ni+Al and Cu+Al, and thickness of paste, t_1 . One of the components is regarded as the base plate and Young's modulus of the other component E_2 is calculated, assuming either $t_1=0$ or $t_1\approx 0$. ΔE is the difference between E_2 thus calculated and E_2 measured directly.

Composite vibrator	F.R.F. (Hz)	t_1 (μ m)	Base plate	$t_1=0$		$t_1\approx 0$	
				E_2 (10^{11} dyne/cm ²)	$\Delta E/E$ (%)	E_2 (10^{11} dyne/cm ²)	$\Delta E/E$ (%)
Fe+Ni	1059.36	9.5	Fe Ni	19.9 21.7	2.7 2.9	19.4 21.3	0.1 1.0
Fe+Cu	968.23	24.8	Fe Cu	12.6 22.5	4.4 6.7	12.0 21.0	-0.6 -0.4
Fe+Al	1083.26	18.0	Fe Al	7.1 21.3	1.6 1.0	6.9 20.8	-1.3 -1.4
Ni+Cu	882.62	16.9	Ni Cu	12.7 20.2	5.2 4.2	12.0 19.4	-0.6 0.1
Ni+Al	989.80	6.1	Ni Al	7.1 19.5	1.6 0.6	7.0 19.1	0.1 -1.4
Cu+Al	919.51	15.1	Cu Al	7.1 12.3	1.6 1.9	6.9 12.0	-1.3 -0.6

2. 測定方法

測定には静電駆動型の弾性率測定装置が用いられ、1次のたわみ共振周波数が真空中で測定された。その結果を用いてヤング率が算出された。この装置の原理および測定方法の詳細については、すでに報告されているので⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾ここでは省略する。

IV. 実験結果および考察

単体振動子 Fe, Ni, Cu, Al および 2 種類の Ni 薄板のそれぞれの共振周波数 f と式 (2) によって求められたヤング率 E を Table 1 に、その形状寸法とあわせて示す。さらに先の 4 枚の単体振動子を適当に組合せて作製された 2 枚接着複合振動子のそれぞれの共振周波数 f を Table 2 に示す。2 枚の板の一方を、基板、他方を試料と考え、前者の E_0 の値 (単体で求めたもの) を用いて、後者の E_2 の値を計算し、これと単体の E_2 との差 ΔE を求めた。計算にあたって、接着層の影響を無視した場合 ($t_1=0$) とそれを考慮した場合 ($t_1\approx 0$) との比較がなされている。接着層の厚み t_1 は重量測定から求められた。接着剤 Aron α の密度 ρ は 1.23 g/cc である。また、そのヤング率は一樣な厚み 233 μ m に Aron α を塗布した Al 振動子の共振周波数を測定し、これを式 (10) に代入することによって求められた。その値 E_1 は 0.27×10^{11} dyne/cm² である。

Table 2 から明らかなように、接着層の影響を無視した場合の E_2 の値は、単体振動子から求められた値に対して、7% 近く大きい場合があり、しかもかなりばらつきが見られる。これに対して、接着層の影響が補正されると、そのばらつきは小さくなり、誤差が $\pm 2\%$ の範囲内に留まる。なおこの補正における主要項は接着層の厚みに伴う

$E_0 \Delta \tilde{I}_0$ および $E_2 \Delta \tilde{I}_2$ に基づくものであり、Aron α 自体の曲げ剛性 $E_1 \tilde{I}_1$ はそれほど重要でない。したがって上に述べた E_1 の値の精度もあまり問題にならない。

次に厚み 20~230 μ m の Ni 薄板についての測定結果を述べる。単体振動子として測定可能な Ni-220、および Ni-230 についてのヤング率 E を求めると、Table 1 に示すように、それらの値は、それぞれ 21.7×10^{11} dyne/cm² および 22.7×10^{11} dyne/cm² である。これらの値は十分に焼鈍された Ni の E の値 19.38×10^{11} dyne/cm² より 12.0~10.4% ほど大きい。これらの差異は加工効果によるものであろう。

この Ni-220 を基本振動子として、これに薄板 Ni-230, Ni-80, Ni-40, および Ni-20 を順次に接着し、それぞれの複合振動子の共振周波数の測定から、上述の複合振動子の場合と同様な手順により、接着層の影響を無視した場合

Table 3 Flexural resonance frequency (F.R.F.) of composite vibrators composed of Ni thin plates in two layers, thickness of paste, t_1 , and Young's modulus of latter component, E_2 , calculated on the assumption of either $t_1=0$ or $t_1\approx 0$.

Composite vibrator	F.R.F. (Hz)	t_1 (μ m)	$E_2(t_1=0)$ (10^{11} dyne/cm ²)	$E_2(t_1\approx 0)$ (10^{11} dyne/cm ²)
Ni-220 + Ni-230	672.17	12.1	26.8	22.4
Ni-220 + Ni-80	442.14	9.0	26.5	22.1
Ni-220 + Ni-60	409.70	10.3	28.0	22.6
Ni-220 + Ni-40	383.18	12.9	29.9	22.4
Ni-220 + Ni-20	351.80	7.8	29.8	24.3

($t_1=0$)とこれを考慮した場合($t_1 \neq 0$)の E_2 を算出した。その計算結果を **Table 3** に示す。またその厚み依存性を **Fig. 2** に示す。接着層の影響を無視した場合の E_2 の値は $E_0=21.7 \times 10^{11}$ dyne/cm² に比して 20~40% も大きい。これに対し接着層の影響を考慮した場合には、 $t_2=40 \sim 230 \mu\text{m}$ の厚み領域において、 E_2 の値は約 $22.3 \pm 0.7 \times 10^{11}$ dyne/cm² で一定である。 $t_2=20 \mu\text{m}$ における E_2 の値が E_0 に比して 12% も大きくなっているが、これは本質的な特性ではなく、誤差によるものであろう。

Fig. 2 Thickness dependence of Young's modulus E_2 calculated on the assumption of either $t_1=0$ (closed circles) or $t_1 \neq 0$ (open circles).

V. 結 論

2枚接着複合振動子の振動特性を解析し、さらにその妥当性を実験的に確かめ、次の事柄を明らかにした。

(1) 厚み方向に接着された複合振動子のたわみ共振周波数は曲げ剛性合成法に基づく単純な計算でかなりよく近似される。したがって、ヤング率既知の材料を基板とした複合振動子の共振周波数の測定から、試料のヤング率が求められる。

(2) 接着複合振動子における接着層の曲げ剛性に対する影響は、無視し得ない。その中でも接着層自体の曲げ剛性よりも、むしろ接着層が有限の厚みをもつために生ずる基

板および試料板の曲げ剛性に対する影響の方がより大きい。

(3) 本実験における2枚接着複合振動子によるニッケル薄板のヤング率は、その厚み $40 \mu\text{m}$ 程度まで $\pm 3\%$ の誤差範囲内で測定が可能であった。

最後に本研究遂行にあたり、複合振動子の振動特性に関する多くの情報と資料を提供して下さいた東北大学工学部玉手 統教授および佐藤喜一助教授に、また Ni 薄板試料を提供して下さいた本所工業化試験室徳能裕己氏他4名の方々に深く感謝の意を表します。

文 献

- (1) M.E.Fine : Rev.Sci.Instrum., **28**(1957), 643.
- (2) H.J.Stokes : J.Sci.Instrum., **37**(1960), 117.
- (3) S.S.Lanting and H.A.Waterman : J.Sci.Instrum., **41**(1964), 605.
- (4) T.Hinton : Rev.Sci.Instrum., **36**(1965), 114.
- (5) Y.Shirakawa and I.Oguma : Japanese Patent, No.230841(1956).
- (6) H.Saito and K.Satō : Trans. ASME(E), J. Appl.Mech., **58**(1961), 1.
- (7) T.Nicholas and R.A.Heller : J.Exp.Mech., **7**(1967), 110.
- (8) E.J.Kovac, W.J.Anderson and R.A.Scott : J. Sound Vib., **17**(1971), 25.
- (9) J.W.Jones, V.L.Salerno and A.Savacchio : J.Engng.Ind., **89**(1967), 438.
- (10) J.A. Agbasier and P.Grootenhuis : J. Mech. Engng.Sci., **10**(1968), 268.
- (11) 日本学術振興会編：電気通信における同期とその応用, (1951), 41.
- (12) L. Rayleigh : *The Theory of Sound*, Dover Publication, Vol.1(1926), 278.
- (13) W.F.Teft : J.Research NBS, **64B**(1960), 237.
- (14) 湯浅亀一：材料力学, 山海堂, (1939), 448.
- (15) Y.Shirakawa and I.Oguma : Sci.Rep.RITU, **A-18** Suppl.(1966), 523.
- (16) Y. Tanji, H. Mariya, I. Oguma and Y. Shirakawa : Sci.Rep.RITU, **A-25**(1975), 163.