体心立方金属の圧延板における表面集合組織形成のシミュレーション*

関 根 和 喜** 吉 村 修***

J. Japan Inst. Metals, Vol. 46, No. 1 (1982), pp. 100-107

Computer Simulation of Development of Surface Texture in Rolled BCC Metals

Kazuyoshi Sekine** and Osamu Yoshimura***

It is well known that under conditions of high friction between rolls and material a unique texture called the surface texture, which is distinctly different from the center texture, appears in the surface layer of a rolled sheet.

In this paper, the rolling process under conditions of high friction is regarded as the sheet compression between two parallel rough plates. Therefore, two types of shear mode of deformation having opposite shear-directions arise in the surface layer of sheet in addition to the ideal plane strain compression. From such a model, the development of the surface texture in rolled bcc polycrystalline metals is simulated as a function of rolling reduction on the basis of the theory already proposed by the authors, in which the final orientations of deformation textures in polycrystalline metals can be uniquely predicted. Also the variation of texture through the thickness of the sheet rolled under conditions of high friction between rolls and material is predicted by computer simulation. The simulated textures at various layers throughout the sheet thickness are in agreement with the experimental ones of cold-rolled niobium reported by Vandermeer and Ogle.

(Received March 28, 1981)

I. 緒 言

著者らは^{(1)~(3)}, 金属多結晶体を「物質点とそれに付随する方向」によって構造が規定される媒体とみなし, このような物体の変形挙動を取り扱うマイクロポーラ (micropolar) 連続体理論⁽⁴⁾⁽⁵⁾の考え方を結晶塑性論に適用して, 多結晶金属におけるすべり回転現象を解析する一般理論を提示した. すなわち, 結晶の塑性変形の素過程を物体構成要素の並進的変位と剛体回転であると考え, 最大塑性仕事の原理あるいは最小せん断和の原理に基づく, いわゆる Taylor-Bishop-Hill 理論⁽⁶⁾⁽⁷⁾を一般化し, 結晶の方位回転ベクトルを任意の変形束縛条件下で唯一に決定する方法を定式化した.

圧延加工を受けた金属板の表面層には, 中心層と異なる集合組織が存在することが古くより知られている⁽⁸⁾. このような特異な表面集合組織は, 表面の粗いロールを用いたり, ロールと材料間の潤滑が不十分であるときに鮮鋭に発達することから, ロール・材料間の摩擦係数が大きい場合に, 表面層にはせん断力が働き, 主応力軸の傾斜が生ずるため, これが発達するものと推論されている⁽⁹⁾. 表面集合組織に関する実験的研究には, アルミニウムなどの FCC

金属を対象としたものが多く^{(8)~(10)}, 表面集合組織の方位成分, 板厚中心方向への浸透度, あるいは表面集合組織が鮮鋭に発達するための圧延条件などが調べられている⁽¹¹⁾⁽¹²⁾. 一方, BCC 金属についての実験的研究には, Stickels⁽¹³⁾による α -鉄に関するもの, Vandermeer と Ogle⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾による Nb 多結晶体に関するものがあり, そのほか 3% 珪素鉄単結晶板を対象とした研究結果が古林, 菊池⁽¹⁶⁾によって報告されている. いずれも, ロールと材料表面の間の摩擦係数が大きい場合に鮮鋭な表面集合組織が得られることを述べている. Stickels⁽¹³⁾は鉄の表面集合組織は $\{011\} \langle 211 \rangle$ 方位を主成分とし, 圧延面に $\{110\}$ 面が平行に配列した部分的繊維組織 (以下, $\{110\} // R.P.$ の様に記述する) によって構成されていると報告している. これに対し, Vandermeer ら⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾は, 冷間圧延した Nb 板に発達する表面集合組織の方位成分, 板厚中心方向への集合組織の変化などを詳細に調べ, Nb 板の表面集合組織は $\{011\} \langle 311 \rangle$ 方位成分を主体とし, $\{001\} \langle 110 \rangle$, $\{001\} \langle 100 \rangle$ あるいは $\{112\} \langle 111 \rangle$ 方位を副成分としてわずかに含むものであることを述べている. 両者の論文で, 表面集合組織の主成分は $\{011\} \langle 211 \rangle$ と $\{011\} \langle 311 \rangle$ 方位で指数は異なるが, 報告されている極点図から判定し

** 横浜国立大学工学部安全工学科 (Department of Safety Engineering, Faculty of Engineering, Yokohama National University, Yokohama)

*** 横浜国立大学大学院, 現在: 自治省消防庁 (Graduate School, Yokohama National University, Yokohama. Present address: The Ministry of Home Affairs, Fire Defence Agency, Tokyo)

* 1980 年 10 月日本金属学会福岡大会に発表

て、その区別はつかないもので、本質的には同一成分のものであると考えられる。

BCC 金属の圧延板における表面集合組織形成の理論的な解析、あるいは定量的なシミュレーションは現在までほとんど行われていない。そこで、著者らはロール・材料間の摩擦係数が大きい場合の圧延変形における材料表面層の塑性流れに関し、比較的単純なモデルを設定して、BCC 多結晶金属板の表面集合組織形成を、提案した方位回転解析手法を用いてシミュレートした。本報では、その結果を Vandermeer らの Nb 板の実験結果と対比しつつ示すとともに、表面集合組織の成因を考察した。

II. 圧延変形における材料の塑性流れと方位回転の解析

拘束変形下における結晶方位の回転は、変形の束縛条件すなわち材料各点における巨視的な塑性流れの状態、を知ることによって解析可能となる。そのためには、材料各点における変位勾配テンソル (distortion テンソル) の各成分が与えられねばならない。しかし、圧延変形中の実際の塑性流れはきわめて複雑で、しかも仮にそのような複雑な塑性流れ状態が明確にされても、それを方位回転シミュレーションに適用するには非常な困難がある。そこで、本論文では、ロールと試料表面間の摩擦係数が大きい条件下での圧延変形を、粗い表面を有する平板工具による平面ひずみ圧縮変形に近いものと考ええることにする。このように考えると、板の表面から板厚中心に向かって測られる各点において、摩擦によって板面に平行でかつ圧延方向への付加的せん断ひずみが各点の表面からの深さに応じて発生する。そこで、この付加的せん断ひずみを平面ひずみ圧縮の理想変形⁽¹⁷⁾に重ね合わせたものが変形の束縛条件とみなせる。ただし、圧延の場合には、ロール円周速度と材料の流れ速度との関係から、いわゆる中立点を境にして、材料の入口側と出口側では付加的せん断ひずみの方向が逆転するものとする。

Fig.1 に示したごとく、板の圧延面法線 (R.P.N.) を X 軸、圧延方向 (R.D.) を Y 軸、また横方向 (T.D.) を Z 軸とするような空間に固定した直角座標系 X-Y-Z を考えると、圧延変形における巨視的な変位勾配増分 $d\mathbf{r}_{(X-Y-Z)}$ は、X-Y-Z 座標系に関して、つぎのようなテンソルで与えられる。

$$d\mathbf{r}_{(X-Y-Z)} = \begin{pmatrix} d\gamma_{xx} & d\gamma_{xy} & 0 \\ 0 & d\gamma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

上式において、 $d\gamma_{xx}$ は板厚ひずみ増分で、平面ひずみ圧縮変形のときは、

$$d\gamma_{xx} = -d\gamma_{yy} \quad (2)$$

なる関係があり、付加的せん断ひずみ増分 $d\gamma_{xy}$ はパラメーター q を用いて、板厚ひずみ増分 $d\gamma_{xx}$ と次式のように関係づけられるものとする。

Fig.1 Coordinate axes X-Y-Z referred to specimen.

$$d\gamma_{xy} = q \cdot d\gamma_{xx} \quad (3)$$

ここで、パラメーター q は、ロール表面と材料の間の摩擦係数に依存する係数である。例えば、摩擦係数 μ が、 $\mu \geq 0.5$ となる場合、試料表面の全面にわたって固着摩擦が生じ、 $|q|$ 値は無限大となる。 μ 値が 0.5 以下では、 μ 値の減少によって $|q|$ 値は単調に減少し、摩擦がない場合 ($\mu=0$) で $|q|=0$ となる。一般には、 $|q|$ と μ 値の関係を解析的に与えることはむずかしい。また、 μ が一定の場合、 q は板の表面層から中心に向かって測られる各層における付加的せん断ひずみの割合を示すものと考えられるので、表面層から板厚各層への距離の関数でもある。例えば、固着摩擦に近い場合を想定すれば、板の表面近傍では、付加的せん断ひずみが大きく、従って q 値は極めて大きな値をとるが、板厚中央の層に近づくにしたがって q は連続的に減少して中心層では零となる。すなわち、パラメーター q は、表面層であれば、ロール・材料間の摩擦係数の大小による塑性流れの変化を、また、摩擦が一定と考えた場合の板厚各層に対する塑性流れの状態を表現するものといえる。

変形の束縛条件として、式(1)~(3)が与えられると、変形の素過程となる結晶すべり系の幾何学と各すべり系に対するすべりの開始を明示する力学的条件、すなわち降伏条件、が定まれば、結晶方位の回転が追跡できる^{(1)~(3)}。BCC 金属における活動すべり系としては、すべり方向は $\langle 111 \rangle$ であるが、すべり面は確定した結晶面がないともいわれ、Nb⁽¹⁸⁾では $\{110\}$, $\{112\}$, また α -Fe⁽¹⁹⁾ではこれらに加え $\{123\}$ などの結晶面ですべりが生ずると考えられている。それ故、ここでは $\langle 111 \rangle$ 晶帯に属するあらゆる結晶面をすべり面と考えることにする。結晶の立方軸 ($[100]$ - $[010]$ - $[001]$) に平行な直交座標系を新たにとり、この座標系に関する応力成分と変位勾配増分テンソルを σ_{ij} と $d\mathbf{r}$ とすると、降伏条件として既報⁽¹⁾の式(26)~(29)で示されるものと同一なる式が設定できる。圧延変形の塑性流れに関するモデルから、指定されるべき変位勾配増分は、試料軸 (X-Y-Z 座標系) に関し、前述の式(1)~(3)で与えられるので、立方軸座標系に関するそれは、両座標系の幾何学的回転関係を明示するオイラー角をパラメーターとする回転マトリックス $\mathbf{g}(\phi_1, \phi_2)$ によってつぎのようになる。

$$d\mathbf{r} = \mathbf{g} \cdot d\mathbf{r}_{(X-Y-Z)} \cdot \mathbf{g}^{-1} \quad (4)$$

ただし、オイラー角の定義と $\mathbf{g}$ の具体的な形式は既報⁽²⁾の

Fig.2 と式(28)を参照されたい. 結晶軸に関する変形の束縛条件として $d\mathbf{r}$ が式(4)によって与えられると, $d\mathbf{r}$ の各成分とそれに対応する応力成分 σ_{ij} から, σ_{ij} を変数とする塑性仕事増分関数が定義される. q の数値が設定されれば, この塑性仕事増分関数を目的関数とし, 降伏条件を制約式とする最適化問題とその双対問題を解くことにより, 変形中の結晶回転ベクトルが唯一に決定される. 方位回転経路を追跡する具体的な数値解法は既報⁽¹⁾⁽²⁾と同様な方法によった. 用いた大型電子計算機は東京大学の HITAC-M200H である. なお, シミュレーションで得られる最終結果の極点図はラインプリンターによって画いた.

III. 計算機シミュレーションの結果

試片中心層の塑性流れの状態は, 付加的せん断ひずみ

Fig.2 (110) pole figure of theoretical initial-texture.

$d\gamma_{xy}$ が存在しない場合, すなわち式(3)におけるパラメーター q が零に等しいときである. この条件下で発達する圧延集合組織については, その1例を既報⁽¹⁾に報告済みであるが(既報⁽¹⁾では圧下率70%の極点図のみ示されている), 今回は全圧下率の増大によって圧延集合組織がどのように変化していくかを調べた. 計算機に与えた初期集合組織を Fig.2 に示す. この初期集合組織の(110)極点図はおよそ90個の異なる方位の結晶から構成されているもので, ランダム集合組織である. ただし, この部分的極点図には全ての(110)極を4分の1象限に集約してプロットしてある.

さて, Fig.2の(110)極点図で示される初期集合組織を出発点として, 1回のステップに対する板厚ひずみ増分 $d\gamma_{xx}$ を0.15に設定したとき, 中間圧下率の53%で得られた圧延集合組織の部分的(110)極点図を Fig.3(a)に示す. ここで, 図中の極の位置を示す各記号は極の重複度を表わしていて, $\blacktriangle$ 印は5重以上, $\bullet$, $\square$ そして $\triangle$ 印はそれぞれ4重, 3重, 2重を意味している. Fig.3(a)にみられるごとく, 中間の圧下率では, (110)極点図の R.P.N. から R.D. に向って約30度の位置に高い(110)の集積が現われているが, その他の領域では極の分散が大きい. Fig.3(b)は Vandermeer と Ogle⁽¹⁴⁾によって報告されている60%圧下率における Nb 板の中心層の(110)極点図である. 計算機による結果は, 個々の結晶における到達方位の(110)極をプロットしたものであるから, それは実測の極点図そのものに一致しているとはいえないが, 実測結果の特徴を良く表わしていると思われる. さらに圧下率をあげ, 高圧下率(90%)の場合, Fig.4(a)に示される集合組織となる. 同図の(b)には Nb の実測データを記載してある. BCC 金属多結晶体の高圧下率での圧延集合組織は通常2つの部分的 $\langle 110 \rangle$ 繊維組織で記述されるが, シミュレーションの結

Fig.3 (110) pole figures of center texture at medium rolling reductions.

(a) Simulated one for bcc metals rolled 53 pct under a condition of $|q|=0$.

(b) Experimentally determined one of Nb rolled 60 pct(after Vandermeer and Ogle).

Fig.4 (110) pole figures of center texture at high rolling reductions.

(a) Simulated one for *bcc* metals rolled 90 pct under a condition of $|q|=0$.

(b) Experimentally determined one of Nb rolled 95 pct (after Vandermeer and Ogle).

Fig.5 Simulated (110) pole figure for surface texture of *bcc* metals rolled 53 pct under a condition of $|q|=2.1$.

Fig.6 Simulated (110) pole figure for surface texture of *bcc* metals rolled 76 pct under a condition of $|q|=2.1$.

果もこの解釈を支持するものとなっている。この2つの部分的繊維組織について、Bennewitz⁽²⁰⁾は $\langle 110 \rangle // \text{R.D.}$ および $\langle 110 \rangle // 60^\circ\text{-R.D.}$ とし、VandermeerとOgle⁽⁴⁾は後者をFig.4(b)の図中のBの方位に平行な $\langle 110 \rangle$ 軸まわりの部分的繊維組織としているが、両者ともに本質的な差異はないものと著者らは考えている。

以上に示したごとく、付加的せん断ひずみ増分 $d\gamma_{XY}$ がないときの計算機による予測結果が実測データに近いものとなるという確認を得たのち、材料表面層に任意のせん断ひずみが付加される場合について計算機実験を試みた。しかし、圧延板に典型的な表面集合組織が形成されときのロール・材料間の摩擦係数、あるいはせん断ひずみ量などの値が実験的に明らかにされているわけではない。そこ

で、ここでは、ロール・材料間の摩擦係数に支配されるパラメーター q の値をいろいろと変化させて集合組織の形成をシミュレートした。なお、せん断ひずみ増分 $d\gamma_{XY}$ は中立点を境にして、入口側と出口側とでその方向が逆転するので、このことを考慮して、1回のパス毎に q の値の正負が逆転するようにプログラムが組まれている。最初に計算機に与えた初期集合組織はFig.2に示されているものと全く同一である。

まず、ロール・材料間の摩擦係数が大きい条件下の1例として、 q の絶対値を2.1に設定したときに各圧下率で得られた集合組織を示す。Fig.5とFig.6は圧下率53%と圧下率76%のときに得られた理論的圧延集合組織の(110)極点図である。この場合も1回のステップの板厚ひずみ増

分は0.15である。Fig.5の(110)極点図は、分散があるが、極点図の中心(R.P.N.)とR.P.N.からR.D.に向けて約60度の2つの位置に高い集積をもっていて、同一圧下率の中心層集合組織のFig.3(a)とは全く異なるものである。Fig.6の76%のものは、はっきりと2つの<110>部分的集合組織で記述されるもので、この集合組織はFig.4(a)の中心層集合組織とT.D.のまわりにおよそ35度回転することによって関係づけられるものである。同一の条件で圧下率を90%まで高めた場合における理論的集合組織の(110)極点図をFig.7(a)に示す。集合組織は★印で表示されている{011}<311>方位に極めて高い集積を有するものである。Fig.7(b)には、VandermeerとOgle⁽¹⁴⁾によって測定されているNb板の高圧下率における表面層の集合組織の(110)極点図を記載する。理論的極点図は実

測極点図そのものに一致しているわけではないが、その基本的特徴は実測のそれと対応している。実験による極点図は反射法領域のみしか決定されておらず不完全である。そこで、さらに計算結果と実測のそれとの対応をみるため、(222)極点図ならびに(200)極点図についても同時にラインプリンターにて画いてみた。それらの結果をFig.8(a)とFig.9(a)に示す。また、Nb板における実測の(222)および(200)極点図も同時に掲載してある。以上で示した3つの極点図によって、BCC金属板の表面層には{011}<311>型の表面集合組織が形成されることの理論的根拠が示されたといえる。なお、|q|値を2.1以上に大きくした場合、|q|の値がおおよそ3まではFig.7~Fig.9に示されるものとはほぼ同様な集合組織が形成されるが、それ以上のほとんどせん断ひずみのみの塑性流れを仮定すると、異質の集合

Fig.7 (110) pole figures of surface texture.

(a) Simulated one for bcc metals rolled 90 pct under a condition of $|q|=2.1$.

(b) Experimentally determined one of Nb rolled 96.5 pct (after Vandermeer and Ogle).

Fig.8 (222) pole figures of surface texture.

(a) Simulated one for bcc metals rolled 90 pct under a condition of $|q|=2.1$.

(b) Experimentally determined one of Nb rolled 96.5 pct (after Vandermeer and Ogle).

組織が発達することが明らかとなった。このことは、恐らく、圧延板の表面集合組織の形成は単純せん断変形のみによるものではないということを示唆しているものと思われる。

つぎに、 $|q|$ 値を 2.1 より漸次減少していったときの圧延集合組織の変化を計算機でシミュレートした。ただし、 q の値以外の圧延条件はすべて同じである。 $|q|$ 値の減少は、ロールと材料表面の摩擦係数を減少していったときの表面層の塑性流れの状態の変化、あるいは表面から中心層に向っての板厚各層における塑性流れ状態の変化、を表現すると考えてよい。 $|q|$ 値の減少に伴って理論的集合組織は、その分散度を増し、表面集合組織成分と中心層集合組織成分との混合したものとなる。いくつかの計算結果のうち、代表的なものとして $|q|=1.2$ の場合の理論的 (110)

極点図を Fig.10(a) に、また、 $|q|=0.53$ のときの理論的 (110) 極点図を Fig.11(a) に示す。両者ともに圧下率は 90% のものである。 $|q|=1.2$ のときではいわゆる混合集合組織の様相がみられ、分散が極めて大きい。一方、 $|q|$ 値が 0.53 程度になると再び鮮鋭な集合組織となり、この段階で表面集合組織の $\{011\}\langle 311 \rangle$ 成分は全く消失してほぼ中心層集合組織となっている。 $|q|$ 値が 0.5 以下では Fig.4(a) に示されるような中心層集合組織に極めて近い集合組織が発達することが判明した。また、Fig.10(b) と Fig.11(b) には、Nb 圧延板の表面層から板厚中心に向って板厚 (t_0) の約 20 分の 1 の深さの層と、板厚の約 20 分の 7 の深さの層に対する集合組織の (110) 極点図⁽¹⁵⁾を示しておいた。これらの極点図を比較すると、理論的集合組織は実測集合組織の特徴をおおよそ説明しているものといえる。

Fig.9 (200) pole figures of surface texture.

(a) Simulated one for bcc metals rolled 90 pct under a condition of $|q|=2.1$.

(b) Experimentally determined one of Nb rolled 96.5 pct (after Vandermeer and Ogle).

Fig.10 (a) Simulated (110) pole figure for bcc metals rolled 90 pct under a condition of $|q|=1.2$. (b) Experimentally determined (110) pole figure of texture at depth of $\Delta t/t_0=0.048$ in Nb rolled 96.5 pct (after Vandermeer and Ogle).

Fig.11 (a) Simulated (110) pole figure for *bcc* metals rolled 90 pct under a condition of $|q|=0.53$.
(b) Experimentally determined (110) pole figure of texture at depth of $\Delta t/t_0=0.351$ in Nb rolled 96.5 pct (after Vandermeer and Ogle).

Fig.12 (110) pole figure of initial orientations near-(011)[100] for *bcc* single crystals.

Fig.13 Simulated (110) pole figure for surface texture in near-(011)[100] single crystals rolled 60 pct under a condition of $|q|=2.1$.

IV. 考察と結論

本論文では、圧延変形を工具と素材間に高い摩擦がある場合の平面ひずみ圧縮変形と近似して、ロールと板表面間の摩擦係数が大きい条件のときにみられる表面集合組織の形成に関し、*BCC* 金属多結晶体を対象にして計算機シミュレーションを行った。その結果、理論的に求められた集合組織の極点図は、必ずしも実測極点図そのものに一致するものとはいえないが、Nb 板に関する実測データの特徴と大略一致するものであった。完全な一致が認められない理由としては、実際の圧延変形は、ここで考えられている平面ひずみ圧縮変形とは異なり、非常に複雑であること、あるいはひずみ一定のいわゆる Taylor モデルを採用し、応力の連続性が考慮されていないこと、などによるものと考えられる。しかしながら、材料の塑性流れ、すなわち変形

の束縛条件を本論文と同様に仮定して計算を行った *FCC* 金属の表面集合組織に関する結果が実測データをほぼ説明し得るものであったという事実⁽²⁾を同時に考慮すれば、基本的には、著者らが提示したモデルによって多結晶金属の表面集合組織形成を説明できる。すなわち、ロールと材料表面の間の摩擦が大きい条件下で発達する表面集合組織は、表面層において板厚ひずみ成分に対する付加的せん断ひずみ成分の割合が大きい変形拘束を各結晶粒が受けることによって生ずるもので、しかも中立点を境にして材料の入口側と出口側でそのせん断ひずみの方向が逆転することが重要な因子であると解される。ここでのシミュレーションでは、板厚ひずみの量がせん断ひずみ量に比較して無視できるほど小さい場合 ($|q|$ の値が極めて大きいとき) は異質の集合組織が得られている。このことは圧延板の表面集

Fig.14 Simulated (110) pole figure for center texture in near-(011)[100] single crystals rolled 60 pct under a condition of $|q|=0$.

合組織はせん断集合組織と異なる機構で形成されることを意味していて、実際の圧延変形においては単純せん断変形が実現されることはむしろなく、またかりにあったと考えてもそれは表面のごく薄い層のみに限定されることを考慮すれば理解できることである。すなわち、表面集合組織発達の難易は相対的に小さな板厚ひずみに加えてたがいに逆向きで大きな「せん断変形対」の発生の難易に支配されるものといえる。

古林と菊池⁽¹⁶⁾は(011)[100]方位を持つ3%珪素鉄単結晶を冷間圧延したときの表面集合組織の形成を調べ、60%の圧下率において内部では(111)[211]+(111)[211]集合組織が発達するが、表面層では初期方位が保持されることを報告している。そこで、本論文においても(011)[100]方位を持つ結晶の圧延中の方位変化を第Ⅱ節で示したモデルを用いて電子計算機で調べてみることにした。計算機に与えたのは(011)[100]に近い方位を持つ5個の結晶粒である。これらの結晶によって構成される初期集合組織の(110)極点図をFig.12に示す。ただし、これは各結晶のすべての(110)極を四分の一象限に集約してプロットしてある部分的極点図である。 $|q|=2.1$ と設定したときに圧下率60%で計算機によって予測された集合組織の部分的(110)極点図をFig.13に、また $|q|=0$ としたときの同一圧下率における(110)極点図をFig.14に示す。Fig.13とFig.14の2つの極点図から、(011)[100]近傍方位をもつ

結晶群は、表面層では付加的せん断ひずみの存在によって初期方位の(011)[100]方位の近傍に停留するが、中心層では{111}<211>方位へ向ってすべり回転することがわかる。このことは古林と菊池による実験結果と一致するものである。以上のことから、ここで考えられた圧延変形に関する簡単なモデルと、我々の提案している結晶回転解析法は、BCC金属圧延板の表面集合組織を予測するの一つの方法として有用であることがわかった。

最後に、本研究を遂行するにあたり、種々の御援助と御助言を賜った横浜国立大学工学部の中村林二郎教授と上城太一教授に感謝いたします。

文 献

- (1) 関根和喜, 上城太一: 日本金属学会誌, **39**(1975), 1045.
- (2) 関根和喜, 吉村 修: 日本金属学会誌, **41**(1977), 535.
- (3) 関根和喜: 日本金属学会誌, **41**(1977), 874.
- (4) A.C.Eringen: *Fracture*, Vol.II, Ed. by H. Liebowitz, Academic Press, New York, (1968), p.621.
- (5) A.C.Eringen and E.S.Suhubi: *Int.J.Engng Sci.*, **2**(1964), 189.
- (6) G.I.Taylor: *J.Inst. Metals*, **62**(1938), 307.
- (7) J.F.W.Bishop and R.Hill: *Phil. Mag.*, **42**(1951), 414, 1298.
J.F.W.Bishop: *Phil. Mag.*, **44**(1953), 51.
- (8) G.von Vargha und G.Wassermann: *Metallwirtschaft*, **12**(1933), 511.
- (9) I.L.Dillamore and W.T.Roberts: *J.Inst.Metals*, **92**(1963/1964), 193.
- (10) 上城太一, 関根和喜, 久芳征一郎, 竹内敏郎: 日本金属学会誌, **36**(1972), 33.
- (11) 上城太一, 関根和喜, 松川 靖, 野口延夫: 日本金属学会誌, **36**(1972), 669.
- (12) H.Hu, P.R.Sperry and P.A.Beck: *Trans.AIME*, **194**(1952), 76.
- (13) C.A.Stickels: *Trans. Met.Soc.AIME*, **239**(1967), 1857.
- (14) R.A.Vandermeer and J.C.Ogle: *Trans.Met. Soc. AIME*, **242**(1968), 1317.
- (15) R.A.Vandermeer and J.C.Ogle: *Trans.Met. Soc. AIME*, **245**(1969), 1511.
- (16) 古林英一, 菊池武正: 鉄と鋼, **63**(1977), 72.
- (17) 工藤英明: 日本金属学会会報, **3**(1964), 5.
- (18) C.N.Reid, A.Gilbert and G.T.Hahn: *Acta Met.*, **14**(1966), 975.
- (19) A.J.Opinsky, R.Smoluchowski: *J. Appl. Phys.*, **22**(1951), 1380, 1488.
- (20) J.Bennewitz: *Arch. Eisenhüttenw.*, **33**(1962), 393.