一方向性繊維強化複合材料における破断繊維の隣接繊維に およぼす静的応力集中効果

落合庄治郎* 安部研吾** 長村光造*

J. Japan Inst. Metals, Vol. 48, No. 10 (1984), pp. 1021-1027

Static Stress Concentration in the Fibres Adjacent to Broken Fibres in
Unidirectional Metal Matrix Composites

Shojiro Ochiai*, Kengo Abe** and Kozo Osamura**

The static stress concentration in the fibres adjacent to broken fibres, the stress distribution along the fibre axis in the broken and intact fibres and shear stresses between broken and intact fibres in elastic fibre-metal matrix composites were calculated using a two-dimensional model applying the shear lag analysis. The effects of plastic deformation of matrix and those of interfacial debonding on the stress concentration and stress distribution were quantitatively estimated. The following points were clarified in a quantitative manner. (1) When the interfacial bonding strength is lower than the yield stress of the matrix in shear, the interfacial debonding occurs, when applied stress becomes higher than the threshold stress for the interfacial debonding to arise. After the interfacial debonding occurs, the length of a region showing debonding increases rapidly with increasing stress level. The stress concentration in the fibres adjacent to broken fibres decreases rapidly due to the interfacial debonding. (2) When the interfacial bonding strength is much higher than the yield stress of the matrix in shear, the matrix yields in shear, when applied stress becomes higher than the threshold stress for shear yielding of the matrix to arise. After the shear yielding of the matrix, the stress concentration in intact fibres decreases with increasing stress level. When the yield stress, the shear modulus and the strain hardening coefficient of the matrix are low, the stress concentration factor in intact fibres decreases rapidly with increasing stress level. (3) The interfacial debonding and shear yielding of the matrix in shear act to reduce the stress concentration factors in the intact fibres, which, on the other hand, causes to increase the critical length of the fibre necessary for the reinforcement. Thus the efficiency of reinforcement is reduced, especially by the interfacial debonding.

(Received May 28, 1984)

Keywords: unidirectional composite, metal matrix, fibre, static stress concentration, critical length, efficiency of reinforcement, interfacial bonding strength, shear lag analysis, model analysis

I. 緒 言

一方向性繊維強化複合材料では、一般に繊維強度に分布があるので、弱い繊維は早期に破断する。その結果破断繊維に隣接する繊維には応力集中が生じ、複合体の強度は単

純な複合則⁽¹⁾⁽²⁾で予測されるより低い値を示すことが多い。弾性繊維-弾性マトリックス複合材料の場合の破断繊維の隣接繊維に及ぼす応力集中効果については、Hedgepeth⁽³⁾や Fichter⁽⁴⁾により提案された計算方法がある。しかし、彼らの結果はマトリックスが塑性変形する金

* 京都大学工学部 (Faculty of Engineering, Kyoto University, Kyoto)

** 京都大学大学院生、現在：(株)神戸製鋼所 (Graduate Student, Kyoto University, Kyoto.
Present address: Kobe Steel Co., Ltd., Kakogawa)

属マトリックス複合材料には適用できない。金属マトリックス複合材料中の破断繊維の未破断繊維に及ぼす応力集中効果を計算した例には Zweiben⁽⁵⁾の近似解法があるが、マトリックスを降伏後は全く加工硬化しない、いわゆる弾完全塑性体としてとりあつかっており、マトリックスが大きな加工硬化を示す場合には適用しがたい。

弾性繊維-金属マトリックス複合材料において破断繊維が隣接繊維に及ぼす応力集中効果は上述のマトリックスの塑性変形挙動と界面接着強さに大きな影響をうける。本研究では界面接着強さがマトリックスの降伏応力より低く、比較的低応力で界面が剥離する場合の応力集中効果および界面接着強さが強く、マトリックスが塑性変形する場合の応力集中効果を繊維が弾性変形する場合についてシアラグアナリシス (Shear lag analysis) 法を用いて計算したので報告する。シアラグアナリシス法は破断および隣接未破断繊維の繊維方向の応力分布をマトリックスの剪断変形のみを媒介として計算する手法で、古くより用いられている^{(2)~(4)}。有名な Kelly-Tyson⁽²⁾の金属基複合材料の臨界アスペクト比と繊維強度の関係を表わす式もこの一種といえる。ただし Kelly-Tyson の式では破断繊維が隣接未破断繊維におよぼす応力集中効果を求められない点、マトリックスにかかる剪断応力を正確に見積れないため降伏応力で代用しなければならない点、および繊維長さ全体にわたってマトリックスが剪断塑性変形していると仮定している点など問題を残している。本研究ではこれらの問題を解決するため、FRP 中での破断繊維による隣接未破断繊維への応力集中効果の計算に Hedgepeth⁽³⁾が採用した手法を、金属マトリックス複合材料に拡張して適用した。また複合材料の変形・破壊挙動には上述の応力集中と共に臨界長さも大きな影響を与えるので、臨界長さについても計算を行った。これらについても合わせて報告する。

II. 計 算 方 法

1. モ デ ル

マトリックスの剪断応力 τ_m -剪断歪 γ 曲線は以下の如く 2 直線で近似した。弾性剪断変形の範囲 ($\gamma < \gamma_y$, γ_y : 降伏剪断歪) では τ_m は式 (1) で与えられる。

$$\tau_m = G_m \gamma \quad (1)$$

ここで G_m はマトリックスの剛性率である。塑性変形の範囲 ($\gamma > \gamma_y$) では、 τ_m は

$$\tau_m = \beta G_m \gamma + (1 - \beta) \tau_y \quad (2)$$

と直線硬化するものと近似した。ここで τ_y は $G_m \gamma_y$ で表される剪断降伏応力であり、 β は歪硬化係数を G_m で除した値である。ここで " $\beta = 0$ " は剪断降伏後マトリックスは歪硬化しないことを、" $0 < \beta < 1$ " は塑性域では歪硬化係数 βG_m で変形することを意味する。

Fig.1 は本研究で用いた 2 次元のモデル複合体を示す。繊維とマトリックスは交互に並び、厚さ方向に垂直な断面は常に同じ配列をしていると考える。ここでは Zweiben⁽⁵⁾

Fig.1 Schematic representation of the model employed in the present analysis.

や Lockett⁽⁶⁾の近似解と同じく、破断繊維に隣接する繊維のみに応力集中が生じるとする。すなわち中央に示される n 本の破断繊維束が存在する場合、それを取りまく幅 d_m のマトリックスでのみ剪断応力集中が生じ、その結果隣接繊維のみに応力集中が生じるとする。隣接繊維より外側の繊維およびマトリックスは軸方向に一樣変形すると考える。なお破断繊維束は既に存在しているものとして計算を進めるので、本計算方法の実際の挙動への適用にあたっては以下の注意が必要である。実際の複合材料では繊維の破断は変形中に生じるので破断前に対しては本計算方法は物理的意味をもたない。繊維が破断する応力より高い応力レベルではじめて本計算法は有効に利用できる。適用に際しては繊維破断のおこる応力および物性定数を代入し本法で計算すれば繊維破断時の応力集中係数が得られる。それ以上の応力レベルでも同様に計算できる。繊維破断が生じる前の各繊維の応力集中係数は 1 である。

今繊維に平行な座標軸方向を x とし、破断繊維の破断部を $x=0$ とすると、剪断応力は $x=0$ で最大値を示す。 $x=0$ での剪断応力は後述の如く、応力レベルの上昇と共に大きくなる。今、繊維とマトリックス間の界面の接着強さを τ_i マトリックスの剪断降伏応力を τ_y とすると、 $\tau_i < \tau_y$ では $x=0$ でまず界面剥離し、 $\tau_i > \tau_y$ ではマトリックスが剪断降伏する。この剥離あるいはマトリックスの剪断降伏は応力レベルが上昇すると $x=0$ 以外でも生じるようになる。 Fig.1 のハッチ部は $0 \leq x \leq a$ の範囲まで破断および隣接繊維とマトリックスとの界面で界面剥離、あるいは $0 \leq x \leq b$ の範囲までマトリックスの剪断降伏が生じた場合を示す。本研究では界面接着強さが弱く、界面剥離がマトリックスの剪断降伏よりも低負荷応力で生じる $\tau_i < \tau_y$ の場合、および接着が強く界面剥離が生じない τ_i が τ_y より十分大きい場合について報告する。マトリックスの剪断降伏後に界面

剥離が生じる場合は計算方法は複雑になる。この場合の計算方法についてはいずれ報告する。

τ_i が τ_y より低い場合は界面剥離が生じる応力より高い応力レベルでは界面の剥離した領域 ($0 \leq x \leq a$) (以下 Region A と称す) と、界面にかかる剪断応力が τ_i 以下でマトリックスは弾性剪断変形する領域 ($a \leq x$) (Region C) が存在し、 τ_i が τ_y より十分大きい場合にはマトリックスが剪断降伏する応力より高い応力レベルではマトリックスが剪断降伏した領域 ($0 \leq x \leq b$) (Region B) と界面にかかる剪断応力がマトリックスの剪断降伏以下でマトリックスが弾性剪断変形する領域 ($b \leq x$) (この領域ではマトリックスは弾性剪断変形しているので応力の釣り合い方程式は Region C と同じである。従ってこの領域も Region C と呼ぶ。) が存在する。界面剥離もマトリックスの降伏も生じない低い負荷応力下では Region C のみが存在する。

今、 $\tau_i = \lambda \tau_y$ (λ は定数で界面接着強さがマトリックスの剪断降伏応力の何倍であることを示す) とすると $\lambda < 1$ ではマトリックスが剪断降伏する前に界面剥離が生じる。一方 $\lambda > 1$ では界面剥離が生じる前にマトリックスが降伏し、 λ が 1 より十分大きければ界面剥離は生じない。II.2. では $\lambda < 1$ および $\lambda \gg 1$ の場合について応力の釣り合い方程式を求める。

2. 釣り合い方程式

破断繊維に隣接する未破断繊維の変位を U_1 、破断繊維束の変位を U_2 とすると、両者間の剪断歪 γ は

$$\gamma = (U_2 - U_1) / d_m \quad (3)$$

与えられる。 $\lambda < 1$ の場合は、Region A における応力のつり合いは x 方向の各繊維の荷重変化と界面剪断応力を考慮して次のように表わせる。

$$A_f E_f (d^2 U_1^A / dx^2) + \alpha \lambda \tau_y h - G_m h (U_1^A - \sigma_f x / E_f) / d_m = 0 \quad (4)$$

$$n A_f E_f (d^2 U_2^A / dx^2) - 2 \alpha \lambda \tau_y h = 0 \quad (5)$$

ここで A_f は繊維の断面積、 E_f は繊維のヤング率、 h はモデル複合体の厚さ、 σ_f は $x = \infty$ における破断繊維の応力で破断および隣接繊維以外の繊維の任意の x での応力に等しい。 α は界面剥離後の界面での摩擦抵抗の程度を表わすパラメータで本計算では界面剥離後も $\alpha \tau_i$ の摩擦抵抗があったとした。“ $\alpha = 0$ ” は破断繊維束と隣接繊維の間に界面剥離後は摩擦抵抗がないことを意味し、“ $0 < \alpha < 1$ ” は摩擦抵抗が $0 \sim \tau_i$ の間にあることを意味する。なお式 (4) 第 3 項のカッコ内の $\sigma_f x / E_f$ は破断および隣接繊維以外の繊維の x 方向への $x = x$ における変位を示す。

$\lambda \gg 1$ の場合の Region B における応力のつり合いは

$$A_f E_f (d^2 U_1^B / dx^2) + \{ \beta G_m (U_2^B - U_1^B) / d_m + (1 - \beta) \tau_y \} h - G_m h (U_1^B - \sigma_f x / E_f) / d_m = 0 \quad (6)$$

$$n A_f E_f (d^2 U_2^B / dx^2) - 2 h \{ \beta G_m (U_2^B - U_1^B) / d_m + (1 - \beta) \tau_y \} = 0 \quad (7)$$

与えられる。Region C に対しては λ の値によらず

$$A_f E_f (d^2 U_1^C / dx^2) + G_m h (U_2^C - 2 U_1^C + \sigma_f x / E_f) / d_m = 0 \quad (8)$$

$$n A_f E_f (d^2 U_2^C / dx^2) + 2 G_m h (U_1^C - U_2^C) / d_m = 0 \quad (9)$$

与えられる。

式 (4) ~ (9) に A_f , E_f , G_m , d_m , α , β および λ 等の値を代入して解けば解が得られるが、より一般性をもたせるため Hedgepeth⁽³⁾ によって弾性繊維 - 弾性マトリックス複合体に対して提案された無次元化の手法を本研究にも適用する。 $U_{1(2)}$, τ_y , $x(a, b)$ は式 (10) ~ (12) により無次元量 $u_{1(2)}$, $\bar{\tau}_y$, $\xi(\bar{a}, \bar{b})$ に変換される。

$$U_{1(2)} = \sigma_f (A_f d_m / E_f G_m h)^{1/2} = \sigma_f d_f (V_m / E_f G_m V_f)^{1/2} u_{1(2)} \quad (10)$$

$$\tau_y = \sigma_f (G_m A_f / E_f d_m h)^{1/2} \bar{\tau}_y = \sigma_f (G_m V_f / E_f V_m)^{1/2} \bar{\tau}_y \quad (11)$$

$$x(a, b) = (E_f A_f d_m / G_m h)^{1/2} \xi(\bar{a}, \bar{b}) \\ = d_f (E_f V_m / G_m V_f)^{1/2} \xi(\bar{a}, \bar{b}) \quad (12)$$

ただし繊維径を d_f とすると A_f 、および繊維容積率 V_f 、マトリックス容積率 V_m は各々 $d_f h$, $d_f / (d_f + d_m)$, $d_m / (d_f + d_m)$ で与えられるので式 (10) ~ (12) の右項はこれらを代入してある。式 (10) ~ (12) を式 (4) ~ (9) に代入すると式 (4) ~ (9) は次のように単純化される。

Region A :

$$d^2 u_1^A / d\xi^2 + \alpha \lambda \bar{\tau}_y - u_1^A + \xi = 0 \quad (13)$$

$$n (d^2 u_2^A / d\xi^2) - 2 \alpha \lambda \bar{\tau}_y = 0 \quad (14)$$

Region B :

$$d^2 u_1^B / d\xi^2 + \beta (u_2^B - u_1^B) + (1 - \beta) \bar{\tau}_y - u_1^B + \xi = 0 \quad (15)$$

$$n (d^2 u_2^B / d\xi^2) - 2 \beta (u_2^B - u_1^B) - 2 (1 - \beta) \bar{\tau}_y = 0 \quad (16)$$

Region C :

$$d^2 u_1^C / d\xi^2 + u_2^C - 2 u_1^C + \xi = 0 \quad (17)$$

$$n (d^2 u_2^C / d\xi^2) + 2 (u_1^C - u_2^C) = 0 \quad (18)$$

3. 一般解および境界条件

式 (13) ~ (18) の一般解は次のように表わせる。

Region A :

$$u_1^A = \xi + \alpha \lambda \bar{\tau}_y + A_1 \exp(-\xi) + A_2 \exp(\xi) \quad (19)$$

$$u_2^A = \alpha \lambda \bar{\tau}_y \xi^2 / n + A_3 \xi + A_4 \quad (20)$$

Region B :

$\beta = 0$ の場合

$$u_1^B = \xi + \bar{\tau}_y + B_1 \exp(-\xi) + B_2 \exp(\xi) \quad (21)$$

$$u_2^B = \bar{\tau}_y \xi^2 / n + B_3 \xi + B_4 \quad (22)$$

$\beta \neq 0$ の場合

$$u_1^B = \xi + B_1' \exp(-t_1 \xi) + B_2' \exp(-t_2 \xi) \\ + B_3' \exp(t_1 \xi) + B_4' \exp(t_2 \xi) \quad (23)$$

$$u_2^B = \xi - (1 - \beta) \bar{\tau}_y / \beta + \{ (1 + \beta) \} \{ B_1' \exp(-t_1 \xi) \\ + B_3' \exp(t_1 \xi) \} + \{ (1 + \beta - t_2^2) \} \{ B_2' \exp(-t_2 \xi) \\ + B_4' \exp(t_2 \xi) \} \} \quad (24)$$

ただし

$$t_1 = (2n)^{-1/2} [n + n\beta + 2\beta + \{ (n + n\beta + 2\beta)^2 - 8n\beta \}^{1/2}]^{1/2}$$

$$t_2 = (2n)^{-1/2} [n + n\beta + 2\beta - \{ (n + n\beta + 2\beta)^2 - 8n\beta \}^{1/2}]^{1/2}$$

Region C :

$$u_1^C = \xi + C_1 \exp(-k_1 \xi) + C_2 \exp(-k_2 \xi) \\ + C_3 \exp(k_1 \xi) + C_4 \exp(k_2 \xi) \quad (25)$$

$$u_2^C = \xi + (2 - k_1^2) \{ C_1 \exp(-k_1 \xi) + C_3 \exp(k_1 \xi) \}$$

$$+ (2 - k_2^2) \{C_2 \exp(-k_2 \xi) + C_4 \exp(k_2 \xi)\} \quad (26)$$

ただし

$$k_1 = \{n+1 + (n^2+1)^{1/2}\} n^{-1/2}$$

$$k_2 = \{n+1 - (n^2+1)^{1/2}\} n^{-1/2}$$

ここで $A_1 \sim A_4$, $B_1 \sim B_4$, $B'_1 \sim B'_4$ および $C_1 \sim C_4$ は積分定数である。

任意の ξ での未破断繊維に対する応力集中係数 K_1 と破断繊維に対する応力集中係数 K_2 は Region A, B および C のいずれにおいても式 (27) によって与えられる。

$$K_1(\xi) = du_1(\xi)/d\xi, \quad K_2(\xi) = du_2(\xi)/d\xi \quad (27)$$

また破断繊維と隣接繊維間の無次元化された剪断応力 $\bar{\tau}$ は Region A, B および C で式 (28) ~ (30) で各々与えられる。

$$\bar{\tau}^A(\xi) = \alpha \lambda \bar{\tau}_y \quad (28)$$

$$\bar{\tau}^B(\xi) = \beta \{u_2^B(\xi) - u_1^B(\xi)\} + (1 - \beta) \bar{\tau}_y \quad (29)$$

$$\bar{\tau}^C(\xi) = u_2^C(\xi) - u_1^C(\xi) \quad (30)$$

未知数 ($A_1 \sim A_4$, $B_1 \sim B_4$, $B'_1 \sim B'_4$, $C_1 \sim C_4$, $\bar{a}$ および $\bar{b}$) を決定するための境界条件は次のとおりである。

(i) $\xi=0$ において、未破断繊維の変位はゼロでかつ破断繊維が負担する応力はゼロである。

$$\tau_1 < \tau_y \text{ では, } u_1^A(0) = 0, \quad du_2^A(0)/d\xi = 0.$$

$$\tau_1 > \tau_y \text{ では, } u_1^B(0) = 0, \quad du_2^B(0)/d\xi = 0.$$

(ii) $\xi=\bar{a}(\bar{b})$ において、各繊維の長さ方向での変位と応力は連続でなければならない。

$$\tau_1 < \tau_y \text{ では, } u_1^A(\bar{a}) = u_1^C(\bar{a}), \quad du_1^A(\bar{a})/d\xi = du_1^C(\bar{a})/d\xi, \\ u_2^A(\bar{a}) = u_2^C(\bar{a}), \quad du_2^A(\bar{a})/d\xi = du_2^C(\bar{a})/d\xi.$$

$$\tau_1 > \tau_y \text{ では, } u_1^B(\bar{b}) = u_1^C(\bar{b}), \quad du_1^B(\bar{b})/d\xi = du_1^C(\bar{b})/d\xi, \\ u_2^B(\bar{b}) = u_2^C(\bar{b}), \quad du_2^B(\bar{b})/d\xi = du_2^C(\bar{b})/d\xi.$$

(iii) $\xi=\bar{a}(\bar{b})$ において破断、隣接繊維間の剪断応力は接合強さ (マトリックスの降伏応力) に等しい

$$\tau_1 < \tau_y \text{ では, } \lambda \bar{\tau}_y = u_2^C(\bar{a}) - u_1^C(\bar{a})$$

$$\tau_1 > \tau_y \text{ では, } \bar{\tau}_y = u_2^C(\bar{b}) - u_1^C(\bar{b})$$

(iv) $\xi=\infty$ において破断、未破断繊維の応力集中は 1 である。

$$du_1^C(\infty)/d\xi = du_2^C(\infty)/d\xi = 1$$

$A_1 \sim A_4$, $B_1 \sim B_4$, $B'_1 \sim B'_4$, $C_1 \sim C_4$, $\bar{a}$ および $\bar{b}$ は ξ には依存しないが、応力レベル σ_f に依存する。式 (11) より $1/\bar{\tau}_y$ は $(\sigma_f/\tau_y) (G_m V_f/E_f V_m)^{1/2}$ によって与えられるが、この値は無次元化された応力レベルとしてとりあつかえる。実際の計算では $1/\bar{\tau}_y$ に種々の値を与え、上述の定数を計算機を用いて求めた。また得られたこれらの定数を式 (27) ~ (30) に代入してそれぞれの応力レベルに対する応力集中係数の値を計算した。

III. 結果および考察

1. Region A および B が生じる応力レベルおよび応力レベルの上昇にともなう Region A および B の成長

低応力レベルでは、Region C のみが存在し、 $\bar{a}$ および $\bar{b}$ はゼロである。応力レベルを上昇させると臨界の応力レベルで Region A あるいは Region B が生じ成長する。

Region A の生じる応力レベルは式 (30) に $\bar{\tau}=\lambda \bar{\tau}_y$ および $\xi=0$ を代入することにより、Region B の生じる応力レベルは式 (30) に $\bar{\tau}=\bar{\tau}_y$ および $\xi=0$ を代入することにより計算できる。Fig. 2 に計算結果を示す。①, ② および ③ は $\tau_1 < \tau_y$ ($\lambda < 1$) の場合の Region A の生じる無次元化された応力レベルを、④ は $\tau_1 > \tau_y$ ($\lambda > 1$) の場合の Region B の生じる応力レベルを示す。破断繊維束内の破断繊維数 n が大きくなるほど臨界応力レベルは低い。また無次元化された応力レベルは $(\sigma_f/\tau_y) (G_m V_f/E_f V_m)^{1/2}$ で与えられるから、臨界応力レベルは G_m , V_f が大きいほど、また τ_y (τ_1), E_f , V_m が小さい程低くなることがわかる。今ボロンや炭化珪素繊維をアルミニウムに埋め込んだ場合を想定し $V_f=0.4$, $E_f=400$ GPa, $G_m=26$ GPa, $\tau_y=50$ MPa, $n=1$ の場合を例にとって計算すると臨界応力は $\lambda \gg 1$ では $\sigma_f=0.31$ GPa, $\lambda=0.5$ では $\sigma_f=0.16$ GPa となる。ボロンや炭化珪素繊維の引張り強さは約 3 GPa 程度であるから、 $\lambda \gg 1$ では比較的低応力レベルでマトリックスの剪断降伏はおこること、また $\lambda < 1$ ではさらに低応力レベルで界面剝離が生じることもわかる。本計算例では埋めこまれた繊維のうち、最も弱い繊維の破断応力が 0.31 GPa より大きい場合は、繊維が破断するとマトリックスはただちに剪断降伏することを示している。臨界応力レベル以上では、Region A および B は応力レベルの上昇とともに成長する。Fig. 3 および 4 は Region A および B の無次元化された長さ $\bar{a}$ および $\bar{b}$ の変化を無次元化された応力レベルの関数として示したもので、界面剝離長さ $\bar{a}$ は点線で、マトリックスの剪断降伏している領域の長さ $\bar{b}$ は実線で示してある。 $\bar{a}$ は $\bar{b}$ に比して応力レベルの上昇と共に急速に長くなる特徴がある。前述の計算例で $d_f=100 \mu\text{m}$ とすると $\sigma_f=1, 2$ および 3 GPa では、界面剝離の生じる $\tau_1=25$ MPa, $\alpha=0.2$ の場合 a は 8, 18 および 28 mm となるが、剝離の生じない $\beta=0$ の場合を例にとると b の値は 0.6, 1.6 および 2.6 mm となり、 b は a より 1 桁以上小さい。

Fig. 2 Critical nondimensional stress $(\sigma_f/\tau_y) (G_m V_f/E_f V_m)^{1/2}$ for initiation of Region A (broken lines) and Region B (solid line) as a function of number of broken fibres (n).

Fig.3 Stress dependence of nondimensional sizes $\bar{a}$ (Region A) and $\bar{b}$ (Region B).

Fig.4 Effects of α and β on stress dependence of $\bar{a}$ and $\bar{b}$.

2. 界面にかかる剪断応力

界面にかかる剪断応力は接着が良い場合は常に $\xi=0$ で最大である。一方接着が悪く界面剥離が生じる場合は $0 \leq \xi \leq \bar{a}$ では $\alpha\lambda\tau_y$ で一定、 $\xi \geq \bar{a}$ では $\xi=\bar{a}$ で最大値 $\lambda\tau_y$ を示した後 ξ の増加と共に減少する。

Fig.5 にその 1 例を示す。ただし縦軸は実際にかかる剪断応力を τ_y で除して規格化してある。前述の如く接着の良い場合は $\xi=0$ で最大になり、その大きさはマトリックスの歪硬化率 β に依存する。Fig.6 は β を 0, 0.05 および 0.1 とした場合の $\xi=0$ における剪断応力の変化を応力レベルの関数として示したもので、比較のため接着の弱い場合についても示してある。接着の良い場合、Region B が発生する臨界応力レベル以下では $\xi=0$ での τ/τ_y は応力レベルの上昇とともに直線的に増大するが、臨界の応力レベル以上では $\beta > 0$ の場合には徐々に増大し、 $\beta=0$ の場合

Fig.5 Distribution of τ/τ_y as a function of nondimensional distance $\xi = (x/d_f)(G_m V_f/E_f V_m)^{1/2}$.

Fig.6 Variation of τ/τ_y at $\xi=0$ as a function of nondimensional stress level.

には一定値 1 となる。一方接着が悪い場合は剥離の生じる応力レベルまでは τ/τ_y は直線的に増加するがそれ以上の応力レベルでは一定値 $\alpha\lambda$ となる。

3. 破断繊維の隣接繊維におよぼす応力集中

破断繊維に隣接する未破断繊維は応力集中をうける。その結果隣接繊維中の応力集中係数 K_1 は特に $\xi=0$ で大き

Fig.7 Stress concentration factor in intact fibres, K_1 , as a function of nondimensional distance at the nondimensional stress levels of 2(a) and 5(b).

くなる。Fig. 7 は無次元化された応力レベルが 2 および 5 の場合の接着の良い場合の K_1 の ξ に対する変化の例を示す。 n が大きくなるにつれ $\xi=0$ 近傍の K_1 が大きいことは予想通りであるが、それ以外にも、(1) K_1 は ξ の増加と共にいったん急激に減少し 1 に近づくとその後は 1 以下に低下し、最小値を示したのち再び上昇し最終的には 1 に漸近する、(2) K_1 の減少は単調ではなく ξ が $\bar{\xi}$ に近づくと減少の割合が大きくなる、特に n が大きい場合はこの傾向が著しいなどの特徴がある。興味深いのは K_1 が 1 になる ξ の値が後述する臨界長さ l_c に比して小さいことである。 Fig. 7(b) の $n=1$ のグラフより $K_1=1$ となる ξ の値は 1.3 であるから前述の計算例に用いた数値を代入すると $x=0.62$ mm を得る。この場合の臨界長さは 5.1 mm である。この結果と、 K_1 は $\xi=0$ で最大値を示し ξ の増加と共に急激に減少することを考え合わせると応力集中は $x=0$ 近傍の限られた長さの範囲でのみ大きな値をもつといえよう。

Fig. 8 および 9 は $\xi=0$ における K_1 の変化を応力レベルの関数として示したもので、点線は剥離が生じる場合、実線はマトリックスの剪断降伏がおこる場合の変化を示す。 Fig. 7, 8 および 9 に示した例以外にも、 α , β および λ

Fig. 8 Variation of K_1 at $\xi=0$ as a function of non-dimensional stress level for $n=1$.

Fig. 9 Variation of K_1 at $\xi=0$ as a function of nondimensional stress level.

等のパラメータを変化させて計算を行なった。その結果、(1) 界面剥離、マトリックスの剪断降伏共に $\xi=0$ での K_1 を減少させる。(2) n が大きい程 $\xi=0$ での K_1 の応力レベルの上昇に伴う低下の割合は大きい。(3) α , λ , β の値が小さいほど $\xi=0$ での K_1 の応力レベルの上昇に伴う低下の割合は大きいことが確認された。前述の計算例に用いた数値を代入すると、界面剥離もマトリックスの剪断降伏もおこらない低応力レベルでは K_1 の値は $n=1$ の場合、1.29 であるが、マトリックスが剪断降伏あるいは界面剥離が生じると低下しはじめ、 $\sigma_f=1, 2$ および 3 GPa では前者の場合 1.20, 1.11 および 1.08 となり、後者では 1.02, 1.01 および 1.00 となる。連続な多繊維で強化した金属基複合材料中の破断繊維が隣接未破断繊維におよぼす静的応力集中効果の測定例が著者らの知るかぎりでは見あたらないため本結果の精度について言及することはできないが、(i) 本報告で用いた手法は、繊維・マトリックス共に弾性変形する FRP ではよく用いられ、実験結果の説明にほぼ成功をおさめている⁽⁵⁾⁽⁷⁾ 手法を、弾性変形する繊維と降伏しうる金属マトリックスよりなる FRM 用に拡張したもので、その本質は従来用いられているものと同じであること、および(ii) 本手法を用いて計算機シミュレーションを行なった結果は実験結果を良く説明する⁽⁸⁾⁽⁹⁾ ことより、本手法により得られる値は実際に近いものであろうと考えている。

4. 臨界長さについて

III. 3. で示したように界面剥離およびマトリックスの剪断降伏は破断繊維の隣接繊維への応力集中を低下させる。この点では高強度の複合体を得るには界面接着が弱い方がまたマトリックスの降伏応力は低い方が好ましいことになる。しかし実際の複合材料では界面接着が弱ければ、またマトリックスの降伏応力が低ければ繊維がその引張り強さを発揮するために必要な臨界長さ l_c ⁽²⁾ は長くなり、繊維強化の効率は低下してしまう。臨界長さ l_c は $n=1$ の場合の破断繊維の応力分布を用いて次のように求められる。 Fig. 10 は無次元化された応力レベルが 2.5 のときの破断繊維の応力集中係数 K_2 を ξ の関数として示したもので K_2 は ξ の増加と共に 1 に漸近する。 $K_2=0.99$ となる ξ の値を ξ_c とすると無次元化された臨界長さ $\bar{l}_c$ は $2\xi_c$ で与えられる。 Fig. 10 より明らかなように界面剥離が生じると臨界長さは長くなり、強化効率がきわめて悪くなることがわかる。 $\bar{l}_c$ は応力レベルの関数として記述される。 Fig. 11 は $\bar{l}_c$ と応力レベルとの関係を示す。続報⁽⁸⁾ で詳述するが、界面接着の悪い場合の複合材料の強度は低い、これは l_c がきわめて大きいことに由来する。連続繊維強化材で l_c が大きいと低強度しか得られないのは、一度破断した繊維が破断部より長範囲にわたって荷重負担しなくなるからである⁽⁹⁾。

接着の良い場合で $\beta=0$ および 0.1 の場合を例にとり、前述の値を用いて $\sigma_f=3$ GPa での l_c を計算すると 7.7 お

Fig.10 Stress concentration factor in a broken fibre, K_2 , as a function of nondimensional distance at the nondimensional stress level of 2.5.

Fig.11 Variation of nondimensional critical length l_c as a function of nondimensional stress level.

および 5.6 mm となる。2次元モデルでは、Kelly-Tyson⁽²⁾の応力伝達モデルに従うと l_c は

$$l_c = \sigma_f d_f / \tau_y \quad (31)$$

で与えられる。式(31)より l_c は 6 mm と計算される。従って臨界長さに関しては本手法と Kelly-Tyson モデルはほぼ同様の値を与えるといえる。

本研究ではシアラグアナリシス法により FRM 中の破断繊維の未破断繊維への応力集中効果、界面にかかる剪断応力、臨界長さを求めた。界面剥離やマトリックスの降伏現象がこれらの値におよぼす影響を比較的単純な計算で予測

できる点で本手法は有用と考えられる。また計算が簡便なので a, b, K_1, l_c のおよその値を知りたいとき便利であり、また計算機実験等に容易に用いることができる等の利点がある。しかし本研究の手法ではマトリックスに対しては剪断応力のみを考えている点、また a, b および n が大きい場合、隣接繊維より外側の繊維は長さ方向に均一変形しているとの仮定がくずれる場合が予想される点など精度の面では問題を残しているように思われる。これらについては今後さらに検討してゆく予定である。

IV. 結 論

弾性繊維-金属マトリックス複合材料における破断繊維の隣接繊維におよぼす静的応力集中効果、界面に働く剪断応力および臨界長さを、2次元モデルを用いてシア・ラグ・アナリシス法で計算した。以下の点を定量的に表現できた。

(1) 界面接着が弱い場合には接着強さが低いほど界面の剥離が生じやすく、剥離長さは剥離後の繊維-マトリックス間の摩擦抵抗が小さいと急激に増加する。剥離後は応力集中はきわめて小さくなる。

(2) 界面接着が強い場合はマトリックスが降伏すると応力集中は低下する。マトリックスの降伏応力、剛性率、加工硬化率が高いと応力集中の低下の度合は少ない。

(3) 界面剥離およびマトリックスの剪断降伏は応力集中を低下させるが、臨界長さは長くなり繊維強化の効率を低下させる。特に界面剥離はその傾向が著しい。

本研究の一部は軽金属奨学会のグループ研究助成金によって行なわれたことを記し感謝の意を表します。

文 献

- (1) D.L.McDanel, R.W.Jech and J.W.Weeton : Trans. Met. Soc. AIME, **233**(1965), 636.
- (2) A.Kelly and W.R.Tyson : J.Mech.Phys. Solids, **13**(1965), 329.
- (3) J.M.Hedgepeth : NASA TN D-882, (1961).
- (4) W.B.Fichter : NASA TN D-5553, (1969).
- (5) C.Zweben : Eng. Frac. Mech., **6**(1974), 1.
- (6) F.J.Lockett : NPL Rep. Maths 88, (1970).
- (7) B.W.Rosen and C.Zweben : NASA CR-2057, (1972).
- (8) 落合庄治郎, 安部研吾, 長村光造 : 日本金属学会誌, **48**(1984), 1028.
- (9) 安部研吾, 落合庄治郎, 長村光造 : 日本金属学会講演概要, (1984・4月), p.68.