小穴を有する軟鋼板の疲労き裂進展特性と微視的破壊機構 (面外曲げ疲労の場合)

武田 武信* 菊地 新一*
那須 康雄* 辛島 誠一*

J. Japan Inst. Metals, Vol. 48, No. 3 (1984), pp. 255-261

Fatigue Crack Propagation Characteristics and Microscopic Fracture Mechanisms in a Mild Steel Plate with a Small Circular Hole (in the Case of Ex-plane Bending Fatigue)

Takenobu Takeda*, Shinichi Kikuchi*, Yasuo Nasu*
and Seiichi Karashima*

The present investigation was undertaken to examine the relation between fatigue crack propagation characteristics and microscopic fracture mechanisms at low crack propagation rates in a mild steel. In particular fractographic aspects on the fracture surfaces were examined and discussed in connection with the knee of the crack propagation rate-stress intensity factor range curve ($\log(dI/dN) - \log(\Delta K)$ curve) and with the transition from Stage 2a to Stage 2b in crack propagation. Fatigue tests were performed under pulsating ex-plane bending using notched specimens with a small circular hole. The fracture surfaces of specimens were examined by transmission and scanning electron microscopies. The results are summarized as follows:

(1) The value of crack propagation rate, dI/dN , changes in a pulsating manner at an early stage of crack propagation in maximum stress-constant tests. In this range three types of microscopic features, that is, intergranular facets, a striation-like pattern and a shear mode pattern superimposed by the striation-like pattern are observed.

(2) In the range of dI/dN above the knee of the $\log(dI/dN) - \log(\Delta K)$ curve, Paris' power law is valid. In this range the plastic zone size developed at the crack tip increases with crack propagation, and the shear mode pattern disappears.

(3) At the transition point from Stage 2a to Stage 2b, the area fraction of intergranular facets takes a maximum value.

(4) The striation spacing is larger than the value of dI/dN and takes a constant value at Stage 2a, whereas it is proportional to dI/dN at Stage 2b.

(5) In the range of dI/dN below the knee, the area of the shear mode pattern becomes larger, as dI/dN becomes lower.

(Received July 12, 1983)

Keywords : mild steel, notched specimen, ex-plane bending, fatigue crack propagation, stress intensity factor, fractography, microscopic fracture mechanism

* 山形大学工学部精密工学科 (Department of Precision Engineering, Faculty of Engineering, Yamagata University, Yonezawa)

I. 緒 言

金属材料の疲労過程は、き裂の発生を含めてすべり帯に沿い初期き裂が進展する過程を第1段階、続いてき裂が巨視的な引張応力方向に垂直に進展する過程を第2段階として区別するようになってきた⁽¹⁾。第1段階に関して、低炭素鋼の場合き裂は{110}面がすべり帯で入り込むことによって生じ、連続して進展するという報告が多い⁽²⁾⁻⁽⁴⁾。第2段階のき裂進展過程は、フラクトグラフィの様相および破壊機構から第2a段階、第2b段階および第2c段階に分類される場合がある⁽⁵⁾。第2b段階における特徴的破面形態はストライエーションであるが、ストライエーション間隔と巨視的き裂進展速度との間には、対応性のある領域と対応性のない領域が存在する⁽⁶⁾。また第2a段階においてせん断型破面および粒界割れの面積率も、破面解析に際しての定量的因子となることが報告されている⁽⁷⁾⁽⁸⁾。低き裂進展速度域のき裂進展特性は材料の性質、試験片の幾何学的形状および試験条件の影響を受け、ストライエーションは不明瞭となることがあるので⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾、ストライエーション以外の破面形態について調べることが重要と思われる。

本研究では、小穴を有する軟鋼板を用いて面外曲げ方式により最大応力一定(応力拡大係数 K 値の漸増)試験と K 値漸減試験を行い、両者の結果を比較して巨視的き裂進展特性と微視的破壊機構の関係を調べた。とくに第2a段階に対応するき裂進展速度域に現れる $\log(dI/dN) - \log(4K)$ 曲線(dI/dN : き裂進展速度, $4K$: 応力拡大係数の範囲)の折れ曲がり、および第2a段階から第2b段階への遷移に着目して研究を行った。

II. 実験方法

供試材料は厚さ 6 mm の自動車用熱間圧延鋼板 SAPH45 である。その化学成分を Table 1 に示す。素材から試験片軸と圧延方向が一致するように長方形板を切り出し、1183 K で 3.6 ks (1 h) の完全焼なましを行った。その後 Fig. 1 に示すような中央部にドリル穴(ドリル直径 0.6 mm, 穴の深さ 3 mm)を有する切欠き試験片を製作した。さらに加工影響層を除去するため、およびき裂の観察を容易にするために 873 K で 3.6 ks のひずみ取り焼なましを行い、試験片表面を耐水ペーパーによる研磨および化学研磨により仕上げて実験に供した。加工、研磨後の穴の直径は 0.66 mm で、形状係数は 2.77 となる⁽¹¹⁾。なお焼なまし材の機械的性質および結晶粒径を Table 2 に示す。

疲労試験は容量 39 N·m のシェンク式疲労試験機を用い、片振り繰返し応力(応力比 $R=0$)、繰返し速度 60 Hz で面外曲げ方式で行った。試験機は定変位型構造であるので、疲労過程において材料の硬化・軟化およびき裂進展に伴う断面積変化に基づいて作用曲げモーメントが変化する。従って所定の曲げモーメント M に対して約 5% の変化が生じたとき試験機を停止して修正し、公称応力 $\sigma =$

Table 1 Chemical composition (mass%).

C	Si	Mn	P	S
0.16	0.21	0.70	0.013	0.010

Fig. 1 Dimension (mm) of fatigue specimen.

Table 2 Mechanical properties and grain size of annealed material.

Yield stress (MPa)	Tensile strength (MPa)	Elongation (%)	Hardness (Hv)	Mean grain size (μm)
243	423	55.2	130	25

$6M/(B-d)t^2$ (B : 試験片平行部の幅, d : 穴の直径, t : 板厚)をほぼ一定に保った。疲労試験はすべて室温で行った。

巨視的き裂長さおよび塑性域寸法の測定は、レプリカ法で行った。すなわち所定の繰返し数ごとに試験機を停止して、アセチルセルロースフィルムにより小穴近傍のレプリカを採取し、光学顕微鏡で観察した。き裂長さは小穴縁からき裂先端までの直線距離として表した。またフェライトにすべり帯が生じた範囲を塑性域とみなし、塑性域寸法は巨視的き裂進展方向に対してき裂先端からすべり帯の端までの距離として表した。

走査電子顕微鏡(SEM)および透過電子顕微鏡(TEM)を用いて、破面解析を行った。SEMによる観察では試料の観察位置の把握が容易であるという利点を生かして、特徴的破面形態の面積率を線分法により測定し、巨視的き裂進展速度との関係を調べた。またプラスチックとカーボンの2段レプリカ・フィルムをTEMによって観察し、ストライエーション間隔を測定した。

III. 実験結果および考察

1. 巨視的き裂進展特性と塑性域寸法

Fig. 2 に小穴を有する切欠き試験片の $S-N$ 曲線を示す。疲労限度は約 225 MPa である。疲労限度直下の応力で $N=10^7$ 回の繰返しに耐えた試験片について表面観察したところ、停留き裂は認められなかった。従って本実験の条件下では、直径 0.66 mm の小穴は分岐点⁽¹²⁾における直径よりわずかに大きく、疲労限度はき裂が発生するかどうかで決定されるものと考えられる。Fig. 3 は供試材の組織とき裂進展状況を示したものである。組織はフェライトとパーライトから成っており、両者が圧延軸(試験片軸)に平行に

Fig.2 S-N curve.

Fig.3 Crack observed on a specimen surface ($\sigma_{\max} = 314 \text{ MPa}$, $N = 8.0 \times 10^5$ cycles).
F: Ferrite, P: Pearlite.

並んだバンド状組織を呈している。き裂は小穴縁から発生し、試験片軸にはほぼ直角方向にフェライト層とパーライト層を順次切断しながら進展する。Fig.4は、最大応力 $\sigma_{\max}$ がそれぞれ255 MPa および 314 MPa の場合のき裂長さ l と繰返し数 N の関係である。光学的に検知できる $l=0.1 \text{ mm}$ のき裂が生じた時期をき裂進展の開始とみなすと、疲労寿命に対するき裂進展期間の割合は $\sigma_{\max}=255 \text{ MPa}$ の場合75.5%, $\sigma_{\max}=314 \text{ MPa}$ の場合80.3%と応力レベルの高い方が少し増加した。Fig.5はFig.4をき裂進展速度 dl/dN とき裂長さ l の関係に描き直したものである。ここで dl/dN はセカント法によって求めている。破線は平均のき裂進展速度を示す。 $\sigma_{\max}=255 \text{ MPa}$ の場合および $\sigma_{\max}=314 \text{ MPa}$ の場合ともに同じような傾向を示し、 dl/dN の値は一度減少し、その後 $l \approx 2 \text{ mm}$ までパルス状に変動する。 dl/dN の値がパルス状に変動する区間において、 dl/dN の上限に着目すると両者間で上限値は異なるが、それぞれの上限値は l に依らずほぼ一定になっている。 $l \approx 2 \text{ mm}$ 以上では dl/dN の値にパルス状の変動がなく、き裂進展の安定した加速特性を示す。

塑性域寸法 λ と l の関係をFig.6に示す。 $\sigma_{\max}=255 \text{ MPa}$ の場合には $l=2.5 \text{ mm}$ まで $\lambda \approx 60 \mu\text{m}$, $\sigma_{\max}=314 \text{ MPa}$ の場合には $l=1.8 \text{ mm}$ まで $\lambda \approx 80 \mu\text{m}$ となっており、

Fig.4 Relation between crack length and number of cycles.

Fig.5 Relation between crack propagation rate and crack length.

Fig.6 Relation between plastic zone size and crack length.

その後 l の値が大きくなると λ の値が急増する。Fig.6の変化は、Fig.5において dl/dN がパルス状に変動する上

限の値、およびその後き裂進展の安定な加速特性を示す dl/dN の変化と傾向が似ている。

これらの結果は、小穴およびき裂によって試験片軸方向に作用する集中応力の重畳効果から次のように考えられる[†]。き裂が短い場合には小穴による集中応力(材料の降伏応力以上の)の方がき裂による集中応力よりも大きな範囲までおよびするために、き裂が多少進展してもき裂先端に生じる塑性域は必ずしも大きくならない。き裂がある程度長くなると小穴による影響はほとんど消失し、き裂のみによる応力集中の効果によって塑性域寸法およびき裂進展速度が増加するものと考えられる。しかしながら、Fig.5 において dl/dN の値がパルス状に変動することは、すべり帯の観察から説明できない。これに関しては III・3 節で考察する。

2. $\sigma_{\max}$ 一定の試験 (K 値漸増試験) と K 値漸減試験

Fig.6 に示したように、 $\sigma_{\max}$ 一定の試験の初期き裂進展過程では、き裂先端に結晶粒径の 2~3 倍の塑性域を生じている。従ってき裂が短い場合にも小規模降伏条件を満足しているとはいえないが、応力拡大係数を導入して Fig.4 の結果を整理すると Fig.7 の○、△印で示す曲線となる。ただし、 dl/dN の値には Fig.4 において破線で示した平均のき裂進展速度を用いている。また応力拡大係数の範囲 ΔK の計算には、等角写像展開法で解かれた Roberts と Rich⁽¹³⁾ の式を用いた。 dl/dN の値は ΔK の増加に伴って

一度減少するが、その後急増する。 $dl/dN \approx 5.0 \times 10^{-9}$ m/cycle 以上の速度域では両対数目盛で直線関係が得られ、べき乗則 $dl/dN = C(\Delta K)^m$ を適用すると $C = 7.27 \times 10^{-15}$ (m/cycle), $m = 5.0$ (ΔK は MPa 単位表示) となった。 m 値は Paris と Erdogan⁽¹⁴⁾ が示した $m = 4$ よりも少し大きい。笠井ら⁽¹⁵⁾ が本実験と同一の材料で部分片振引張繰返し (応力比 $R = 0.06$) を行って得た結果、 $m = 3.52 \sim 5.56$ の範囲内において上限の値に近い。

次に下限界応力拡大係数を求めるため、および $dl/dN = 10^{-9}$ m/cycle 以下の低き裂進展速度域に現れる破面の解析を行うために K 値漸減試験を行った。すなわち、最初 $\sigma_{\max} = 314$ MPa の下で $l = 2$ mm 程度までき裂を進展させた後、き裂の進展に対して段階的に応力を下げる試験を行った。その結果を□印で示す。 $\sigma_{\max}$ 一定の試験結果と K 値漸減試験結果をつなぎ合わせると、 $dl/dN \approx 5.0 \times 10^{-9}$ m/cycle 近傍で折れ曲がりを生じる。 $\sigma_{\max}$ 一定の試験では、この折れ曲がりを境にして dl/dN の値がパルス状に変動する現象が消失することは注目される。 $dl/dN = 10^{-10}$ m/cycle に対する ΔK を下限界値 ΔK_{th} とみなすと、 $\Delta K_{th} = 10.5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ となった。北川ら⁽¹⁶⁾ はやはり本実験と同一の材料で $R = -1$ の場合について面外曲げ疲労試験を行って、 $\Delta K_{th} = 11.5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ を得ている。本実験の結果は、この値より少し小さい。

3. 巨視的き裂進展速度と破面率およびストライエーション間隔

Fig.8 に $\sigma_{\max} = 314$ MPa の応力繰返しの場合の破断面を示す。Fig.9 は Fig.8 の小穴右側の破断面を SEM[†] で観察した結果である。矢印の向きは観察位置における微視的

Fig.7 Relation between crack propagation rate and stress intensity factor range.

[†] 繰返し応力による小穴周辺の塑性変形域中の残留応力も影響しているかもしれない⁽¹⁰⁾。ここでは主に小穴とき裂による集中応力から考察を行った。

Circular hole

Fig.8 Appearance of the fracture surface ($\sigma_{\max} = 314$ MPa).

Fig.9 Direction of microcrack propagation ($\sigma_{\max} = 314$ MPa). Arrow indicates the direction of microcrack propagation.

き裂進展方向を示す。前述したように、 $\sigma_{\max}$ 一定の試験ではき裂が短い場合でも巨視的き裂進展速度が比較的大きいために、破面上にストライエーション状模様が認められる(例えば Fig.10 (b) (c))。ストライエーション状模様およびストライエーションから微視的き裂進展方向を決定し、これらの破面形態の占める面積率を 20% 以下、20~50% および 50% 以上の 3 段階に分類し、これを矢印の長さに対応させて表している。試験片の表面から深さ $d=0.1$ mm の場合、矢印の向きは表面の巨視的き裂進展方向と一致している。 $d=1.0$ mm の場合には、き裂が長くなるにつれて試験片板厚方向に向っていた矢印の向きが表面の巨視的き裂進展方向に向きを変える。試験片板厚方向に対するき裂進展速度を測定しなかったが、き裂は初め試験片表

Fig.10 Change in fractographs with crack propagation in $\sigma_{\max}$ -constant test.
IF : Intergranular facet, SM : Shear mode pattern, SL : Striation-like pattern, S : Striation pattern.
Arrow indicates the direction of crack propagation
(a) $dl/dN=3.0 \times 10^{-9}$ m/cycle
(b) $dl/dN=3.8 \times 10^{-9}$ m/cycle
(c) $dl/dN=2.5 \times 10^{-8}$ m/cycle
(d) $dl/dN=2.1 \times 10^{-7}$ m/cycle

面の小穴縁で発生し、円形状に広がった後長円状に進展することがわかる。これは破断面が長円状を呈していることと一致する。同様の観察を $\sigma_{\max}=255$ MPa の応力繰返しの場合の試験片についても行い、2つの試験片を用いて特徴的破面形態の面積率と巨視的き裂進展速度の関係を調べた。このときには巨視的き裂進展速度は試験片表面で測定しているため、これと対応させるために表面近傍の $d=0.1$ mm で観察される破面についてのみ破面解析を行った。Fig.10 (a)~(d)に特徴的破面形態を示す。(a)および(b)は dl/dN の値がパルス状に変動するき裂進展速度域における破面形態で、せん断型破面(SM)粒界割れ(IF)およびストライエーション状模様(SL)が見られる。き裂進展の安定な加速特性を示す $dl/dN=5.0 \times 10^{-9}$ m/cycle 以上では、(c)および(d)に示すような粒界割れ(IF)、ストライエーション状模様(SL)およびストライエーション(S)が見られる。Fig.11に粒界割れおよびストライエーション(ストライエーション状模様を含む)の面積率と巨視的き裂進展速度の関係を示す。ストライエーションの面積率は dl/dN が大きくなると増加し、 $dl/dN=(7.0 \sim 9.0) \times 10^{-8}$ m/cycle で 50% となる。一方、粒界割れの面積率は初め dl/dN が大きくなると増加するが、 $dl/dN=(7.0 \sim 9.0) \times 10^{-8}$ m/cycle 近傍で最大となり、その後減少する。従って、 $dl/dN=(7.0 \sim 9.0) \times 10^{-8}$ m/cycle のき裂進展速度を第 2a 段階から第 2b 段階の遷移領域とみなすことができる⁽⁵⁾。この遷移領域に対応する K 値は、Fig.7 から $\Delta K=24.9 \sim 26.2$ MPa $\sqrt{m}$ となる。なおせん断型破面に関しては面積率を測定したが、傾向ある結果が得られなかった。大塚ら⁽⁸⁾は、 $\log(dl/dN) - \log(\Delta K)$ 曲線の折れ曲がり点を境にしてそれより低いき裂進展速度域ではせん断型破面が支配的であり、それより高いき裂進展速度域では引張型破面(ストライエーション)が支配的であるとしている。しかし、本実験で観察されたせん断型破面には 1000 倍以下の倍率では一見せん断型に見えても、Fig.12に示すように 3000 倍程度

Fig.11 Relation between area fraction of characteristic fracture mode and crack propagation rate.

$dl/dN = 3.5 \times 10^{-9}$ m/cycle

Fig.12 Striation-like pattern (SL) superimposed on shear mode pattern (SM).

Arrow indicates the direction of crack propagation.

Fig.13 Relation between striation spacing and crack propagation rate.

の高倍率で見るとストライエーション状模様を重畳している場合が多かった。従って、本実験で観察されたせん断型破面はすべり面分離のみに基づく平行りょう線とは異なっている。このことがせん断型破面の面積率を定量的破面解析の因子としてとらえにくくしている理由と思われる[†]。

次に TEM 10000 倍の写真を用いてストライエーションおよびストライエーション状模様の縞間隔 S を測定し、巨視的き裂進展速度との関係を調べた。その結果を Fig.13 に示す。 $dl/dN = 7.0 \times 10^{-8}$ m/cycle 以下すなわち第 2a 段階では、 S の値は dl/dN に依存せずほぼ一定でかつ $S > dl/dN$ となる (ただし、 $S \approx$ 一定となるのはストライエーション状模様が単独に存在する場合である。後述するように、せん断型破面に重畳したストライエーション状模様では $S \approx$ 一定とならない)。また、 $dl/dN = 9.0 \times 10^{-8}$ m/cycle 以上すなわち第 2b 段階では $S \approx dl/dN$ となる。

K 値漸減試験における $dl/dN = (1 \sim 5) \times 10^{-9}$ m/cycle のき裂進展速度域の破面形態は、基本的には Fig.10(a) および (b) と同様であった。一方、 $dl/dN = 10^{-10} \sim 10^{-9}$ m/cycle の低き裂進展速度域ではストライエーション状模様は単独に存在することなく、ストライエーション状模様を重畳したせん断型破面と粒界割れが観察される (Fig.14

Fig.14 Fractographs at low crack propagation rate in K -decreasing test.

IF : Intergranular facet, SM : Shear mode pattern, SL : Striation-like pattern.

Arrow indicates the direction of crack propagation.

(a) $dl/dN = 4.5 \times 10^{-10}$ m/cycle

(b) $dl/dN = 4.5 \times 10^{-10}$ m/cycle

(a)). そして、この低き裂進展速度域に見られる破面には次のような特徴がある。

(i) dl/dN の値が小さくなるにつれて、粒界割れの破面が急減する。

(ii) 1つのせん断型破面は比較的大きく、3~4結晶粒単位となっている。これに対して、 $dl/dN = (1 \sim 5) \times 10^{-9}$ m/cycle のき裂進展速度域で現れるせん断型破面は1~2結晶粒程である。

(iii) Fig.14(b) に示すように、せん断型破面に重畳したストライエーション状模様は Fig.12 と比較すると縞間隔が極めて狭い (写真の倍率の違いから判断される)。

以上のことから、 σ_{max} 一定の試験において、き裂が短い場合に dl/dN の値がパルス状に変動し、その後安定な加速特性を示すことについて次のように考えられる。 $dl/dN \approx 10^{-9}$ m/cycle から $dl/dN \approx 5 \times 10^{-9}$ m/cycle ($\log(dl/dN) - \log(\Delta K)$ 曲線の折れ曲がり点) のき裂進展速度域では、粒界割れ、ストライエーション状模様およびストライエーション状模様を重畳したせん断型破面が現れる。基本的にはせん断型と引張型のき裂進展が繰返され、両者の微視的き裂進展速度の違いが巨視的き裂進展速度に反映され、 dl/dN の値がパルス状に変動するものと思われる。き裂進展の安定した加速特性を示す折れ曲がり点以上のき裂進展速度域ではストライエーション状模様を重畳したせん断型破面が消失する。この折れ曲がりに対しては、第1段階のき裂進展の名残りのせん断型破面が消失する点と解釈すべきものと考えられる。折れ曲がり点から第2a段階

[†] 面積率の測定には粒界割れの場合 SME 300 倍の写真を、ストライエーション (ストライエーション状模様を含む) の場合 1000 倍の写真を用いた。従って、Fig.11 の○印にはせん断型破面に重畳したストライエーション状模様の面積は含まれていない。

上限 ($dl/dN=7 \times 10^{-8}$ m/cycle) のき裂進展速度域では, $S \leq \text{一定}$ かつ $S > dl/dN$ の関係を有するストライエーション状模様と粒界割れがき裂進展速度の増加とともに増加する. これは従来いわれているように⁽⁶⁾⁽⁷⁾, ストライエーション支配領域 (この領域では, パーライトおよび結晶粒界の影響を受けて微視的き裂が局所的に停止あるいは一定速度の進展を繰返す.) と粒界依存型破壊の支配領域 (結晶粒界が弱いところでは粒界すべりが生じ, その結果微視的き裂は粒界を進展する.) が混在することを示すものである.

IV. 結 論

比較的低き裂進展速度域における巨視的き裂進展特性と微視的破壊機構の関係を明らかにするため, 小穴を有する軟鋼板の面外曲げ疲労試験を行った. この結果次のことがわかった.

(1) 最大応力一定の繰返し試験では, き裂が比較的短い場合にき裂進展速度の値がパルス状に変動する. このき裂進展速度域に現れる特徴的破面形態は粒界割れ, ストライエーション状模様およびストライエーション状模様を重畳したせん断型破面である.

(2) $\log(dl/dN) - \log(\Delta K)$ 曲線の折れ曲がり点を境にして, それ以上のき裂進展速度域では直線関係が成立する. 微視的にはき裂先端の塑性域が急増し始め, せん断型破壊が起らなくなる.

(3) 定量的破面解析から第 2a 段階から第 2b 段階への遷移は, 折れ曲がり点よりさらに高いき裂進展速度で起る. 遷移点では粒界割れの面積率が最大となる.

(4) 第 2a 段階で単独に存在するストライエーション状模様の間隔は, 巨視的き裂進展速度より大きくかつ一定で

ある. 一方, 第 2b 段階ではストライエーション間隔と巨視的き裂進展速度は対応性がある.

(5) $\log(dl/dN) - \log(\Delta K)$ 曲線の折れ曲がり点以下のき裂進展速度域に現れるせん断型破面はストライエーション状模様を重畳しており, き裂進展速度が低下するにつれて個々のせん断型破面の面積は大きくなる.

文 献

- (1) P.J.E.Forsyth (中沢 一, 小林英男共訳): 金属疲労の基礎, 養賢堂, (1975), 61.
- (2) 小林英男, 川田幸男, 中沢 一: 材料, **25** (1976), 881.
- (3) 大塚昭夫, 森 要, 宮田隆司, 山本 暁: 日本機械学会論文集, **42** (1976), 1313.
- (4) 浅見克敏, 寺沢正男: 材料, **30** (1981), 803.
- (5) 小林英男: 材料, **29** (1980), 198.
- (6) 日本機械学会フラクトグラフィ分科会: 日本機械学会誌, **76** (1973), 120.
- (7) 増田千利, 西島 敏: 材料, **27** (1978), 59.
- (8) 大塚昭夫, 森 要, 川村貴保: 日本機械学会論文集, **45A** (1979), 1312.
- (9) 小林英男, 中沢 一: 日本機械学会論文集, **35** (1969), 1856.
- (10) 角田方衛, 内山 郁: 材料, **26** (1977), 518.
- (11) R.E.Peterson: *Stress Concentration Factor*, John Wiley and Sons, (1974), 82.
- (12) 例えば, 日本材料学会: 金属材料疲労設計便覧, 養賢堂, (1978), 64.
- (13) R.Roberts and T.Rich: Trans.ASME, Ser.E, **34** (1967), 777.
- (14) P.C.Paris and F.Erdogan: Trans. ASME, Ser. D, **85** (1963), 528.
- (15) 笠井憲一, 小林英男, 中沢 一, 川本 弘, 片桐利明, 杉浦正規: 材料, **23** (1974), 737.
- (16) 北川英夫, 松本年男: 日本機械学会論文集, **43** (1977), 2421.