日本金属学会誌 第 50 巻 第 12 号 (1986) 1049-1055

多結晶モデルによる形状記憶合金の機械的性質の解析

小野 陽* 佐藤 敦** 太田 裕之***

J. Japan Inst. Metals, Vol. 50, No. 12 (1986), pp. 1049-1055

An Analysis of the Mechanical Properties of Shape Memory Alloys Based on a Polycrystal Model

Noboru Ono*, Atsushi Satoh** and Hiroyuki Ohta***

The scheme recently proposed by the authours on the basis of the Taylor model to deal with the deformation of polycrystals caused by the stress induced martensitic transformation (SIM) has been further extended to describe the recovery stress associated with the reverse transformation upon unloading. According to this scheme, the "modified" Taylor factor, M' has been calculated as a function of grain orientation for the cases of tension and compression deformation in the shape memory alloys such as CuZnAl, CuAlNi and TiNi. The results demonstrated the difference in the plastic anisotropy for SIM of grains under the polycrystalline constraint from that of isolated crystalites. The strain hardening due to the internal stresses caused by the grain orientation dependence of volume change has been shown to be insignificant in these alloys. General discussion has been given to the yield stress, recovery stress, pseudoelastic hysteresis, recovery strain, ductility, and strain hardening of the shape memory alloys, in relation to the magnitude and orientation dependence of M' .

(Received August 23, 1986)

Keywords : stress induced martensitic transformation, pseudoelasticity, polycrystal plasticity, the Taylor model, shape memory alloys, plastic anisotropy

I. は じ め に

形状記憶合金の工学的応用の広がりが期待されているが、それらが工業材料として利用されるときにはほとんどの場合、多結晶状態で用いられる。多結晶形状記憶合金の性質を理解するにはマルテンサイト変態の結晶学や変態、変形に対する結晶粒界の役割などについての微視的な研究に加えて結晶粒間の相互拘束の効果を評価することが必要と考えられる。そこで著者らは前報⁽¹⁾ (以下Ⅰと引用する)において、多結晶合金の応力誘起マルテンサイト変態 (SIM) による一軸変形を Taylor モデルによって解析する方法を考察した。それによれば、マルテンサイト変態に伴う体積変化のために多結晶の SIM においては Taylor モデルにおける均一ひずみの仮定が満たされない。そこで偏差応力、偏差ひずみだけを Taylor モデルで取扱い、その後に必要な静水圧応力と体積変化の影響を評価、補正する方法を提案した。これによって応力とひずみの偏差成分に対して定義された、言わば「修正された」Taylor 因子 M' が求められ、それに静水圧応力と体積変化の寄与を考慮して平均した値 $\bar{M}$ によって多結晶の降伏応力が予測できる。

また、 M' の結晶粒方位依存性、すなわち SIM による変形の塑性異方性から多結晶形状記憶合金の変形挙動に対するさまざまな知見が得られると期待される。

本研究ではまずⅠの考察を拡張して SIM の時と同じ $\bar{M}$ をマルテンサイトから母相への回復応力に対しても用いることができることを示す。次に、いくつかの合金の一軸変形に対してこの方法を適用して上記の修正 Taylor 因子 M' を計算した結果を報告する。取り上げたのは CuZnAl 合金の β_1 , CuAlNi 合金の γ_1 と β_1 , それに TiNi 合金の β_1 の各マルテンサイトへの変態である。それに基づいて多結晶の降伏応力、回復応力、擬弾性ヒステリシス、体積変化とその不均一の影響、塑性異方性の Schmid 因子による評価との違い、その異方性と合金の延性との関連、応力-ひずみ曲線の形状などについて検討する。

II. 回 復 応 力

以下においてⅠの各式を例えば式 (Ⅰ-1) と引用する。また記号の定義もⅠにしたがうものとする。ある応力 σ_1^R のもとですでに存在するマルテンサイトバリ

* 東北大学工学部 (Faculty of Engineering, Tohoku University, Sendai)

** 東北大学大学院生, 現在: ソニーマグネトロダクツ (株) (Graduate Student, Tohoku University, Sendai. Present address: Sony Magnetic-products Inc., Tagajoh)

*** 東北大学大学院生 (Graduate Student, Tohoku University, Sendai)

アント s が不安定となって収縮する条件は式 (I-15) において W と ΔF_{chem} の符号を反転したものとなって、

$$W = \sigma_i^R \epsilon_i^s = W^{*R} \quad (1)$$

$$W^{*R} = -\Delta G_f - \Delta F_{\text{chem}} = W^* - 2\Delta G_f \quad (2)$$

と書ける。マルテンサイトの成長の時と異なっている点は存在するバリエントが定まっていることである。すなわちそれらが SIM によって作られたものであれば、I の考察が示すようにそれらは式 (I-15)、改めて書けば

$$\sigma_i^s \epsilon_i^s = W^* \quad (3)$$

を満足している。そのようなバリエントが Taylor 拘束を満たしながら同時に収縮しなければならないので、除荷によって回復ひずみの生じる条件は、式 (3) を満足するすべてのバリエントについて式 (1) が満足されることである。式 (1) と式 (3) は右辺の大きさが違うだけであり、 W^{*R} 、 W^* はバリエントによらない値と考えているので、ひずみの回復が起こる応力 σ_i^R は明らかに次式を満足する。

$$\sigma_i^R = \sigma_i^s W^{*R} / W^* \quad (4)$$

したがって、軸応力の平均値 $\bar{\sigma}_1^R$ についても式 (I-36) を参照して

$$\bar{\sigma}_1^R = \bar{\sigma}_1 W^{*R} / W^* = \bar{M} \cdot W^{*R} / \eta \quad (5)$$

が成立する。 W^{*R} はバリエントの収縮に対する抵抗を示す特性値であって式 (2) のようにバリエントの成長に対する値 W^* より $2\Delta G_f$ だけ小さい。このような W^{*R} が与えられれば、SIM により変形した多結晶の逆変態応力は、前方への変形と同じ幾何学的因子 $\bar{M}$ を用いて式 (5) のように与えられる。また、擬弾性ループの応力ヒステリシス $\Delta\bar{\sigma}$ は

$$\begin{aligned} \Delta\bar{\sigma} &= \bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_1^R \\ &= 2\bar{M}\Delta G_f / \eta \end{aligned} \quad (6)$$

と与えられる。

III. 修正 Taylor 因子 M' の計算方法

I で求めた偏差応力 σ_i' 、偏差ひずみ ϵ_i' に関する単結晶の降伏条件式 (I-22) を改めて書けば次のようである。

$$\left. \begin{aligned} \text{i) } \sigma_i^s m_i^s &= W'(T, \sigma_m) / \eta \\ &\text{であれば} \\ v^s &\geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (7a)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ii) } \sigma_i^s m_i^s &< W'(T, \sigma_m) / \eta \\ &\text{であれば} \\ v^s &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7b)$$

I での仮定にしたがって偏差ひずみ ϵ_i' に対してだけ Taylor 拘束が加わるとすると各結晶粒の ϵ_i' は多結晶全体

の平均の偏差ひずみ $\bar{\epsilon}_i'$ に等しい。

$$\epsilon_i' = \bar{\epsilon}_i' \quad (8)$$

一軸変形を考えているので、試料軸に沿う座標系では $\bar{\epsilon}_i'$ は

$$\{\bar{\epsilon}_i'\} = \bar{\epsilon}_i' \{1, -1/2, -1/2, 0, 0, 0\} \quad (9)$$

と書ける。この $\bar{\epsilon}_i'$ に対して式 (1)、式 (2) を同時に満足する応力、すなわち降伏曲面の角点の応力 σ_i^c はすべり変形の場合と同様に Bishop と Hill の最大仕事の原理⁽²⁾を用いて求められる。すなわち解くべき問題は、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_i^s m_i^s &\leq W' / \eta \\ &\text{の拘束のもとで} \\ z &= \sigma_i^c \bar{\epsilon}_i' \\ &\text{を最大とする } \sigma_i' \text{ をもとめよ,} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

という線形計画法の問題となる。これを改訂シンプレックス法⁽³⁾を用いて解いた。得られた解、 σ_i^c から求める M' は式 (I-28) のように定義される。改めて書けば、

$$M' = \frac{3}{2} \eta \sigma_i^c / W' = \eta v / \bar{\epsilon}_i' \quad (11)$$

このような計算を [001]-[011]-[111] 基本ステレオ三角形内にはほぼ均一に選んだ 861 の各方位について繰返して M' の粒方位依存性を調べた。また均一な粒方位分布を仮定して M' を平均することで集合組織のない多結晶に対する $\bar{M}'$ を求めた。

IV. 結晶学的データ

計算は代表的な形状記憶合金であり、そのマルテンサイトの結晶学的なデータが報告されている CuZnAl, CuAlNi, TiNi の各合金について行なった。CuZnAl 合金については、DO₃ 規則相である母相から 18R の β_1' -マルテンサイトへの変態に対する Saburi と Wayman⁽⁴⁾ の現象論による解析を参考にして Chakravorty と Wayman⁽⁵⁾ の報告した格子常数を用いて WLR 理論⁽⁶⁾によって晶癖面法線 h_i 、変位ベクトル d_i 、その大きさ η を求めた。CuAlNi では DO₃ の母相から、 M_s 温度近くでは 2H の γ_1' マルテンサイトが、より高温では 18R の β_1' マルテンサイトが生じることが報告されている⁽⁷⁾。そのうち γ_1' については Saburi と Wayman⁽⁴⁾ による Otsuka と Shimizu の格子常数⁽⁸⁾を用いた現象論による解析結果をそのまま用いた。すなわち報告されている h_i と変形マトリックスから d_i と η を逆算した。 β_1' については Otsuka ら⁽⁹⁾ の得た格子常数を用い、WLR 理論によって h_i , d_i , η を計算した。その結果は Otsuka ら⁽¹⁰⁾ が既に行なっている結果ともちろん一致し

Table 1 The Phenomenological data of martensites. See text for reference.

Alloy	Marten-site	Habit Plane Normal $\{h_i\}$			Shear Direction $\langle d_i \rangle$			η	Volume Change Ω
CuZnAl	β_1'	0.1999	-0.6804	0.7050	0.1817	0.7457	0.6411	0.1866	-0.00356
CuAlNi	γ_1'	0.2571	-0.6505	0.7147	0.1754	0.7813	0.5990	0.0955	-0.00341
CuAlNi	β_1'	0.1549	-0.6830	0.7138	0.1421	0.7421	0.6551	0.1687	-0.00290
TiNi	β_1'	0.0009	0.5811	0.8138	-0.8590	0.3982	-0.3219	0.1088	-0.00340

た. TiNi については結晶学的データが必ずしも明らかでないが, ここでは Knowles と Smith⁽¹¹⁾ によって行なわれた B2 の母相から B19 の単斜晶マルテンサイトへの変態についての $(111)_{\beta_1}$ に添う Type I 双晶を格子不変変形とした解析を再現した結果を用いた. それらのデータを **Table 1** にまとめて示す. これらから式 (I-12) によって求める変態ひずみの体積変化成分 Ω もあわせて示した.

V. 計算結果

Fig.1 (a) から **Fig.1** (d) に一軸引張について計算で得られた M' をステレオ三角形内の等高線で示す. 図中の細線は降伏曲面の同じ角点が働く方位領域を区切ったもので, その領域内では同じバリエーションの組合せで変形がおこる. このバリエーションの組合せも計算から知れる. これらの同時に発生, 成長するバリエーション間の界面の性質や切りちがったときに起こる反応など, 言い換えれば異なるバリエーション

の相互作用が機械的性質に影響を及ぼすことも考えられる. しかしそのような詳細な検討は現在まだ無理と思われるので, そのバリエーションの組合せは本報告では割愛する.

Fig.1 から分かるように合金の違い, マルテンサイトの違いにもかかわらず, CuZnAl と CuAlNi の両 Cu 合金の M' の方位依存性はバリエーションの幾何学的配置の類似性を反映して互いによく似ている. すなわち $\langle 110 \rangle$ 方位が最大の M' を示し, $\langle 111 \rangle$ 方位はそれよりやや小さい. さらに $\langle 100 \rangle$ 方位へ向かって M' は減少して, $\langle 100 \rangle$ の近くで最小値を示す. 一方, TiNi 合金の M' は, $\langle 100 \rangle$ 方位が最も大きく, $\langle 110 \rangle$ 方位, さらに $\langle 111 \rangle$ 方位へ向かって小さくなっている.

M' の最大値, 最小値, それに平均値 $\bar{M}'$ を **Table 2** に示した. M' の最小値は合金によってあまり変わらず, 2 程度の値となっている. これは, $\langle 100 \rangle$ や $\langle 111 \rangle$ のように対称性のよい方位では Taylor 因子は Schmid 因子の逆

Fig.1 The “modified” Taylor factor, M' , for tensile deformation by SIM, as a function of the orientation of the tensile axis.

(a) CuZnAl, β_1' martensite. (b) CuAlNi, γ_1' martensite. (c) CuAlNi, β_1' martensite. (d) TiNi.

Table 2 Particular values and averages of M' , also including the averaged inverse-Schmid factors.

Alloy	Marten-site	$M'_{\max}$	$M'_{\min}$	$\bar{M}'$	$\bar{M}$	$\bar{1/m}$
CuZnAl	β'_1	10.17	2.11	7.46	7.84	3.01
CuAlNi	r'_1	7.77	2.17	5.74	6.16	2.45
CuAlNi	β'_1	13.04	2.06	9.56	10.11	2.74
TiNi	β'_1	4.13	2.15	2.91	3.00	2.40

数に等しいため、Schmid 因子の最大値、約 0.5 がそれらの極の近くにあれば Taylor 因子はその付近で最小値、約 2 をとるためである。これに対して、 M' の最大値は合金あるいはマルテンサイトの種類によって大きく異なる。特に TiNi 合金の M' の最大値 4.13 に比べて Cu 合金では最も小さい CuAlNi の r'_1 マルテンサイトが 7.77、最も大きい同合金の β'_1 マルテンサイトで 13.04 と大きい値であることが注目される。このような Cu 合金と TiNi 合金の違いには Fig.1 に見られる働く角点の方位依存性にも現れて

Fig.2 The "modified" Taylor factor for compressive deformation by SIM, as a function of the orientation of the compressive axis.

(a) CuZnAl, β'_1 martensite. (b) TiNi.

いる。すなわち、Cu 合金では多くの種類の角点が現れているにもかかわらず $\langle 110 \rangle$ を中心にした広い方位領域が一つの角点の活動でまかなわれている。これに対し、TiNi 合金では、少数の角点がステレオ三角形の中で均等な領域を占めている。

上記の各合金、各マルテンサイトについて、一軸圧縮の場合の計算も行なった。その結果のうち CuZnAl と TiNi 合金の場合を Fig.2(a) と Fig.2(b) に示した。式(11)の定義から M' はこのときすべて負の値となるが、さしつかえないかぎり暗黙のうちにその絶対値を示すことにする。各バリエーションが一方へのせん断しか生み出さない事の結果として、発生するバリエーションの組合せは引張の時と全く異なっている。おもな数値は CuAlNi 合金の結果も含めて Table 3 に示した。 M' の方位依存性の傾向は引張の場合とよく似ていて、例えば $\langle 100 \rangle$ 方位の M' が CuZnAl では最小、TiNi では最大となっている。 M' の最大値も引張の場合と同じように Cu 合金に比べて TiNi 合金では小さい。これと M' の最小値が合金によらず約 2.0 であることの結果として、 $\bar{M}'$ も Cu 合金では大きく、TiNi では小さい。

Table 3 Particular values and averages of M' for compression.

Alloy	Marten-site	$M'_{\max}$	$M'_{\min}$	$\bar{M}'$	$\bar{M}$	$\bar{1/m}$
CuZnAl	β'_1	11.94	1.99	9.10	8.60	3.05
CuAlNi	r'_1	8.88	1.99	6.94	6.41	2.94
CuAlNi	β'_1	14.80	1.99	11.20	10.53	3.59
TiNi	β'_1	3.98	2.06	2.76	2.68	2.22

VI. 考 察

上記のように計算された M' から $\bar{M}$ は式(I-37)、改めて書けば

$$\bar{M} = \bar{M}' \left(1 + \frac{\bar{M}' \Omega}{3\eta} \right)^{-1} \quad (12)$$

と与えられる。引張と圧縮における $\bar{M}$ を Table 2 と Table 3 にそれぞれ示した。これらの合金では $\Omega < 0$ であり、また式(11)の M' の定義による M' の符号によって式(12)のかっこ内の第2項は引張では $\bar{M}'$ に比べて $\bar{M}$ を大きくするように、圧縮ではその逆に働く。その大きさは最も影響の小さい TiNi で約 3%、最も大きい CuAlNi の r'_1 について 7~8% である。

この $\bar{M}$ を用いて多結晶の降伏応力 $\bar{\sigma}_1$ とバリエーション成長の臨界塑性仕事 W^* は次のように結び付けられる。すなわち式(I-36)より

$$\bar{\sigma}_1 = \bar{M} W^* / \eta \quad (13)$$

また、ひずみの回復応力 $\bar{\sigma}_1^R$ は上で述べたように式(5)で与えられる。 W^* は式(I-14)、(I-15)の内容を持つものなので、 $\bar{\sigma}_1$ の温度依存性は

$$\delta\sigma_1/\delta T = \frac{\overline{M}}{\eta} \cdot \delta W^*/\delta T = \overline{M} \cdot \Delta S/\eta \quad (14)$$

と与えられる。もしバリエーションの成長、収縮にともなうエネルギーの散逸 ΔG_f が温度によらなければ、 σ_1^R も同じ温度依存性を示す。

すべり変形する多結晶の場合からの類推では、これらの関係は定量的にかなり正確であろうと予測される⁽¹⁾。しかし、SIM についてはここで考慮した事柄以外に多段変態⁽⁷⁾や応力下で安定なバリエーションの粒方位依存性⁽¹²⁾、複数のマルテンサイトの共存⁽¹³⁾などの複雑な挙動が報告されている。また、すべり変形がいかほどの割合で混在し、どのような役割を果たすのかも必ずしも明らかではない。その意味で本研究の計算結果はひとつの理想的な挙動に対応するもので、これらと実験結果を比較検討することで上式の定量的な正確さが評価され、また多結晶合金の応力誘起変態の理解が深められるものと期待される。

そのような検討は、例えば式 (13) と式 (14) によって単結晶の実験から求めた W^*/η やその温度依存性と、それと同じ合金の多結晶の降伏応力やその温度依存性を比較することで行なうことができるが、現在のところそれに必要な系統的な実験結果は見当たらない。そこで以下では本研究の計算結果の示唆することがらについて定性的に述べる。

1. 降伏応力、回復応力および回復ひずみ

Table 2 と Table 3 には均一な粒方位分布に対する Schmid 因子の逆数の平均値 $1/m$ も示してある。これを $\overline{M}$ と比較すると TiNi 合金ではあまり違いはなく、その比、 $\overline{M}/(1/m)$ は引張、圧縮ともに 1.2 程度の値である。Cu 合金では違いが大きく、その比の小さい CuAlNi 合金の β_1 マルテンサイトでも 2.3、最も大きい同合金の β_1 マルテンサイトでは 3.5 に達している。これから Cu 合金においては、単結晶の降伏応力やその温度依存性に比べて多結晶の降伏応力、それに回復応力や応力ヒステリシスは結晶粒相互の拘束のために Schmid 因子の平均値を用いた予測よりもかなり大きい値になると期待される。

Schmid 因子にもとづいてすでに指摘されているように⁽¹⁴⁾、 M' の方位依存性が高いことから多結晶の機械的性質に対する集合組織の影響が大きいことが期待される。ここで、各方位の結晶粒の、多結晶の平均的性質への寄与のしかたが Taylor 因子による評価と Schmid 因子によるそれでは必ずしも一致しないことは注意を要する。例えば、CuZnAl と CuAlNi の両合金について見ると、 M' は $\langle 111 \rangle$ 方位と $\langle 110 \rangle$ 方位ではいずれもかなり大きい値だが前者のほうがやや小さくなっている。一方、 $1/m$ は $\langle 110 \rangle$ 方位において $\langle 111 \rangle$ 方位におけるよりもかなり小さい⁽¹⁴⁾。

およその見積もりのために体積変化の寄与を無視すれば、各結晶粒における軸ひずみ ϵ_i とマルテンサイトの体積比 v の関係は式 (11) で与えられる。 $v=1$ として得られ

る SIM によって可能な最大のひずみはしたがって、

$$\epsilon_i^{\max} = \eta/M' \quad (15)$$

となる。 M' が最大の方位に対するこの $\epsilon_i^{\max}$ を Tables 1, 2 および 3 に与えた数値から計算すると、引張の場合、CuZnAl では 1.8%、CuAlNi の β_1 と β_2 についてそれぞれ 1.2 と 1.3%、TiNi について 2.6% となる。これらの値は単一の対応バリエーションについて計算されたいわば単結晶の一軸変形に対する値⁽¹⁴⁾よりいくらか小さい。しかし、降伏応力の予測における $\overline{M}$ と $1/m$ の違いのような大きな違いではないのは、単結晶においても不利な方位では最大可逆ひずみが小さいためである。ただし、例えば Cu 合金では、 $\langle 110 \rangle$ 方位は Schmid 因子ではそれほど不利な方位ではないが、 M' による評価では最も不利な方位になる。集合組織の評価にあたってはこのような粒間の相互拘束の効果に留意する必要がある。

回復ひずみという観点からは、このように M' の大きい方位の結晶粒は好ましくない。一方、そのような方位の結晶粒が多くその結果 $\overline{M}$ が大きいと、式 (5) によって回復応力やその温度依存性が大きくなるので、実用上好ましいとも考えられる。これから、いかなる粒方位分布が適切であるかは各応用例について具体的に検討されるべきものと考えられる。

2. 破壊強度

材料の破壊は平均的な応力よりも局所的な応力に支配されるところが大きいと考えられる。これから M' の方位依存性すなわち塑性異方性が高いことは材料の延性をそこなう要因となると考えられる。

これはひとつには粒ごとの軸応力 σ_1 が M' にほぼ比例し、したがって M' の大きな粒には平均応力 $\bar{\sigma}_1$ 以上の応力が働くという直接的な効果によって起こるが、さらにより微視的な次のような過程が考えられる。

多結晶においては、バリエーションプレートの成長は粒界や交差する他のバリエーションによって止められる。そこでは、大きな応力集中が発生すると考えられる⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾。その応力集中は局所的な塑性変形によって緩和されて、いわば微視的なひずみの整合性が保たれる。そのために必要な塑性変形は粒方位や粒界方位、バリエーションの種類などによって個々の場合ごとに異なっているであろう。Taylor 因子は結晶に任意の塑性ひずみを与えるために必要な応力の尺度であるので、結局このような応力集中の大きさはそれを緩和するのに必要な塑性ひずみに対する Taylor 因子の大きさに依存することになる。本研究で計算したのは一軸変形に対する Taylor 因子だけではあるが、これからでも各合金の SIM による変形の塑性異方性の大きさは定性的に推察できる。すなわち、TiNi 合金で M' の方位依存性がすべり変形する fcc, bcc 結晶と同程度であって塑性異方性が小さく、局所的な応力集中が SIM によって比較的容易に緩和されられると思われる。一方、Cu 合金では大きな塑性異方性の

ために時としてそれが著しく困難であると推測される。

これらの応力のほかに、I において SIM で変形する多結晶の結晶粒には式 (I-33) で表される体積変化の粒ごとの不均一に起因する静水圧応力 $\Delta\sigma_m$ が加わると見積もられた。改めて書けば

$$\Delta\sigma_m = -G'\Omega\bar{\epsilon}_i\Delta M'/\gamma \quad (16)$$

この応力 $\Delta\sigma_m$ を引張りずみ $\bar{\epsilon}_i=0.01$ について計算したのが Table 4 である。 $\Delta\sigma_m > 0$ 、すなわち引張の場合が破壊に対して問題となり、これらの合金では $\Omega < 0$ であるので $\Delta M' > 0$ の最大値について計算した。おおよその見積もりのため剛性率の値は Cu 合金には純 Cu の一般的な値、46000 MPa を用いた。ポアソン比は $1/2$ とした。TiNi については、Mercier と Török⁽¹⁷⁾ の NiTiCu のヤング率、約 100 GPa から等方弾性体を仮定し、ポアソン比を $1/2$ として求めた剛性率 37500 MPa を用いた。得られた値は TiNi 合金では 12 MPa 程度、最も大きい CuAlNi の γ_i マルテンサイトで約 30 MPa であってあまり大きくない。しかしこの応力は平均化されたマトリックスを基準に体積変化の差を見積もっているため局所的にはもっと大きい値となる可能性も考えられる。この意味からも M' の方位依存性が大きいことは好ましくないとと言える。

Table 4 Stresses caused by the grain orientation dependence of volume change due to the tensile strain of 0.01. See text for detail.

Alloy	Marten-site	$\Delta\sigma_m$ (MPa)	$\overline{\Delta M'}^2$	$3h/2$ (MPa)
CuZnAl	β'_1	21.2	4.46	0.66
CuAlNi	r'_1	29.9	2.36	1.23
CuAlNi	β'_1	24.6	7.41	0.90
TiNi	β'_1	12.6	0.24	0.08

以上、個々の結晶粒あるいはより局所的に平均応力とは異なる応力が作用する原因として 3 つの理由を考察した。それらのいずれに対しても Taylor 因子 M' 、あるいはその方位依存性が大きいことは好ましくなく、その材料の延性の低下に結び付く可能性がある。このような推測に対して、一般に知られている TiNi 合金と Cu 基合金の延性の違いは正しく対応している。したがって、粒界の強度やすべり変形の容易さ、弾性異方性の程度などの要因に加えてここで述べてきたような塑性異方性もこれらの合金の破壊挙動に重要な影響を及ぼしているものと考えられる。

3. 応力 - ひずみ曲線

I において結晶粒ごとの体積変化の不均一に起因する静水圧内部応力が平均として線形の加工硬化を与えることを述べた。その大きさは式 (I-34) で与えられる。改めて書けば

$$\frac{3}{2}h = G'(\Omega/\eta)^2\overline{\Delta M'^2}\bar{\epsilon}_i \quad (17)$$

本研究で得られた引張の M' の方位依存性から、均一な粒方位分布に対して $\overline{\Delta M'^2}$ を求め、この加工硬化の大きさを

見積もった結果を Table 4 に示す。 $\bar{\epsilon}_i=0.01$ における硬化量は最も大きい CuAlNi の γ_i マルテンサイトの場合でも 1 MPa のオーダーであって、実際的には全く無視してよい大きさである。したがって、この項の寄与を無視した (I-35), (I-36) それに (I-37) の各式や上で述べた式 (5) はこれらの合金については十分によい近似であることがわかる。

式 (13)、すなわち式 (I-36) において、 $\bar{M}$ はマルテンサイトバリエーションの幾何学的配置と粒方位分布によって定まる幾何学的因子であり、ひずみによらず一定である。すると実験的に観察される加工硬化挙動はもっぱらひずみの増加にともなう W^* の増加に帰されることになる。単結晶の SIM では 1 つないし少数の母相/マルテンサイト界面の移動によるマルテンサイト体積比の増加によってひずみの増加がおこるので、本質的に W^* のひずみによる変化は期待されない。実際、Cu 合金について報告されている単結晶の応力 - ひずみ曲線はほとんど加工硬化を示さない⁽¹⁰⁾⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾。すると本解析の範囲では多結晶においても加工硬化のない応力 - ひずみ曲線が予測される。実際、TiNi 合金ではそのような応力 - ひずみ曲線が観察される⁽²⁰⁾⁻⁽²²⁾。これに対して Cu 基合金多結晶の加工硬化率は一般にかなり大きく、また結晶粒依存性を示すことも報告されている⁽²³⁾。これは Taylor モデルからは予想されないことなので、モデルで考慮されていないより微視的な要因が働いているものと考えられる。

例えば Christian⁽²⁴⁾ は、多結晶では成長するバリエーションと粒界、あるいは異なるバリエーションの間の相互作用などによってひずみの増加、すなわちマルテンサイトの体積比の増加とともに新たなバリエーションの発生と成長に、より大きな駆動力が必要になると述べている。このような過程は前節で述べた微視的なひずみの整合性の条件と同じものである。 M' の方位依存性の影響を同じように受けると予想される。そこで TiNi 合金と Cu 基合金を比較すると M' の方位依存性の大きさと加工硬化の大きさが定性的にはあるがよく対応していることがわかる。

VII. ま と め

本研究ではまず、基本的に Taylor モデルにもとづく前報 I の考察の簡単な拡張によって SIM により変形した多結晶のひずみの回復応力をも取り扱えることを示した。さらに、一軸変形について計算で求めた各合金、各マルテンサイトの「修正」Taylor 因子 M' の値とその方位依存性を報告し、それにもとづいて、それらと多結晶の降伏応力、回復応力、擬弾性ヒステリシス、回復可能ひずみ量、これらに対する集合組織の影響、延性、加工硬化などの関係を定性的に検討した。このような関係が確認されれば、例えばある合金が新しい形状記憶合金の候補に挙げられたとき、その合金のマルテンサイトの結晶学的知見だけから

現象論と Taylor モデルを用いた本研究の方法によってその合金の多結晶状態での機械的性質がある程度予測できることになる。

上で述べたように実際の形状記憶合金では本研究で考慮した以外に多段マルテンサイト変態や発生するマルテンサイトの方位依存性といった複雑な過程が起こる可能性がある。もし必要なら、そのような挙動をも解析に取り込む工夫をするとともに、前報Ⅰと本研究で行なったような単純化された取扱いが多結晶の機械的性質を予測する上でどの程度正確であるかを実験的に検証することが今後の課題であり、そのための実験結果の充実が望まれる。

終りに本研究についてご助言をいただいた本間敏夫教授、渡辺 真教授、守護嘉朗博士に謝意を表する。また東北大学学生、津嶋孝博(現在：シチズン時計(株))、佐藤佳裕(現在：日産自動車(株))の諸君の協力に感謝する。本研究の計算は東北大学大型計算機センターで行なったことを付記する。

文 献

- (1) 小野 陽, 佐藤 敦: 日本金属学会誌, **50**(1986), 777.
- (2) J.F.W. Bishop and R.Hill: *Phil. Mag.*, **42**(1951), 414, 1298.
- (3) 関根泰次: 数理計画法Ⅰ, 岩波基礎工学5, 岩波書店, (1968).
- (4) T.Saburi and C.M.Wayman: *Acta Metall.*, **27**(1979), 979.
- (5) S.Chakravorty and C.M.Wayman: *Acta Metall.*, **25**(1977), 989.
- (6) M.S.Wechseler, D.S.Lieberman and T.A.Read: *Trans. AIME*, **197**(1953), 1503.
- (7) K.Otsuka and K.Shimizu: *Proc. Int. Conf. Solid-Solid Phase Transformations*, H.I.Aaronson *et al.* (eds.), AIME, (1981), 1267.
- (8) K.Otsuka and K.Shimizu: *Trans. JIM*, **15**(1974), 103.
- (9) K.Otsuka, T.Nakamura and K.Shimizu: *Trans. JIM*, **5**(1974), 200.
- (10) K.Otsuka, C.M.Wayman, K.Nakai, H.Sakamoto and K.Shimizu: *Acta Metall.*, **24**(1976), 207.
- (11) K.M.Knowles and D.A.Smith: *Acta Metall.*, **29**(1981), 101.
- (12) H.Tas, L.Delaey and A.Deruyttere: *Z. Metallkunde.*, **64**(1973), 855, 862.
- (13) A.Ritter, N.Y.C.Yang, D.P.Pope and C.Laird: *Metall. Trans.*, **10A**(1979), 667.
- (14) T.Saburi and S.Nenno: *Proc. Int. Conf. Solid-Solid Phase Transformation*, H.I.Aaronson *et al.* (eds.), AIME, (1981), 1455.
- (15) A.N.Stroh: *Proc. Roy. Soc. Lond.*, **A223**(1954), 404.
- (16) H.Sakamoto, Y.Kijima and K.Shimizu: *Trans. JIM*, **23**(1982), 585.
- (17) O.Mercier and E.Török: *J. de Phys.*, **43**(1982), C4-267.
- (18) K.Otsuka, H.Sakamoto and K.Shimizu: *Acta Metall.*, **27**(1979), 585.
- (19) T.Saburi, Y.Inada, S.Nenno and N.Hori: *J. de Phys.*, **43**(1982), C4-633.
- (20) S.Miyazaki, K.Otsuka and Y.Shimizu: *Scr. Metall.*, **15**(1981), 287.
- (21) T.Saburi, T.Tatsumi and S.Nenno: *J. de Phys.*, **43**(1982), C4-261.
- (22) T.Saburi, M.Yoshida and S.Nenno: *Scr. Metall.*, **18**(1984), 363.
- (23) G.N.Sure and L.C.Brown: *Metall. Trans.*, **15A**(1984), 1613.
- (24) J.W.Christian: *Metall. Trans.*, **13A**(1982), 509.