SiC_W/ZrO₂/Al₂O₃ 系複合材料における ZrO₂ の相変態による高靱化

向後 保雄* 香川 豊** 八田 博志*

J. Japan Inst. Metals, Vol. 56, No. 11 (1992), pp. 1280-1288

Transformation Toughening by Dispersed ZrO₂ in SiC_W/ZrO₂/Al₂O₃ Composite

Yasuo Kogo*, Yutaka Kagawa** and Hiroshi Hatta*

*Institute of Space and Astronautical Science, Sagami-hara

**Institute of Industrial Science, The University of Tokyo, Tokyo

Fracture toughness of SiC whisker and ZrO₂ particle reinforced alumina matrix composite was investigated under mode I and mode II loading conditions.

Under mode I loading condition, the critical stress intensity factor increased with increasing ZrO₂ volume, which well agreed with theoretical estimation. It was also shown by the theoretical analysis that the transformation of ZrO₂ was less effective to the toughness of the composite under mode II loading, which was consistent with the experimental results.

(Received June 4, 1992)

Keywords: ceramic matrix composites, fracture toughness, transformation toughening, martensitic transformation, mode II loading condition

I. 緒 言

エンジニアリングセラミックスの弱点である靱性の改善を目指して、多くの研究がなされている。中でも、ジルコニア(ZrO₂)は相変態による高靱化機構(Transformation toughening mechanism)を有することから注目を集めている⁽¹⁾。

ZrO₂の高靱化は、準安定相である正方晶 ZrO₂(t-ZrO₂)が亀裂先端における応力集中に伴いマルテンサイト変態して単斜晶 ZrO₂(m-ZrO₂)となる際、膨張歪みを伴うことに起因する。

変態に伴う膨張歪みが発生した領域は、変態層周囲にある未変態の領域から拘束を受け、その結果として亀裂面に圧縮応力を生ずる。この圧縮応力が亀裂先端における応力拡大係数を低下させ、見掛け上靱性が向上する。

相変態による高靱化機構は、ZrO₂単体ばかりでなくセラミック中にZrO₂粒子を分散した場合にも期待できることから、セラミックマトリックス中にZrO₂粒子を分散した複合材料についての研究も行われている⁽²⁾。

セラミックの靱性をより高くすることを目的として、ZrO₂粒子だけでなくセラミックウイスキーを添加した複合材料の研究も行われている⁽³⁾。これは、ウイスキーの

橋架け(Crack bridging)効果およびプルアウト(Pull out)や、ウイスキーが存在することによる亀裂の屈曲(Crack deflection)効果などの高靱化機構を期待するものである⁽⁴⁾。

このように、ウイスキーおよびZrO₂の高靱化機構を同時に利用する場合、その高靱化がそれぞれ異なる機構で達成される。しかし、ウイスキーおよびZrO₂をセラミックマトリックス中に同時に添加した場合の高靱化や、その相互作用などに関する系統的な研究は少ない。そこで本論文では、アルミナマトリックスを体積率20%のSiCウイスキー(SiC_W)により強化し、さらにZrO₂粒子を添加した複合材料(以後SiC_W/ZrO₂/Al₂O₃とする)についてその破壊挙動を検討した。その際、ZrO₂体積率を変化させることにより、多相系における応力誘起相変態の高靱化について検討した。

さらに、著者らがすでに報告したように⁽⁵⁾、ZrO₂単体のモードII破壊靱性において、ZrO₂は相変態による高靱化を伴わない材料とは異なる破壊挙動を示したことから、本研究においてもモードIIの破壊靱性を測定し、その挙動についてもあわせて検討した。

II. 実験方法

実験に用いた材料はリケン(株)製のSiC_W/ZrO₂/Al₂O₃複

* 文部省宇宙科学研究所

** 東京大学生産技術研究所

Fig. 1 Optical micrograph of SiC_w/ZrO₂/Al₂O₃ composite ($V_{ZrO_2}=20\%$).
(a) perpendicular to hot-press direction, (b) parallel to hot-press direction.

合材料であり、ホットプレス法により作製されたものである。SiC_wは、Fig. 1に示すように(a)に示したホットプレスの加圧軸と垂直な面ではほぼランダムに配向し、一方、(b)に示した加圧軸と平行な方向では繊維状のウイスキーはほとんど観察されない。これより、本実験に用いた複合材料は2次元ランダムの配向であることがわかる。また、Fig. 2は本複合材料においてZrO₂の体積率が20%の場合の走査型電子顕微鏡による観察結果であり、図中白い部分がZrO₂である。図より、サブミクロンの粒径を持ったZrO₂が均一に分散していることがわかる。

ホットプレス後のディスク状の材料より、ダイヤモンドカッターを用いて5 mm×5 mm×50 mmの角柱を切り出した。その後、1 μmのダイヤモンドペーストにより最終研磨を行い、Fig. 3に示すような幅50 μmのノッチを導入してSEN(Single-edge-notched)試験片とした。なお、ノッチ導入方向はすべての試験片において、図中に示したように、ホットプレスの際の加圧軸と垂直な方向とし、ノッチ長さ(a)の厚さ(W)に対する比(a/W)はa/W~0.5で一定とした。

モード I の破壊靱性は、四点曲げ試験による SENB (Single-edge-notched bending) 法により測定を行った。

Fig. 2 Scanning electron micrograph of SiC_w/ZrO₂/Al₂O₃ composite ($V_{ZrO_2}=20\%$).

Fig. 3 Single-edge-notched (SEN) specimen.

また、モード II の測定には、Fig. 4に示すような非対称四点曲げ(AS4PB: Anti-symmetric four point bending)試験を適用した。なお、各試験条件における試験片数は、3~5本とした。

本試験方法によれば、モード I およびモード II における応力拡大係数を以下の式より求めることができる[†]。

$$K_I = (M/BW^{3/2}) Y_I \quad (1)$$

$$K_{II} = (Q/3BW^{1/2}) Y_{II} \quad (2)$$

ただし、MおよびQは以下の式で示される。

$$M = S(P/2) \quad (3)$$

$$Q = P/3 \quad (4)$$

ここでP、BおよびWは負荷荷重、試験片の幅および厚さであり、Sは四点曲げ試験における外スパンの1/4の長さである。また、Y_IおよびY_{II}は用いた試験片の形状に

[†] なお、モード II において本試験方法を適用した場合、巨視的な亀裂は初期切り欠きの延長線上には進展しない。また、用いた材料はR曲線挙動をとり、最大荷重以前でノッチ先端に損傷領域が形成されるものと考えられる。したがって、本実験より求められるモード II における臨界応力拡大係数は、厳密には破壊力学で言うところの“モード II 平面歪み破壊靱性値(K_{IIc})”を与えるものではなく、切り欠き存在下においてモード II 負荷を行った場合の破壊挙動を検討するものである。

Fig. 4 Distribution of shear force and bending moment in the anti-symmetric four point bending (AS4PB) test.

依存する形状係数であり, Wang ら⁽⁶⁾によれば, 本実験に用いた $a/W=0.5$ では $Y_I=11.12$, $Y_{II}=1.838$ と与えられる. なお, 本実験においては, 式(1)~(4)にノッチ長さと最大荷重より求められる応力拡大係数を破壊靱性値として定義する.

実験に用いた試験装置はインストロン試験機(最大容量 5 kN)であり, クロスヘッド速度はすべての試験において 0.83×10^{-6} m/s とした. また, モード I, モード II の試験とも荷重点における治具の曲率半径は 2 mm とし, モード I では内スパン 20 mm, 外スパン 40 mm, モード II の試験では, 上下スパン共 30 mm を用いた. なお, すべての試験は室温 (293 K), 大気中において行った.

試験後の破面は, 走査型電子顕微鏡 (SEM) を用いて観察を行った.

Fig. 5 Typical load versus loading point displacement curve of $SiC_w/ZrO_2/Al_2O_3$ composites.

III. 実験結果

1. モード I およびモード II における破壊挙動

Fig. 5 には ZrO_2 の体積率を変化させた場合の, モード I およびモード II の破壊靱性試験における代表的な荷重点変位曲線を示す. (a) に示したモード I においては, ZrO_2 の体積率によらずすべての試験片において線型弾性的な挙動を示し, そのまま最終破断に至っている. また, 破断荷重は ZrO_2 の体積率が増加するに従い増加する傾向にあった. 一方, (b) に示したモード II では, モード I の場合同様最終破断まで直線的に変化するが, ZrO_2 の体積率が変化しても破断荷重に有意差は認められない.

試験後の試験片は, Fig. 6(a) に示すように, モード I においてはノッチ先端からノッチの延長線上に亀裂が進展している. 一方, Fig. 6(b) に示したモード II により試験を行った場合には, マクロ的には亀裂はノッチ方向とおおよそ 65° 程度の角度をもって進展している.

Fig. 7 はモード I およびモード II 破壊靱性試験の破断荷重をもとに, 式(1)~(4)を用いて, それぞれのモードにおける破壊靱性値の ZrO_2 の体積率依存性を示したものである. また, 図中のプロットは得られた破壊靱性値の平均値を示し, 同時に示した誤差範囲は得られた値の最大値および最小値を示している.

Fig. 6 Typical fracture appearance
(a) mode I fracture toughness test (SENB), and (b)
mode II fracture toughness test (AS4PB).

Fig. 7 Fracture toughness of SiC_w/ZrO₂/Al₂O₃
under mode I and mode II loadings.

モード I における破壊靱性値は、ZrO₂ 体積率の増加とともに直線的に増加し、ZrO₂ の体積率が 0% のものではおよそ 8.2 MPa√m であったものが、20% ではおよそ 10.2 MPa√m を示した。すなわち、体積率 20% の ZrO₂ を添加することにより破壊靱性値は 2 MPa√m 向上してい

る。これに対し、モード II における破壊靱性値は、ZrO₂ 体積率には無関係にほぼ一定値を示し、その値はおよそ 6 MPa√m であった。

2. フラクトグラフィ

Figs. 8, 9 は、それぞれモード I およびモード II により試験を行った試料の破面を SEM 観察した結果を示したものであり、図中の V_{ZrO_2} は ZrO₂ の体積率を示している。なお、観察はノッチ先端部より十数 μm 以内の破面について行った。

Fig. 8 に示したモード I により破断した試料では、ZrO₂ の体積率により、SiC_w のプルアウトが多く観察された。また ZrO₂ の体積率が変化しても、プルアウトした SiC_w の量に有意差は認められない。一方、Fig. 9 に示したモード II により破断した試料では、プルアウトしているウイスキーはほとんど観察されない。これより、モード II では繊維が破断しているものと推測される。また、モード II の破面では ZrO₂ の体積率によらず、モード I に比較してマトリックス部分の凹凸が小さい傾向にある。さらに、モード I およびモード II のいずれの場合においても、ZrO₂ の体積率の増加に伴い破面に見られる結晶粒単位の凹凸が小さくなっている。これは、ZrO₂ の体積率の増加に伴い、マトリックスである Al₂O₃ の粒径が小さくなっているためと推測される。

IV. 考 察

本実験に用いた複合材料は、SiC_w および ZrO₂ を分散した複合材料であり、それぞれ異なる機構により高靱化を達成するものと考えられている。

ウイスキーを分散することにより生ずる高靱化機構として考えられているものとしては、ウイスキーが亀裂面に橋架け(ブリッジング)することにより亀裂を閉じる力を生ずる機構⁽⁷⁾⁽⁸⁾や、ウイスキーが引き抜け(プルアウト)を生ずる間に、界面における摩擦により亀裂面を閉じる力を生ずる機構⁽⁷⁾などがある。また、マイクロクラックの生成により亀裂周囲に膨張歪みが残留した領域を形成する場合、周囲からの拘束により亀裂面を閉じる力が作用する⁽⁹⁾。以上の機構は、応力遮蔽効果と呼ばれ、応力拡大係数の値自身を低下させる効果がある。一方、亀裂進展の抵抗となる効果として、亀裂の進展の障害物が存在した場合に亀裂先端が湾曲するクラックボウイング⁽¹⁰⁾や、亀裂の進展方向が偏向(ディフレクション)することにより破面の表面積の増加および荷重モードの変化に伴い高靱化される機構などが考えられる⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾。これらの高靱化機構の中で、ウイスキーを分散した複合材料の場合の強化機構としては、プルアウト、ブリッジングおよびディフレクションが主に作用していると言われている⁽⁴⁾。

本実験の場合、SiC_w の体積率は一定で 20% であるこ

Fig. 8 Fracture surface of $\text{SiC}_w/\text{ZrO}_2/\text{Al}_2\text{O}_3$ composite under mode I loading.

(a) $V_{\text{ZrO}_2}=0\%$, (b) $V_{\text{ZrO}_2}=5\%$, (c) $V_{\text{ZrO}_2}=10\%$, (d) $V_{\text{ZrO}_2}=20\%$.

と、および破面の SEM 観察よりウイスキーのプルアウト量に ZrO_2 の体積率依存性がなかったことから、 SiC_w が関与する高靱化機構は ZrO_2 の体積率によらずほぼ同等であったものと考えられる。そこで以下では、主に ZrO_2 の相変態による高靱化への寄与について考察する。

1. モード I における高靱化挙動

相変態による高靱化の理論は MacMeeking ら⁽¹²⁾によって報告されている。これによれば、亀裂先端への応力集中により、Fig. 10 に示すように亀裂先端周辺に $t\text{-ZrO}_2 \rightarrow m\text{-ZrO}_2$ の相変態した領域(Frontal Process Zone)を形成し、亀裂の成長(Δa)とともに亀裂周辺に変態領域(Wake)を残

す。この領域境界面上では、相変態に伴う体積膨張(e^T)が周囲の未変態領域から拘束を受けるため面力(T)が作用し、その反作用として亀裂面を閉じる力が作用する。この時、Bueckner が示した重み付け関数法(Weight Function Method)⁽¹³⁾を用いると、面力の発生に伴う亀裂先端における応力拡大係数の変化(ΔK_I)は、重み付け関数(h)を用いて、

$$\Delta K = \int_{S_T} T \cdot h \, ds \quad (5)$$

と示すことができる。ここで、 n を変態領域境界面の法線ベクトル、 C を弾性率テンソルとすると、面力 T は、

$$T = -nC e^* \quad (6)$$

Fig. 9 Fracture surface of SiC_w/ZrO₂/Al₂O₃ composite under mode II loading.

(a) $V_{\text{ZrO}_2}=0\%$, (b) $V_{\text{ZrO}_2}=5\%$, (c) $V_{\text{ZrO}_2}=10\%$, (d) $V_{\text{ZrO}_2}=20\%$.

で定義され, n , C , e^* の内積として示すことができる. なお, 式(5)に用いた重み付け関数 h は, 面力が亀裂先端の応力拡大係数に作用する程度を表す関数である.

e^* は ZrO₂ 単体の場合には, ZrO₂ の変態歪み(e^T)および変態した ZrO₂ の体積率(V_{ZrO_2})を用いて,

$$e^* = V_{\text{ZrO}_2} e^T \quad (7)$$

で示される.

本理論により計算を行うと, ノッチ先端からのクラック長さと測定される応力拡大係数の関係, すなわち R 曲線を求めることが可能となる. この手法により, ZrO₂ のヤング率(E), ポアソン比(ν)および相変態層の幅(H)を用いて, ΔK_I が飽和する値($\langle \Delta K_I \rangle$)として,

$$\langle \Delta K_I \rangle = -0.22 E e^* H^{1/2} / (1 - \nu) \quad (8)$$

が求められている.

ここで, R 曲線挙動を取る材料では, 実験より求められる破壊靱性値が R 曲線の形状に依存する. このため, (8)に示した飽和値と実験より求められる破壊靱性値は必ずしも一対一に対応しない. しかし, 本実験に用いた複合材料では, 前述のように SiC_w による高靱化への寄与が同等と見なせること, およびそれぞれの複合材料における破壊靱性値の差が ZrO₂ の相変態という同一の高靱化機構によることなどから, 実験より求められる破壊靱性値と $\langle \Delta K_I \rangle$ が対応するものと考え, $\langle \Delta K_I \rangle$ を用いて ZrO₂ の相変態に伴う高靱化への寄与を見積もった.

$$\Delta K = \int_{S_T} \mathbf{T} \cdot \mathbf{h} \, ds$$

$$\mathbf{T} = -\mathbf{n} \mathbf{C} \mathbf{e}^*$$

Fig. 10 Analytical model for transformation toughening.

MacMeeking らの解析においては ZrO_2 中における ZrO_2 の相変態であるため、式(7)のように $\mathbf{e}^*$ を見積もることが可能であったが、本実験の場合のように、 SiC_w , Al_2O_3 などの弾性率の異なる媒体中に ZrO_2 粒子が分散している場合には、式(7)では正しい $\mathbf{e}^*$ を与えない。また、式(8)中で用いる E は複合材料としてのヤング率を用いることが必要である。そこで、ここでは $\mathbf{e}^*$ および E を求める方法として、Eshelby⁽¹⁴⁾ の示した等価介在物法を適用した。

Fig. 11 は、実験より求められる ZrO_2 の添加に伴う破壊靱性値の向上 ΔK_I と、計算より求められる $\Delta K_I / \sqrt{H}$ を比較したものである。なお、実験より求められる ΔK_I は、モード I 破壊靱性試験の結果を用いて、

$$\Delta K_I = K_I(V_{\text{ZrO}_2}) - K_I(V_{\text{ZrO}_2}=0) \quad (9)$$

より求めた。ここで、 $K_I(V_{\text{ZrO}_2})$ は ZrO_2 の体積率が V_{ZrO_2} の場合の破壊靱性値を示している。

Fig. 11 Comparison of experimental and calculated results of fracture toughness under mode I loading.

図より実験値と計算値は直線関係にあり、強い相関が認められる。また、 H が材料によらず一定と仮定した場合[†]、変態領域の幅(H)を見積もると $H \sim 1 \mu\text{m}$ 程度であると推測される。

2. モード II における ZrO_2 添加効果

モード II においても、モード I の場合同様に ZrO_2 の相変態が高靱化に及ぼす影響の理論的解析を試みた。モード II における高靱化を見積もるためには、モード II における重み付け関数($\mathbf{h}^{\text{II}}$)を求めることが必要である。ここでは、Rice の示した方法⁽¹⁵⁾ に従い付録 2 に示すように $\mathbf{h}^{\text{II}}$ を求めた。その結果 $\mathbf{h}^{\text{II}}$ は、以下のように示すことができる。

$$\begin{cases} h_x^{\text{II}} \\ h_y^{\text{II}} \end{cases} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}(1-\nu)\sqrt{r}} \times \begin{cases} \sin \frac{\theta}{2} \left(2-2\nu + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\ \cos \frac{\theta}{2} \left(1-2\nu + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \end{cases} \quad (10)$$

ここで、 h_x^{II} および h_y^{II} は $\mathbf{h}^{\text{II}}$ の x および y 成分であり、 ν は媒体のポアソン比である。また、座標系は亀裂先端を原点とする (r, θ) 座標系を用いている。以下では、式(10)と式(5)および(6)を用いてモード II 下での相変態による高靱化への寄与を見積もった。

計算より、変態領域がモード I とモード II で同様と仮定した場合^{††}、Fig. 12 に示すように、モード II での相変態による高靱化は、モード I に比べ 34% 程度と小さいことが明らかとなった。実験結果においては、たとえば $V_{\text{ZrO}_2} = 20\%$ の場合にモード I における相変態に伴う破壊靱性値の増加が $2 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ であったことから、解析結果を用いてモード II における高靱化を見積もるとおよそ $0.7 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ となる。一方、本実験において得られた、モード II 下における臨界応力拡大係数は、 $V_{\text{ZrO}_2} = 20\%$ においておよそ $1 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 程度のばらつきがある。したがって、解析結果は実験結果のばらつきの範囲内にあり、実験結果と解析結果は一致していると考えられる。

以上の結果より、 ZrO_2 の応力誘起相変態においては、モード I の荷重条件に比べモード II 下での高靱化に対する

† 付録 1 に示すように実際には、 H は R 曲線における亀裂進展開始の応力拡大係数に依存して変化する。このため、厳密には一定と見なすことはできず、実験と解析結果より見積もった変態領域の幅は、亀裂進展開始の応力拡大係数の変化に対応した誤差を含んでいる。

†† 計算に際しては、モード II 下での相変態領域は明らかでないため、第一次近似としてモード I と同様の変態領域の存在を仮定して計算を行った。また、本解析では亀裂の進展は初期亀裂面と同一平面上としているため、必ずしも実験結果を模擬しているとは言い難い。しかし、モード II 荷重条件下での実験結果は本解析の結果を反映するものと考えられる。

Fig. 12 Calculating results of transformation toughening under mode I and mode II loadings.

寄与が小さいことが実験的・理論的に明らかとなった。これは、前報⁽⁶⁾において、ZrO₂ 単体の K_{IIc}/K_{IC} の比が応力誘起相変態を伴わない脆性材料に比較して低い値を示した要因を、相変態による高靱化の外力負荷様式の違いによるものである、とした推論を裏付けるものと考えることができる。

V. 結 論

SiC ウィスカーおよび ZrO₂ 粒子を分散した Al₂O₃ をマトリックスとする複合材料において、ZrO₂ 粒子の体積率を変化させた複合材料のモード I およびモード II 荷重条件下における破壊靱性試験を行うことにより、以下の結論を得た。

(1) モード I の試験においては、ZrO₂ の体積率が増加するに伴い破壊靱性値が増加し、体積率 0% では 8 MPa√m であったものが、体積率 20% においては 10.2 MPa√m を示し、ZrO₂ の添加により約 2 MPa√m 高靱化された。

(2) 等価介在物法により複合材料中で相変態を生じた場合の膨張歪みを求め、これをもとに McMeeking らの解析を適用した結果、実験結果と理論的解析結果にはよい相関があった。その際、解析結果をもとに見積もった相変態領域幅はおよそ 1 μm であった。

(3) Rice の方法に従い、モード II 下での重み付け関数を求め、モード I の場合同様に理論的解析を行った結果、ZrO₂ の相変態によるモード II の高靱化への寄与はモード I に比べ小さく、モード I の 34% 程度である。

(4) モード II の解析結果とモード I の実験結果を用いて相変態のモード II に対する寄与を見積もると、およそ 0.7 MPa√m と小さな値であり、実験より求められたモード II 下での挙動と一致する。

文 献

- (1) A. G. Evans and R. M. Cannon: *Acta Metall.*, **34**(1986), 761.
- (2) N. Claussen: *J. Am. Ceram. Soc.*, **59**(1976), 49.
- (3) P. F. Becher and T. N. Tieg: *J. Am. Ceram. Soc.*, **70**(1987), 651.
- (4) M. Bengisu, O. T. Inal and O. Tosyali: *Acta Metall.*, **39**(1991), 2509.
- (5) 向後保雄, 香川 豊, 八田博志: *日本金属学会誌*, **56**(1992), 770.
- (6) K. J. Wang, C. L. Hsu and H. Gao: *Proc. 4th Int. Conf. Fracture*, Waterloo, **4**(1997), 123.
- (7) P. F. Becher, C.-H. Hsueh, P. Angelini and T. N. Tieg: *J. Am. Ceram. Soc.*, **71**(1988), 1050.
- (8) G. H. Campbell, M. Rühle, B. J. Dalgleish and A. G. Evans: *J. Am. Ceram. Soc.*, **73**(1990), 521.
- (9) A. G. Evans and K. T. Faber: *J. Am. Ceram. Soc.*, **67**(1984), 255.
- (10) K. T. Faber and A. G. Evans: *Acta Metall.*, **31**(1983), 565.
- (11) H. Liu, K. L. Weisskopf and G. Petzow: *J. Am. Ceram. Soc.*, **72**(1989), 559.
- (12) R. M. McMeeking and A. G. Evans: *J. Am. Ceram. Soc.*, **65**(1982), 242.
- (13) H. F. Bueckner: *Z. angew. Math. Mech.*, **50**(1970), 529.
- (14) J. D. Eshelby: *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, **241**(1957), 376.
- (15) J. Rice: *Int. J. Solids Structures*, **8**(1972), 751.

Appendix 1

ZrO₂ の相変態が一定応力 (σ_c) で生ずるものとした場合、変態領域の幅 (H) は亀裂進展開始の応力拡大係数により決まる。これは、亀裂先端での応力拡大係数が亀裂進展開始の応力拡大係数 ($K_{init.}$) となった場合の亀裂先端における応力場が、

$$\sigma = \frac{K_{init.}}{\sqrt{2\pi r}} f(\theta) \quad (A1.1)$$

で示され、この σ が σ_c となる距離 r^* が変態領域を規定するためである。したがって、 $K_{init.}$ が異なる 2 つの材料 (それぞれ $K_{init.}^1$ および $K_{init.}^2$ とする) の式 (A1.1) より求められる距離 r^* (それぞれ距離 r_1^* および r_2^*) の比は、

$$\frac{r_2^*}{r_1^*} = \left(\frac{K_{init.}^2}{K_{init.}^1} \right)^2 \quad (A1.2)$$

と示すことができる。ここで、 r^* は変態領域の幅 (H) と比例関係にあることから、式 (A1.2) の r^* はそのまま H に置き換えることができる。

Appendix 2

Rice⁽¹⁵⁾によれば、式 (5) に示した Bueckner による応力拡大係数の算出における重み付け関数 (h) は、

$$h = \frac{H}{2K_r} \frac{\partial u_r}{\partial c} \quad (A2.1)$$

と示すことができる。ここで、 H は弾性率であり、等方性体の平面歪みを仮定した場合には、ヤング率 E および

ポアソン比(ν)を用いて,

$$H=E/(1-\nu^2) \quad (\text{A2.2})$$

で示される. また, u_r および K_r は, 荷重条件は異なるが同一形状のクラックを有する場合の既知の歪み場および応力拡大係数であり, これを参照することにより未知の荷重条件に対する重み付け関数を求めることができる. ここでは, 以下に示すような, 無限体におけるモードⅡにおける歪み場をもとに, モードⅡ下での重み付け関数を求めた.

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \frac{K_{\text{II}}}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 - 2\nu + \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \\ -\cos \frac{\theta}{2} \left(1 - 2\nu - \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \end{Bmatrix} \quad (\text{A2.3})$$

ここで, K_{II} は半無限クラックの応力拡大係数であり, G はせん断弾性率である. また, 座標系には亀裂先端を原点とする (r, θ) 座標系を用いている.