剛塑性有限要素法による β 黄銅単結晶の 切りくず生成機構の解析

上 田 完 次* 真 鍋 圭 司*

J. Japan Inst. Metals, Vol. 56, No. 3 (1992), pp. 327-332

Analysis of Chip Formation Mechanism of β -Brass Single Crystals by Rigid-Plastic FEM

Kanji Ueda* and Keiji Manabe*

The subject of this study is to elucidate cutting mechanism in single crystal materials by numerical simulation. The chip formation mechanism in single crystal cutting of β -brass, which exhibits the characteristics of bcc metals, is investigated by rigid-plastic FEM (Finite Element Method) simulation. The plastic anisotropy of single crystal is introduced in the algorithm of the rigid-plastic FEM by applying the maximum plastic work principle. The chip formation process of single crystal of β -brass is simulated from the initial state to the steady state. The changes of cutting mechanism due to crystallographic orientation such as chip morphology and shear angle are appropriately simulated. In the simulation, the shear angle changes from about 17° to 57° according to the crystallographic orientation. The simulated results are compared with cutting experiments which have been done by *in-situ* SEM (Scanning Electron Microscope) observation technique. The simulated results are in good agreement with the experimental results in terms of the chip morphology and the shear angle.

(Received September 17, 1991)

Keywords: chip formation mechanism, single crystal, β -brass, rigid-plastic finite element method, scanning electron microscope observation, crystal anisotropy

I. 緒 言

近年、切削における加工単位は、微小化する方向にあり、超精密切削技術が発展を遂げている。このような背景の下、微小な切込みににおける切削機構の解明が重要な課題となっている。

切削機構を明らかにするには、対象とする切削の力学的場の大きさ、すなわち加工単位において支配的となる要因を考慮した解析が必要となる。ミクロンレベルの加工単位において金属を切削する場合、切込み深さが相対的に結晶粒より小さくなるため、1つの結晶内を切削する状態となり、結晶の異方性が切削機構に対して支配的となる。したがって、通常の等方性を仮定した解析では不十分であり、結晶の異方性を考慮した解析が必要となる。

単結晶材料の切削実験に基づく研究は、古くから行われて来ており、結晶方位によって切削機構が変化することが解明されている⁽¹⁾⁻⁽³⁾。例えば、bcc(体心立方)金属の特徴を持つ β 黄銅の単結晶をSEM(走査型電子顕微鏡)内切削

による直接観察により、切削機構に対する顕著な結晶方位依存性が明らかにされている⁽¹⁾。

本研究では、単結晶の切削機構、特に切りくず生成機構の解明を目的とし、FEM(有限要素法)によるシミュレーションを行う。弾塑性FEMを用い、単結晶の切削の解析が行われた例もあるが⁽⁴⁾⁽⁵⁾、はじめに切りくず形状を与え、定常状態を対象としており、切りくず生成過程を十分に予測しているとは言えない。

本研究では、剛塑性FEMによるシミュレーション⁽⁶⁾を適用して、切削の開始から切りくずが生成されるまでを連続的に解析する。すなわち、最大塑性仕事の原理を用いて単結晶の異方性を剛塑性FEMに導入し、シミュレーションによって単結晶の切りくず生成機構を解析することを目指す。

解析の対象として、結晶方位が切削機構に及ぼす影響が顕著である β 黄銅単結晶を取上げ、結晶方位を変化させてシミュレーションを行う。解析結果をSEM内切削実験による直接観察結果⁽¹⁾と比較するとともに、解析手法の有効性を検討する。

* 神戸大学工学部機械工学科(Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Kobe University, Kobe)

II. 結晶異方性の剛塑性 FEM への導入

1. 剛塑性 FEM の概要

剛塑性 FEM は、塑性大変形問題を解析するのに適した解析手法であり、多くの塑性加工のシミュレーションが行われている。まず、剛塑性 FEM の概要を述べる。

いま、降伏曲面が凸であり、降伏関数を塑性ポテンシャルとした応力ひずみ速度関係を持つ剛塑性体を考える。動的可容速度場 v_i^* を考えた場合、上界法に基づくと、次の汎関数 Φ は応力がつりあい状態にあるとき最小となる。

$$\Phi = \int_v \sigma_{ij}^* \dot{\epsilon}_{ij}^* dV - \int_{S_t} p_i v_i^* dS \quad (1)$$

ここで、 v は解析対象の領域、 S_t は外力が与えられた表面である。 σ_{ij}^* , $\dot{\epsilon}_{ij}^*$ はそれぞれ、応力、ひずみ速度であり、 p_i は S_t 上で与えられる外力である。なお本論文中のテンソル表示による添字は総和規約に従うものとし、記号* は、動的可容速度場 v_i^* から導出される量を表すものとする。

剛塑性 FEM は、領域 v を要素分割し、式(1)の汎関数を節点速度の関数として表し、汎関数を最小にする速度場を定めるものである。

2. 結晶の異方性の解析

単結晶材料の剛塑性変形場を式(1)を用いて解析するには、単結晶の降伏条件、応力-ひずみ速度関係を定式化しなければならない。

まず、単結晶の降伏条件を定式化する。ここでは、単結晶のすべり方向のせん断応力が臨界せん断応力に達するとすべりが生じると仮定する⁽⁷⁾⁽⁸⁾。

いま、結晶内に N 個のすべり系が存在し、各すべり系において、すべり方向のせん断応力が臨界せん断応力以下という条件は次式となる。

$$1/2(n_i^{(k)} b_j^{(k)} + b_j^{(k)} n_i^{(k)}) \sigma_{ij} \leq \tau^{(k)} \quad (2) \\ (k=1 \sim N)$$

ここで、 $n_i^{(k)}$ は、 k 番目のすべり面の単位法線ベクトル、 $b_i^{(k)}$ はすべり方向を表す単位ベクトルであり、また、 $\tau^{(k)}$ はすべり系 k の臨界せん断応力である。この N 個の式が単結晶材料の降伏条件を破らない条件となる。

次に、単結晶の応力-ひずみ速度関係を定める。塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^*$ が仮定された場合、降伏条件を破らない、すなわち式(2)を満たす応力 σ_{ij} を用いて次の塑性仕事率を考える。

$$\dot{w} = \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^* \quad (3)$$

塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^*$ を生じさせる応力 σ_{ij}^* は、最大塑性仕事の原理より、式(3)の塑性仕事率を最大にする。この塑性仕事率 $\dot{w}$ の最大値を $\dot{w}_{\max}^* (= \sigma_{ij}^* \dot{\epsilon}_{ij}^*)$ と表記する。

単結晶の塑性ひずみと応力の関係を定める問題は、制約条件、式(2)のもとで目的関数、式(3)の最大値 $\dot{w}_{\max}^*$ を

求める線形計画問題であり、シンプレックス法で求めることができる⁽⁹⁾。ただし、塑性ひずみ速度を生じさせる応力は通常複数個存在する。

以上の単結晶材料の基礎式を用い、速度場を決定するために、式(1)の汎関数を最小化させる。しかし前述のように、塑性ひずみ速度を生じさせる応力は複数個存在するため、 Φ を v_i^* の関数として直接的に定式化できない。そこで、塑性仕事率の最大値 $\dot{w}_{\max}^*$ が唯一に定まることを利用し、 $\dot{w}_{\max}^*$ によって変形抵抗を定義し、繰返し計算の中で v_i^* を定める手法⁽¹⁰⁾を用いる。以下にその概要を述べる。

汎関数、式(1)をペナルティ法による剛塑性 FEM によって最小化するため、次のように書き直す。

$$\Phi = \int_v \dot{w}_{\max}^* dV + \int_v \alpha (\dot{\epsilon}_{hk}^*)^2 dV - \int_{S_t} p_i v_i^* dS \quad (4)$$

$$\dot{w}_{\max}^* = \bar{\sigma}^* \dot{\epsilon}^* \cos \Theta \quad (5)$$

ここで、 α は体積一定条件 $\dot{\epsilon}_{kk} = 0$ を満足させるための定数であり、非常に大きな数とする。また、 $\bar{\sigma}$ および $\dot{\epsilon}$ はそれぞれ偏差応力 σ_{ij}^* およびひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^*$ のノルムであり、 Θ は偏差応力空間における偏差応力 σ_{ij}^* とひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^*$ の角度を表す。 $\bar{\sigma}$, $\dot{\epsilon}$ および Θ の関係をまとめると次のようになる。

$$\bar{\sigma} = \sqrt{3/2} \sigma_{ij}^* \quad (6)$$

$$\dot{\epsilon} = \sqrt{2/3} \dot{\epsilon}_{ij}^* \quad (7)$$

$$\Theta = \cos^{-1} (\sigma_{ij}^* \dot{\epsilon}_{ij}^* / \bar{\sigma} \dot{\epsilon}) \quad (8)$$

式(4)を有限要素法によって最小化するために、式(5)の、 $\bar{\sigma}^* \cos \Theta$ を変形抵抗と考えて一定とし、式(7)で与えられる $\dot{\epsilon}^*$ を節点速度で離散化する。これは、節点速度の非線形関数となるため、適当な初期値を与え、ニュートンラフソン法によって解を収束させる。

Fig. 1 に計算のフローチャートを示す。まず、すべり系の配置を入力し、適当な節点速度場の初期値 v_i^* を与える。その速度場 v_i^* よりひずみ速度場 $\dot{\epsilon}_{ij}^*$ を求める。次に、このひずみ速度場に対応する塑性仕事率の最大値 $\dot{w}_{\max}^*$ をシンプレックス法⁽⁹⁾を用いて決定する。さらに、 $\dot{w}_{\max}^*$ より、式(5)から $\dot{w}_{\max}^* / \dot{\epsilon}^* = \bar{\sigma}^* \cos \Theta$ の関係を用いて $\bar{\sigma}^* \cos \Theta$ を決定する。最後に、 $\bar{\sigma}^* \cos \Theta$ を一定として、汎関数 Φ を最小にするよう節点速度場をニュートンラフソン法を適用して修正する。以上の処理を節点速度場が収束するまで繰返すことで、汎関数、式(4)が最小となる節点速度場が決定できる。

シミュレーションにおいては、各ステップにおいて計算される節点変位増分を節点座標に加えることによって要素を変形させて行くが、変形の剛体回転成分のために、結晶方位が変化することが考えられる。本シミュレーションでは、各計算ステップにおいて剛体回転を求め、各要素の結晶方位を修正する。変形速度の剛体回転成分は、速度勾配の反対称部分で定義される次式を用いて計算した。

$$\omega_{ij} = 1/2 (v_{i,j} - v_{j,i}) \quad (9)$$

ここで、 i は $\partial/\partial x_i$ を表す。

Fig. 1 Flowchart for calculation of velocity field of single crystal.

Ⅲ. β 黄銅単結晶の 2 次元切削機構の解析

1. シミュレーションモデル

本研究では、切削の開始から工具を前進させ、切りくずが生成されるまで解析を続けることによってシミュレーションを行う。

Fig. 2 に初期モデルを示す。被削材は 4 節点 4 角形アイソパラメトリック要素によって分割されている。被削材が切りくずとして変形した後も長方形に近い要素形状を維持できるように、初期モデルにおいてゆがめて配置している⁽¹¹⁾。図中の AB および BC には、固定境界条件を与える。工具は剛体とし、切削の進行に伴って工具刃先近傍の要素を再分割することによって工具を前進させる⁽⁶⁾。

また、体積一定条件による要素の拘束を緩和するため、本研究では選択低減積分を用いることとし、式(4)第 1 項を 4 点の積分点により、第 2 項すなわち体積変形に関する項を 1 点の積分点により要素内で数値積分を行う。

Fig. 2 Initial simulation model.

2. β 黄銅単結晶の切削機構の解析

以上のシミュレーションモデルを用いて、 β 黄銅単結晶の切りくず生成機構のシミュレーションを行う。 β 黄銅単結晶は、切削機構に対して結晶方位依存性が大きいことが明らかとなっており、結晶方位の影響をシミュレートするのに適した材料といえる。 β 黄銅の常温における活動すべり系は、(110)面[111]方向であり、bcc(体心立方)金属の特徴を持つ。

シミュレーション条件は、SEM 内切削による実験結果⁽¹⁾と比較するため、工具のすくい角を 0° 、逃げ角を 5° とする。結晶方位と切削方向については、(101)面を観察面とし、観察面法線を軸とし、時計まわりを正として試料を回転させて解析を行う。切削方向と[010]方向のなす角、試料回転角を β とする。この場合、すべり系は切削方向に対して対称となり、変形が 2 次元的になる。Fig. 3 に切削方向と結晶方位の関係を示すステレオ投影図を、Fig. 4 に β が 0° の場合の切削方向とすべり系の配置を表す模式図を示す。

シミュレーションでは平面ひずみ状態とし、Fig. 4 におけるすべり系⑤⑥に関しては、試料回転角 β が正のときのみ考慮し、負のときは無視した。

また、すべり系の加工硬化は無視し、臨界せん断応力 $\tau^{(k)}$ はすべてのすべり系について $\tau^{(k)} = 200 \text{ MPa}$ で一定であるとした。また、工具-被削材の間の摩擦状態は、平均摩擦係数 $\mu = 0.15$ として与えた。

Ⅳ. 解析結果および考察

1. 切りくず形態

試料回転角 β が、 -45° 、 -20° 、 20° の 3 の場合について

Fig. 3 Stereographic projection of crystallographic orientation and cutting direction.

Fig. 4 Relation between cutting direction and crystallographic orientation.

て、シミュレーションによる要素変形状態の例を Fig. 5 のそれぞれ(a), (b), (c)に示す。図中、上から下へと切削が進行する。切削初期から工具の前進とともに、材料が盛り上がり、切りくずが生成されて行く状態がシミュレートされている。

Fig. 5 に対応する結晶方位について、SEM 内切削実験

による切りくず形態の例を Fig. 6 に示し、これらの図を比較し、検討する。

試料回転角 β が -45° の場合、すなわち、Fig. 5(a), Fig. 6(a)を比較すると、実験、計算、共に切込みより小さい厚さを持つ切りくずが生成されている。実験では、切込みの切りくずの厚さに対する比(切削比)は、約1.8となっている。このような、切込みより小さい切りくず厚さを持つ切りくず生成は、単結晶切削に特有な現象であり⁽¹⁾、シミュレーションにおいても切削比は約1.5という値を示し、妥当にシミュレートできたと言える。

β が -20° の場合、Fig. 6(b)の実験では、破壊を伴ったせん断角の小さな切りくず形態となっている。Fig. 5(b)のシミュレーションでは、工具に対し、切込み値の約2〜3倍前方より材料が盛り上がり始め、せん断角の小さな切りくず形態となっており、定性的に一致している。

また、Fig. 5(c), Fig. 6(c)における β が 20° の場合も同様に、実験と計算の対応が認められる。

このように、試料回転角 β の変化に対して切りくず形態は大きく変化しており、結晶方位による影響が実験結果とも対応し、妥当にシミュレートできていると言える。

Fig. 5 Chip formation process simulated by FEM.

Fig. 6 Typical chip shape obtained by *in-situ* SEM observation.

2. せん断角

Fig. 7 は、試料回転角 β と切りくずのせん断角 ϕ の関係を切削実験結果の例、およびシミュレーション結果の例を対応させてまとめたものである。

試料回転角 β が -90° から 90° の変化に対して、せん断角 ϕ の変化は、実験結果、計算結果ともに、 β が負の部分と正の部分においてピークを持つ 2 つの山から成っている。

β が負の部分では、実験では、 β が約 -40° 付近においてせん断角 ϕ は最大値約 62° を取るのに対し、計算では、 β が約 -50° 付近において最大値約 57° を取っている。

また、 β が正の部分では、実験では β が約 35° から約 70° の範囲で ϕ は約 41° から約 46° の値を取るのに対し、計算では、 β が約 40° の付近で ϕ は約 40° から約 41° の値を示している。

さらに、せん断角 ϕ の極小値として、実験では、 β が約 -20° において ϕ は約 16° を取るのに対し、計算では、 β が約 -15° において ϕ は約 17° の値を示している。また、 β が約 90° において、実験では、約 15° 、計算では約 27° の極小値を示している。

Fig. 7 Variation of shear angle with crystallographic orientation.

このように計算値と実験値の間に差異は認められるものの、全体的に、シミュレーション結果は実験結果と定性的な一致を示していると言える。

さらに、式(9)による回転を考慮しない場合の計算結果を Fig. 7 において破線で示すが、せん断角のピーク値をとる角度 β が大きく異なり、結晶方位の影響も小さい。このように、単結晶の切削の解析において、変形に伴う結晶の回転を考慮することが重要であることが分かる。

3. 比切削抵抗

Fig. 8 に、試料回転角 β と主分力方向の比切削抵抗の関係を示す。実験値は、不連続型の切りくずの場合は、変動成分の平均値を示している。せん断角の結晶方位依存性ほど顕著ではないが、比切削抵抗も、結晶方位の影響を受けていると言える。

V. 結 言

結晶の異方性が切削機構に及ぼす影響を解析するため、 β 黄銅単結晶を被削材とし、切りくず生成機構を剛塑性 FEM シミュレーションにより解析を行った。単結晶の特

Fig. 8 Variation of specific horizontal cutting force with crystallographic orientation.

性を剛塑性 FEM に導入し、切削開始から切りくずが生成されるまでの解析を行い、SEM 内切削実験結果と比較、検討を行った。

β 黄銅単結晶の(101)面を観察面とし、切削方向と[0 $\bar{1}$ 0]方向の成す角 β を変化させて、切削シミュレーションを行った。単結晶特有の切りくず生成機構が適切にシミュレートでき、切りくず形態は結晶方位によって大きく変化することが解析できた。

せん断角 ϕ は、試料回転角 β の変化に対して、 β が負と正の部分においてピークを持つ 2 つの山を示す形で変化し、 ϕ は約 17° から約 57° の間の値を示すことなどがシミュレートでき、SEM 内切削実験結果とよい対応が認められた。また、変形に伴う結晶の回転を考慮することにより、実験値と近い値をとることが明らかとなった。

以上のように、剛塑性 FEM シミュレーションによる解析によって、結晶異方性の切削機構に及ぼす影響が明らかとなった。

最後に、本研究を遂行するにあたり御協力いただきまし

た大阪ダイヤモンド工業株式会社、吉永博俊様に感謝の意を表します。

文 献

- (1) K. Ueda and K. Iwata: Annals of the CIRP, **29**, 1(1980), 41.
- (2) 長谷川嘉雄, 花崎伸作, 安富雅典, 木下賢二: 日本金属学会誌, **40**(1976), 881.
- (3) 佐藤元太郎, 加藤良雄, 土屋和博, 青木正一: 日本機械学会論文集, C, **47**, 414(1981), 201.
- (4) 山崎隆夫, 佐藤元太郎: 日本金属学会誌, **51**(1987), 142.
- (5) 白樫高洋, 吉野雅彦, 倉島宏美: 精密工学会誌, **57**(1991), 893.
- (6) 真鍋圭司, 杉村延広, 岩田一明: 精密工学会誌, **56**(1990), 1729.
- (7) G. I. Taylor: J. Inst. Metals, **62**(1938), 307.
- (8) J. F. W. Bishop: Phil. Mag., **44**(1953), 51.
- (9) 大久保忠恒: 塑性と加工, **9**, 93(1968), 681.
- (10) 阿部武治, 長岐 滋, 古野光昭: 日本機械学会論文集, A, **51**, 468(1985), 2042.
- (11) J. S. Strenkowski, J. T. Carroll III: Trans. ASME J. Eng. Ind., Nov. **107**(1985), 349.