銅ビレット連続鑄造の速度場を仮定した 凝固数値シミュレーション

吉田 浩一* 大中 逸雄**

*古河電気工業株式会社メタル総合研究所

**大阪大学工学部材料開発工学科

J. Japan Inst. Metals, Vol. 61, No. 4 (1997), pp. 342-349

Computer Simulation of Solidification in Copper Billet Continuous Casting under an Assumption of Flow Field

Hirokazu Yoshida* and Itsuo Ohnaka**

*Metal Research Center, The Furukawa Electric Co., Ltd., Nikko 321-14

**Department of Materials Science & Processing, Faculty of Engineering, Osaka University, Suita 565

An algorithm has been developed for simulating the solidification in copper billet continuous casting based on the direct finite difference method by assuming a flow field in the melt. The simulation model considers the temperature dependent thermo-physical properties, convection heat transfer due to the movement of liquid and solid phases, latent heat of solidification and heat transfer among carbon and copper molds, billet and cooling water. The simulation results were compared with a measured sump shape, cooling curves and dendrite-arm-spacing (DAS). The sump shape was estimated from the solidification structure obtained by adding molten Sn during casting. An experimentally determined relationship between DAS and cooling rate was used in the estimation of the DAS distribution in the billet. The comparison between calculated and measured results showed a good agreement and it was found that neglecting the heat transfer into the casting direction results in a maximum error of 16.4%. It was also found that a more accurate estimation of the thickness of the solidified layer and temperature near meniscus requires more accurate information on the velocity field.

(Received February 21, 1996)

Keywords: continuous casting, billet, electrolytic tough pitch copper, computer simulation, direct finite difference method, 3 dimensional thermal conductivity analyses, dendrite arm spacing

I. 緒 言

エレクトロニクス分野の高度化に伴い、情報伝達の分野で利用されている銅製品においてはさらに高品質なものが要求されてきている。また、海外からの低価格銅製品に対抗していく上で、更なる生産性の向上も必要不可欠となっている。

このような背景のもとに、低コスト・高品質銅製品を供給していく上で、この製造上最も上工程に位置する鑄塊品質の向上が急務となっている。鑄塊品質には鑄型や冷却条件など種々の要因が存在するが、それらが凝固過程に及ぼす影響は十分には検討されていない。また、生産性向上の一環として鑄造速度を上げると、鑄塊内部および鑄塊表面に割れ欠陥が発生したり、鑄造中のブレーク・アウトが発生するといった種々の問題が発生することがあるが、これらの定量的な解析も十分には検討されていない。

鉄鋼の連続鑄造においてはコンピューター・シミュレーション技術⁽¹⁾⁻⁽⁸⁾が進んでおり、そのシミュレーション技術に

より鑄塊品質の飛躍的な向上が行われている。この場合、熱移動は鑄塊厚さおよび幅方向へ移動する2次元熱伝導解析が主となっている。

しかし、銅は鉄に比較して熱伝導率が高く、鑄造速度が遅いために、鑄造方向への熱移動を無視できないことよりこれらの方法が銅合金の連鑄鑄造に適用できるかどうかは明らかではない。

アルミニウムのDC鑄造については、広沢と宇野⁽⁹⁾などの2次元熱伝導解析による報告があり、また最近では流動を考慮した定常状態での解析⁽¹⁰⁾⁻⁽¹²⁾も行われているが凝固組織との対比が必ずしも十分ではない。

銅合金の連続鑄造については、Pugliaら⁽¹³⁾、横溝ら⁽¹⁴⁾によるスラブの3次元熱伝導解析結果が報告されているが、溶湯流の取扱いや凝固組織との対比が検討されておらず、必ずしも十分ではない。

そこで本報では、鑄塊の移動を考慮した簡易3次元シミュレーション法を提案し、凝固組織等の対比を行い、その妥当性について検討する。

II. シミュレーション方法

1. 鋳造装置と要素分割

Fig. 1 に銅の縦型全連続鋳造装置の模式図を示す. 純銅の連続鋳造に使用される鋳型は, 内側に黒鉛, 外側に銅を使用した二重構造を有するものである. 注湯された溶銅は鋳型および2次冷却(スリット・ラミナー冷却)・3次冷却(ウォーター・ボックス中での浸漬冷却)を経て, 凝固, 冷却され鋸により切断される. なお, 溶銅表面は, フラックス(黒鉛パウダー)で覆われている. 凝固した鋳塊は一方向に連続的に移動し, 鋳型内の未凝固部では, 対流等が生じている.

純銅の熱拡散率は $1.14 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ と鉄に比較して約8倍も高いことおよび鋳造速度が $0.8 \sim 5.0 \text{ mm/s}$ と鉄鋼ビレット鋳造での $30 \sim 80 \text{ mm/s}$ に比較して1桁以上も遅いことより, ビレット鋳塊内での熱は半径方向以外に垂直方向への移動も無視できないものと考えられる.

このような現象および物性値を踏まえて, Fig. 2 に示すような連続鋳造中のビレットおよび鋳型・フラックスを直交要素に分割して解析する. ただし, 今回の解析対象が円形断面ビレットであり, 周方向への熱移動は無視できるとしてリング要素としたが, スラブ等への適用も同様な取扱いで容易に可能となる.

2. 基礎差分式

Fig. 2 のように分割した要素に内節点法直接差分法⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾

Fig. 1 Schematic representation of continuous casting of copper billet.

を適用すると, 熱エネルギー保存則は式(1)の差分式で表現される. なお, 密度は一定と仮定し, 溶湯については非圧縮性として取り扱った.

$$\begin{aligned} & C_P \cdot \rho \cdot V_c \cdot (T_c - T_c^B) / \Delta t \\ &= \sum_j \lambda \cdot S_j \cdot (T_j^B - T_c^B) / L \\ &+ \sum_j C_P \cdot \rho \cdot (1 - f_{sc}^B) \cdot S_j \cdot n_j \cdot u_j \cdot (\bar{T}_j^B - T_c^B) \\ &+ \sum_j C_P \cdot \rho \cdot f_{sc}^B \cdot S_j \cdot n_j \cdot u_j \cdot (\bar{T}_j^B - T_c^B) \\ &+ \Delta H \cdot \rho \cdot V_c \cdot (f_{sc} - f_{sc}^B) / \Delta t \\ &+ \sum_j S_j \cdot (T_j^B - T_c^B) / (d_j / \lambda_j + 1 / h_j + d_c / \lambda_c) \end{aligned} \quad (1)$$

C_P : 比熱	ρ : 密度
λ : 熱伝導率	ΔH : 潜熱
S : 要素境界面積	V : 要素体積
L : 節点間距離	d : 節点から境界までの距離
Δt : タイムステップ	f_s : 固相率
T^B : 時刻 t での節点温度	T : 時刻 $t + \Delta t$ での節点温度
n : 法線ベクトル	u : 風上速度
h : 熱伝達係数	j : 隣接要素番号
c : 熱計算実施要素番号	

式(1)の右辺第1項は熱伝導, 第2項は液相移動, 第3項は固相移動, 第4項は凝固潜熱, 第5項は異種境界間での熱エネルギーの移動を評価したものである.

なお, この式(1)での u は, 要素内に流入する風上側の流速を表し, また $\bar{T}_j$ は流入あるいは流出する温度であり, 流入時には $\bar{T}_j = T_j$, 流出時には $\bar{T}_j = T_c$ と風上側の値を採用する. これらの取扱いについては文献⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾を参照されたい.

また, 式(1)内で用いている熱伝導率および比熱は, 計

Fig. 2 Meshing of the cylindrical model.

算対象の各種物性値⁽¹⁸⁾から直線内挿を行い、この1次式より熱伝導率・比熱を各々計算することで各種物性値の温度依存性を評価した。

次に、凝固潜熱を評価するために要素内の固相量の変化に着目して、連続鋳造中に固相移動が有る場合は、要素間の熱収支による固相量の変化のみならず、固相の移動によっても固相量が増加する。この点を踏まえて、固液共存領域での物質移動を伴う場合の固相量は式(2)を用いて評価する。

$$\rho \cdot V_c \cdot f_{sc} = \rho \cdot V_c \cdot f_{sc}^B + \rho \cdot V_c \cdot \Delta f_{sc} + \sum_j \rho \cdot S_j \cdot n_j \cdot u_j \cdot (\bar{f}_{sj}^B - f_{sc}^B) \cdot \Delta t \quad (2)$$

Δf_{sc} : 式(1)から算出された固相率の変化量

式(2)の右辺第2項は式(1)から算出される要素内の温度変化による固相率の変化について評価したもの、第3項は正味流入する固相量である。なお、 $\bar{f}_{sj}$ は $\bar{T}_j$ と同様に、流入時には $\bar{f}_{sj} = f_{sj}$ 、流出時には $\bar{f}_{sj} = f_{sc}$ 、と風上側の値を採用する。

計算方法としては、式(1)で右辺第4項凝固潜熱項を除いて熱計算を行い、節点温度が液相線温度以下になる場合には温度を液相線温度に回復させ、これに見合う固相率を求める温度回復法⁽¹⁵⁾を使用した。

また、式(2)から最終的な固相率を算出し、この固相率が1になるまで固相率の評価を行う。この温度回復法では、固相率が変化するとしているが、その際の固相率と温度の関係としては、固相中の拡散をも考慮するために以下の式(3)⁽¹⁹⁾を用いた。

なお、今回解析対象としているタフピッチ銅(酸素含有量200 mass ppm)は共晶系合金であり、固相率が0.982以上では式(3)から得られる値が共晶温度以下となるため、この固相率以上では共晶温度とした。

$$T = T_f - (T_f - T_L) \cdot (1 - a \cdot f_s)^b \quad (3)$$

但し、

$$\alpha = 4 \cdot D_S \cdot t_f / \lambda^2$$

$$a = 1 - 4 \cdot \alpha \cdot k_0 / (1 + 4 \cdot \alpha)$$

$$b = (k_0 - 1) / a$$

T_f : 溶媒純金属の融点 (1356 K)

T_L : 液相線温度 (1355.02 K)

k_0 : 平衡分配係数 (0.04)

D_S : 拡散係数⁽¹⁸⁾ ($3.36 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$)

t_f : 凝固時間 (3 s)

λ : デンドライト間隔 ($1.2 \times 10^{-4} \text{ m}$)

さらに、鋳型内の溶湯の流動を考慮するために、固相部および液相部で速度場を仮定した。後述のように凝固組織は柱状晶組織となっているため、固相部はすべて鋳造方向へ鋳造速度と同一速度で移動していると仮定した。固液共存領域においても同じ速度場を与えた。液相領域については、液相間および固液共存領域との接触部を含めて、質量保存則が満足されるよう、すなわち、要素内への溶湯流入量と要素外への流出量が等しくなるように要素境界での流速を設定した。具

体的には、本モデルの溶湯の最上部の最右端の要素の流入量は、下向きに流出する溶湯量と同じとする。この要素の左側に隣接する要素の流入量は、右側の要素への流出並びに下向きに流出する溶湯量の合計と同じとする。この操作を順次行った。なお、下向速度は、鋳造速度とした。鋳型内へ注湯しているノズル内には、実際の注湯流の平均値を与えた。ノズルから吐出された溶湯流は半径方向に広がり鋳型内面まで到達し、各々の要素から鋳造方向側へと流れが変化していくと仮定した。Fig. 3に各要素の半径方向・鉛直方向への速度を合成した溶湯流を示す。これらの半径方向・鉛直方向への流速を用いて式(1)にて熱計算を行った。

なお、本研究では速度場として単純な流れ場を仮定したが、計算による複雑な流れ場も容易に使用できる。

3. 物性値・境界条件および計算条件

タフピッチ銅ビレット(組成, O : 200 mass ppm, H : 0.27 mass ppm, S : 6 mass ppm)を解析対象としており、熱計算を行う上で重要な熱伝導率・比熱については液相から室温までの全温度範囲において温度依存性を考慮した。また、フラックス(黒鉛粉)および鋳型(黒鉛+銅)についても同様に温度依存性を考慮した。熱計算を行う上での計算条件をTable 1に示す。

鋳造時の1次冷却(鋳型)、2次冷却(スリット・ラミナー冷却)、3次冷却(水中浸漬冷却)での冷却に関してはFig. 4に示す鋳型の熱抵抗を考慮した総括熱伝達係数を使用した。

なお、鋳造速度が変化した場合には、鋳型を構成している黒鉛および銅の温度が変化するためにこれらの比熱・熱伝導率もわずかに変化する。このために、全熱抵抗が変化する

Fig. 3 Schematic diagram of assumed velocity vectors.

Table 1 Fundamental conditions used for calculation.

Casting temperature (K)	1393
Casting speed (mm/s)	2.83
	3.50
	4.33
Temperature of Cooling water (K)	298
Temperature of atmosphere (K)	298
Initial temperature of flux (K)	873
Initial temperature of mold (K)	873

Fig. 4 Heat transfer coefficient, h .

が、今回は鋳造速度 3.50 mm/s の値をすべての場合に適用した。

鋳型の上部冷却領域(メニスカス位置から 100 mm)については、黒鉛パウダーの鋳型内面固着を考慮し、なおかつ鋳造速度 3.50 mm/s での実測温度分布と計算の温度分布が合致するように熱伝達係数を決定した。また、それ以降の鋳型下部の鋳型冷却領域では、実鋳造において測温された鋳塊内温度データより算出された輻射を含む熱伝達係数の値を採用した。

鋳型下方のスリット・ラミナー冷却領域での熱伝達係数(輻射を含む)は、加熱銅ブロックの水冷実験から得られた温度データを用いて、非定常伝熱解析より得られた値を用いた。

さらに下方の浸漬冷却領域での熱伝達係数は、実鋳造において測温された鋳塊内温度データより算出された熱伝達係数を用いた。

Ⅲ. 温度測定および凝固組織の観察

ビレット鋳塊内の温度分布を求めるために、連続鋳造中に定常状態になった時点で複数の K 型熱電対を溶湯中に挿入し、そのままの状態での鋳込みを継続し、熱電対挿入時から熱電対長 1000 mm 降下位置までのビレット内の温度降下を記録した。凝固冷却後にビレットを切断し、旋盤加工を行い投入した熱電対の先端の半径方向位置の測定を行った。

また、温度測定と同一条件で鋳造したビレットよりスライス状試片を採取し、デンドライト・アーム・スペーシング

Fig. 5 Schematic representation of equipment measured sedimentation and diffusion velocity of tin.

(DAS)の半径方向の分布を2次枝法⁽²⁰⁾にて測定した。本合金鋳造時の冷却速度($R: K/s$)は、「 α 相の大部分の凝固が終了した冷却曲線の直線部分の勾配」より算出する方法⁽²⁰⁾を採用した。

次に、ズンプ形状の測定方法としては、純銅ビレット鋳造中に鋳型内に 1173 K の溶融 Sn を鋳造中の溶湯部重量の 3 mass% 相当分を添加して鋳造を継続し、凝固冷却後にビレットを切断し、縦断面マクロ組織より求めた。

この溶融 Sn の鋳型内での挙動を評価することを目的として Fig. 5 に示す実験装置を用いて Sn の沈降・拡散速度を求めた。

測定条件としては、坩堝(A)内の 1393 K の静置溶銅中に、坩堝(B)内の 1173 K の溶融 Sn を実鋳造と同様な手法で注湯した。

坩堝(A)内に設置している K 型熱電対で溶湯温度を記録し、Sn 投入から温度変化発生までの時間差を測定した。その値および熱電対浸漬深さから Sn の沈降・拡散速度を算出した。

今回の鋳造時の測温実験およびズンプ測定等の鋳造条件は、計算に使用した条件と同じである。

Ⅳ. 結果および考察

Fig. 6 に連続鋳造中に溶融 Sn を投入して得られたタフピッチ銅ビレットの縦断面のマクロ組織を示す。鋳塊表面から柱状晶が中心部まで成長しており、Sn 投入により凝固界面での等軸晶発生がみられた。

この等軸晶発生領域近傍での Sn 濃度の分析を行った結果を Fig. 7 に示すが、等軸晶領域では Sn 濃度が高いことが確認された。さらに、鋳塊表面近傍での Sn 濃度は高い値を示しており、鋳塊中心部での Sn 濃度は低い値を示している。このことから、溶融 Sn は鋳型内に投入された後に、徐々に希釈されながらビレット中心部に到達していると推定される。

Fig. 8 に鋳塊内温度分布の実測値と計算値とを比較して

Fig. 6 Macrostructure of electrolytic tough pitch copper billet. (Casting velocity is 3.5 mm/s)

Fig. 7 Distribution of Sn concentration. A: 130 mm from billet center. B: billet center. (See Fig. 6)

いるが、最大7.0%差で一致していることが分かる。

ズンプ形状については溶融 Sn の添加により可視化したが、前述の坩堝実験より溶融 Sn の沈降・移動速度が 80 mm/s と遅いことが確認された。すなわち、Sn 添加後から固液界面までに溶融 Sn が到達するまでに時間がかかり、その間に凝固シェルが成長する。したがって、鋳塊のマクロ組織より得られたズンプ形状は実際のズンプ形状よりも浅くなる。そこで、溶融 Sn の沈降・移動速度から到達時間を算出

Fig. 8 Comparison between calculated and measured temperature profiles. (Casting velocity=3.50 mm/s) A: 121 mm from billet center. B: 83 mm from billet center. Calculated 1: with heat transfer in the casting direction. Calculated 2: without heat transfer in the casting direction.

Fig. 9 Comparison between calculated and measured sump profiles. ETP billet 300 ϕ mm, casting velocity=3.50 mm/s.

し、その間の casting 引き抜き量を逆算することでその時のズンプ形状を推測した。

Fig. 9 に熱計算によって求めた液相線温度位置と凝固終了位置である固相線温度(共晶温度)を示した。今回の計算対象はタフピッチ銅であり、固液共存温度範囲が 17 K と小さいことより、ビレット表面近傍では凝固開始位置(液相線温度)と終了位置とはほぼ同じ位置となるが、鋳塊中心部に近づくにしたがって凝固開始位置と終了位置が解離していくことが分かる。

また、同グラフに測定されたズンプ形状と補正したズンプ形状と計算値との対比を示すが、温度分布と同様に補正した値と熱計算から求めた液相線温度位置とは良く一致している。これは、固相中の拡散移動は、液相中の拡散移動よりも 1 オーダー程度遅く、また液相中では対流により移動しやすいため、Sn はほぼ凝固開始位置付近で急激に移動しにくくなるためである。

また、鋳造速度のみを変更し、その他の初期条件および境界条件は同一として熱計算を行い得られたズンプ形状と実測

Fig. 10 Comparison between calculated and measured sump profiles. ETP billet 300 ϕ mm, casting velocity=2.83 mm/s.

Fig. 11 Comparison between calculated and measured sump profiles. ETP billet 300 ϕ mm, casting velocity=4.33 mm/s.

Fig. 12 Optical micrograph showing dendrite of electrolytic tough pitch copper.

値との対比を Fig. 10, 11 に示すが、かなり良く一致している。

しかし、鋳型内では計算値に比較して、実測値の方が凝固が遅れる傾向がある。すなわち、実測値とのずれ(100×(実

Fig. 13 Relation between cooling rate and DAS. (oxygen content 200 mass ppm) A: Regression line. B: 95% confidence limits.

測値－計算値(液相線温度位置)/最終凝固位置実測値)は、ビレット表面近傍で最大4.6%であるが、鋳塊表面からビレット中心までの各測定点での平均は1.7%であった。なお、Fig. 9～11 に示している Sn の沈降・移動速度からのズンプ形状の補正は、鋳造速度 4.33 mm/s のビレット中心部で最大 30 mm となり、最終凝固位置実測値に対しては5.4%のずれであった。ビレット表面近傍での凝固遅れの原因としては、今回仮定した流動より複雑なバルク流動がノズル近傍で発生していることが考えられ、今後検討する必要がある。

次に、ビレット内の DAS の分布についての評価を行った。DAS と冷却速度との関係式は、成分・冷却速度の評価法などにより係数が異なり、連続鋳造におけるタフピッチ銅での DAS と冷却速度との関係はほとんど報告されていない。本合金のマイクロ組織は、Fig. 12 に示すようにデンドライト形状を有するものである。Fig. 13 に熱電対で実測した冷却速度と温度測定位置での DAS との関係を示す。これらのデータより、式(4)の冷却速度と DAS との関係式を導いた。

$$\text{DAS} = 68.7 \times R^{-0.36} \quad (4)$$

$$n = 24 (r^2 = 0.85)$$

一方、熱計算結果から、固相線温度直下での冷却速度を算出し、その冷却速度から式(4)を用いて DAS の推定を行った。この DAS の計算結果とその推定値の95%信頼区間と実測値との対比を Fig. 14 に示すが、ビレットの半径方向での DAS の分布の計算値と実測値は良く一致している。なお、鋳塊表面から 100 mm 内部での DAS の実測値は、計算値に比較して小さくなっているが、DAS の推定値の95%信頼区間内には入っている。

次に、今回の3次元シミュレーションの基礎差分式に導入している各項の影響を評価するために、以下の計算を行った。

Fig. 14 Comparison between calculated and measured secondary arm spacing. (Casting velocity=3.50 mm/s)

第1に、境界条件等はすべて同一とし、鑄造方向への熱伝導項を削除し半径方向のみの熱移動を評価する従来の円板モデルを用いて計算を行った結果を Fig. 8 に示す。この結果、鑄造方向の熱移動を考慮した場合に比べて冷却が最大16.4%遅れることが分かった。このことより、鑄造方向の熱伝導による熱移動を無視できないことが分かる。

第2に、ノズル内溶湯の温度を1393 K、境界条件はすべて同一であるが速度を0とした。この場合には、鑄塊計算対象のすべてが固相となった。これは、溶湯流入による熱量を評価していないためである。すなわち、溶湯流入熱量を無視したモデル化を行う場合には、異常に高い注湯温度を仮定しなければならないことが分かる。

第3に、式(2)を通常考えられる中央差分的な取り扱いをすると付録の式(A-5)となる。そこで、境界条件はすべて同一とし、3.50 mm/sの速度を与え、式(A-5)を用いて計算を行ったところ、Fig. 9に示すように実測値とのずれは最大27.1%となった。これは、式(1)で式(2)と同様な中央差分的な取り扱いをしなかったためと考え、式(1)で中央差分的な取り扱いをした所、ズンプ形状はかなり改善されたものの、異常な温度上昇が見られた。これは、以下のような例を考えてみれば理解できる：今、要素1, 2, 3を考え、要素1, 2の固相率を0、要素3の固相率を0.4、固相は要素1から3の方向へ移動するとする。この時、要素2への固相流入は、式(1), (2)(風上差分的な取り扱い)では0となるが、中央差分的な取り扱いでは本連続鑄造ではあり得ない負の値となる。本プログラムでは固相率と温度の関係が状態図を満足するように潜熱放出を考慮しているので異常な温度上昇となったと考えられる。すなわち、式(1)(2)では風上差分的離散化が必要である。

ところで、今回の純銅ビレットでの熱移動の割合を Fig. 15 に示すが、溶湯が持ち込む熱量(潜熱を含む)を100%とした場合に鑄型部で全体の31.5%、2次冷却部で50.6%、3次冷却部で残りが奪われることが分かる。

Fig. 15 Thermal balance. (Casting velocity=3.50 mm/s)
Q_{cond}: Transferred through conduction. Q_{conv}: Transferred through billet movement.

最後に、今回鑄型内溶湯の簡易流動モデルを用いた3次元の伝熱解析(総要素数1000)を、ワークステーション(機種名: Sun Sparc Station 5, 21.7 flops)を用いて実施したが、計算時間は約3分と短時間で安定解が得られた。

これらのことより、3次元の熱計算を行うことが必要な純銅の連続鑄造において、凝固形態・温度分布の再現性および計算時間の経済性の観点から極めて良好な結果を得ることができたと判断される。

しかし、ビレット鑄塊表面近傍での凝固シェルの成長において実測値の方が計算値に比較してわずかな遅れが生じている。今後目的に応じて、より正確にバルク流動を考慮した解析が必要であろうが、この場合にも式(1), (2)はそのまま利用できる。

なお、本開発プログラムおよびこれらの解析結果は鑄塊品質の向上および生産性向上のための鑄塊冷却法(鑄型設計・冷却法の最適化等)の開発に利用されている。

V. 結 論

本研究では、純銅ビレット連続鑄造時の温度解析を目的として、直接差分法を用いて円柱型での伝熱モデルを考え、3次元の差分方程式を導出した。ただし、鑄型内での溶湯流場については仮定した。そして、実測結果と比較し、以下のような結果を得た。

(1) 同一冷却条件で鑄造速度2.88~4.33 mm/sの範囲でズンプ形状の実測値との差は平均で1.7%であり良く一致し

ていることが確認された。また、温度分布も最大7.0%差で一致することが確認された。

(2) タフピッチ銅の DAS と冷却速度(R)との関係は

$$\text{DAS} = 68.7 \times R^{-0.36}$$

で与えられ、この関係式を利用して、推定した DAS 分布は実測値とよく一致した。

(3) 本連続鋳造では鋳造方向への熱伝導を考慮しないと、温度として最大16.4%の誤差が生じる。

(4) 中央差分的な離散化を行うと著しい誤差が生じるために、風上差分的な離散化が必要である。すなわち、固相率の保存則として、式(2)の $\bar{f}_s$ は風上の固相率を用いることが望ましい。

(5) 本簡易流動シミュレーションでは、鋳塊表面近傍での凝固が4.6%程度実測値より早くなる。この原因はバルク流動の仮定に問題が有ると考えられる。

(6) ズンプ形状測定に用いた Sn 投入では、溶湯中での Sn の沈降・移動速度は 80mm/s と遅く、ズンプ形状測定には注意する必要がある。

文 献

- (1) E. A. Mizikar: Trans. Metall. Soc. AIME, **239**(1967), 1747.
- (2) 大井 浩, 松野淳一: 鉄と鋼, **60**(1974), 807.
- (3) 松野淳一, 中戸 参, 大井 浩: 鉄と鋼, **60**(1974), 1023.
- (4) 中戸 参, 鞭 巖: 鉄と鋼, **66**(1980), 33.
- (5) T. W. Clyne, A. Garcia, P. Ackermann and W. Kurz: J. Met., **34**(1982) 2, 34.
- (6) 北村 章, 小西正躬, 清水孝之, 尾上善則, 久徳千三: 鉄と鋼, **70**(1984), 1022.
- (7) 高輪武志, 高木 勉, 友野 宏, 奥野圭吾, 三木裕貴, 榎本良敏: 鉄と鋼, **74**(1988), 2294.
- (8) 高橋忠義, 大笹憲一, 片山教幸: 鉄と鋼, **76**(1990), 728.
- (9) 広沢栄一, 宇野照生: 住友軽金属技報, **15**(1974), 3.
- (10) S. C. Flood, L. Katgerman, A. H. Langille, S. Rogers and C. M. Read: Light Metals, **1989**(1988), 943.
- (11) D. P. Cook, S. Nishioka and J. W. Evans: Metall. Trans. B, **26B**(1995), 1271.
- (12) Ch. Raffourt, Y. Fautrelle, J.L. Meyer and B. Hannart: *Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes V*, TMS, 1991, 691.
- (13) A. D. Puglia, D. Quilghini, B. Tesi, G. Zonfrillo and P. Lombardi: Materials Science and Technology, **5**(1989), 595.
- (14) 横溝健治, 香川 学, 東峰浩之, 児玉英世: 日立電線, **10**(1991), 135.
- (15) 大中逸雄: コンピュータ伝熱・凝固解析入門, 丸善, (1985),

43.

- (16) I. Ohnaka: *Freezing and Melting Transfer in Engineering, Selected Topics on Ice-Water Systems and Welding and Casting Processes*. Ed. by K. C. Cheng and N. Seki, Hemisphere Pub., (1991), Chapter 21.
- (17) I. Ohnaka and K. Kobayashi: Trans. ISIJ, **26**(1986), 781.
- (18) 日本金属学会: 金属データブック, 丸善, (1993), 15.
- (19) I. Ohnaka: Trans. ISIJ, **26**(1986), 1045.
- (20) 軽金属学会: アルミニウムのデンドライトアームスプレッングと冷却速度の測定法(1988), 2.

付録. 固相に関する質量保存則の差分式

固相域および液相域を考慮した質量保存則は式(A-1), (A-2)で表せる。

$$\begin{aligned} V_c \frac{\partial \rho_s \cdot f_{s_c}}{\partial t} &= \rho_s \cdot V_c \frac{f_{s_c} - f_{s_c}^B}{\Delta t} + (V \cdot f_s)_c \frac{\partial \rho_s}{\partial t} \\ &= \sum (\rho_s \cdot f_s \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \cdot S)_j + V_c \cdot \rho_s \frac{\Delta f_{s_c}}{\Delta t} \end{aligned} \quad (\text{A-1})$$

$$V_c \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} = \sum (\bar{\rho} \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \cdot S)_j \quad (\text{A-2})$$

また、密度一定とすると、

$$\bar{\rho} = \rho_s \cdot f_s + \rho_L \cdot (1 - f_s) = \rho_s \quad (\text{A-3})$$

したがって、式(A-2)は

$$V_c \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} = V_c \frac{\partial \rho_s}{\partial t} = \sum (\rho_s \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \cdot S)_j \quad (\text{A-4})$$

式(A-4)を、式(A-1)に代入すると、論文中的式(2)となる。

これにより、数値計算上生じる誤差を質量保存則を考慮して、計算精度を上げることができる⁽¹⁷⁾。

通常の方法では式(A-1)で $\partial \rho_s / \partial t = 0$ とし、対流項における f_s として節点間での平均値を使用するであろう。すなわち、鋳造方向にのみ固相移動のある本解析では次式となる。

$$\begin{aligned} (\rho_s \cdot V)_c \cdot f_{s_c} &= (\rho_s \cdot V)_c \cdot f_{s_c}^B + (\rho_s \cdot V)_c \cdot \Delta f_{s_c} \\ &\quad + \rho_s \cdot U_c \cdot S \cdot \Delta t \cdot (f_{s_{j-1}} - f_{s_{j+1}}) / 2 \end{aligned} \quad (\text{A-5})$$

なお、各式で用いた添字・記号は以下の内容を示す。

S: 固相	L: 液相
$\bar{\rho}$: 要素内平均密度	U_c : 鋳造速度
$j-1$: 計算要素の風上側の隣接要素番号	
$j+1$: 計算要素の風下側の隣接要素番号	