連铸モールドフラックスフィルム中の熱移動に 占める放射伝熱のモンテカルロ法による解析

太田 弘道* 柴田 浩幸**
江見 俊彦** 早稲田嘉夫**

*茨城大学工学部物質工学科

**東北大学素材工学研究所

J. Japan Inst. Metals, Vol. 61, No. 4 (1997), pp. 350-357

Radiative Component of Heat Transfer in Mold Flux Film for Continuous Casting of Steel Analyzed by Monte Carlo Method

Hiromichi Ohta*, Hiroyuki Shibata**,
Toshihiko Emi** and Yoshio Waseda**

*Faculty of Engineering, Ibaraki University, Hitachi 316

**Institute for Advanced Materials Processing (AMP), Tohoku University, Sendai 980-77

A new approach by applying the Monte Carlo method has been developed to estimate the radiative component of heat transfer of a mold flux film in the continuous steel casting process. The variation of total heat flux in the mold flux film for continuous casting of steel is calculated as a function of scattering albedo for cases with and without contact resistance between the mold flux and the mold. The scattering albedo of the crystallized mold flux was also determined from the measurement of the ratio of transmitted laser beam intensities through two samples of different thicknesses. Eight to thirty% of the total heat flux in the mold flux film is induced by crystallization, due mainly to the change in absorption of the radiative component.

(Received October 14, 1996)

Keywords: thermal conductivity, continuous casting, mold flux, radiation, heat transfer, Monte Carlo method

I. 緒 言

鋼の連続鑄造の生産性を向上させるため、鑄造速度の高速化が求められている。連鑄鑄片/鑄型間の潤滑および伝熱の制御に用いられているモールドフラックス(以下本稿ではフラックスと略称)は連鑄鑄片/鑄型間で、液体、結晶、ガラスの3相からなるフィルムを形成する。このフラックスの物性により、割れなどの欠陥のない鑄片を安定して製造できる鑄造速度に差が生ずる。最近、 ZrO_2 を添加することにより、結晶の比率を高めたフラックスを用いて炭素濃度0.08~0.16%の亜包晶鋼の高速連鑄が試みられ、良好な成果が得られている。この場合、連鑄鑄片/鑄型間の熱流束が減少し、連鑄鑄片の冷却速度が低下することにより表面性状の良好な鑄片が得られると考えられている⁽¹⁾⁽²⁾。また、Ohmiyaら⁽³⁾山内ら⁽⁴⁾は大きな温度差を持つ壁面でフラックスを挟み壁面間の熱流束を測定し、結晶化に伴い熱流束が減少することを報告している。

熱流束制御の基礎物性値となる熱拡散率について、著者ら

は高温融体を対象とする示差3層レーザーフラッシュ法⁽⁵⁾⁽⁶⁾、および高温測定において重要となる熱放射の影響を補正するデータ解析法⁽⁷⁾を開発した。これらの手法を用いて赤外線吸収の大きい酸化鉄を含むフラックス、ならびに連鑄鑄片/鑄型間の熱流束を減少させる ZrO_2 、 TiO_2 を添加したフラックスについて、熔融状態における熱拡散率を正確に決定した。また、レーザーフラッシュ法⁽⁸⁾⁽⁹⁾により同一組成の試料について、ガラスおよび結晶状態における熱拡散率測定も実施した結果、(1)フラックスの熔融状態における熱拡散率の値は約 $4 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ 、ガラス状態における熱拡散率の値は、約 $4.6 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ であり、(2)酸化鉄、 ZrO_2 、 TiO_2 を含む場合も顕著な組成依存性、温度依存性は示さない。(3)結晶化した試料についても、800 K以上ではガラス状態との熱拡散率の値の差は小さい⁽⁶⁾⁽¹⁰⁾という知見を得ている。これらの結果は、結晶化に伴う熱流束の減衰がフラックス中の放射エネルギーの透過が著しく妨げられることに起因することを示唆している。しかし、連鑄鑄片/鑄型間のフラックス中の伝熱解析は熱放射の散乱、吸収、放射と伝導伝熱が共存し挙動が複雑なため、著者らの知る限りでは、この結晶化に伴う

熱流束の減衰について伝熱理論に立脚した十分な検討が行われていない現状である。

放射率測定分野ではモンテカルロ法による熱放射の挙動の解析が有効な手法として活用されている⁽¹¹⁾。また最近では大量のデータ処理を必要とするモンテカルロ法もパーソナルコンピュータの高速化、大容量化に伴い、容易に適用可能な手法となりつつある⁽¹²⁾。本報告は、原理が簡単で直観的に把握しやすいこと、高精度の計算が比較的短時間でできることなどの利点をもつモンテカルロ法を採用し、フラックス中の熱流束を伝熱基礎理論に基づいて詳細に解析する手法の開発を試みた。この新しい手法の原理、具体的な手順およびフラックスの物性値を用いた検討結果について報告する。

II. モンテカルロ法を用いた新しい解析法の開発

Fig. 1(a)に示すフラックスは距離 L を隔てて向かい合う温度 T_1, T_2 、熱放射率 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ の 2 枚の壁の間にある。壁の面積および面方向の温度分布に対しフラックス相は十分に薄く、1 次元定常伝熱として解析を行うことが可能である。融体相中の熱移動に関する物性値は、吸光係数 a 、散乱アルベド ω 、熱伝導率 λ 、屈折率 n によって表すことができる。強度 I の放射エネルギーがフラックス中を距離 ds を透過した後、 $aI ds$ だけ強度が減衰する場合、この a の値を吸光係数と定義する。この減衰のうちの吸収による減衰の割合が散乱アルベド ω に相当する。散乱のみを行う物質は考えられないため、 ω は $0 \leq \omega < 1$ で定義される。吸収係数 κ は吸光係数および散乱アルベドを用いて、 $\kappa = a(1 - \omega)$ と表すことができる。散乱のない場合は $\omega = 0$ と扱うことができ、この場合、吸収係数 κ は a と等しくなる。散乱については放射エネルギーと入射方向の相関を考慮した解析も可能であるが、連铸フラックスの散乱の方向性に対する測定例はない。したがって本研究では散乱の近似としてよく用いられる散乱の方向が完全にランダムである等方性散乱を採用し解析を試みる。

熱放射挙動は空間を要素に分割しある要素から放射された放射エネルギーがどの要素にどれだけ吸収されるかを求めることにより解析できる。この問題は、さらに(a)ある要素から放射される放射エネルギー量、(b)ある要素からの放射の各要素による吸収比率の 2 つの量を求める過程に分解して考えると扱いが容易となる。

ある要素から放射される放射エネルギーは、その要素の温

Fig. 1 (a) Schematic diagram and (b) the elements for calculation of the mold flux layer.

度 T と放射に関する物性値(吸光係数 a 、散乱アルベド ω 、表面の放射率 ε 、屈折率 n)に依存する。一方、そのエネルギーの各要素による吸収の割合は、系の温度には依存せず、系の空間的配置と放射に関する物性値のみに依存する。具体的には系の任意の部分の微小体積 dV あるいは微小表面 dA からの全放射エネルギーが 1 の場合、系の各部分における吸収エネルギー(吸収比率)の分布は、 dV あるいは dA の位置、放射物性値(吸光係数 a 、散乱アルベド ω 、放射率 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 、屈折率 n)および系の形態に依存し、温度 T に依存しない。この点を踏まえ本研究の伝熱解析は、モンテカルロ法により放射の吸収比率の空間分布を求める過程と、得られた空間分布を用いて繰り返し計算により放射伝熱と伝導伝熱が同時に伝熱方程式を満足する温度分布を導出する 2 つの過程に分けて実施した。

1. 放射の吸収比率の導出

モンテカルロ法により計算を離散化するため、放射エネルギーの粒子の概念を導入する。粒子は同一のエネルギーを持つ。1 つの粒子のエネルギーは分割できず、部分的に吸収、放射、散乱、反射されることはない。本研究の解析では比率を扱うのでエネルギーの絶対値は無視し、個数のみを考える。モンテカルロ法では関数を確率に変換して扱う。例えば、長さ l の要素中で赤外線が一樣な強度で発生している状態は 0 から 1 までの間の値を取る一樣乱数 R を用い、エネルギー粒子が次式のように lR で定義される位置で粒子が発生する現象としてとらえる。

$$\text{粒子発生位置} = lR \quad (1)$$

発生した粒子は放射の基礎式により吸収位置を決定する。実際の解析においては放射の方向と吸収についていくつかの基礎式を満足する必要がある。これらの基礎式は以下の手順により乱数 R_i に置き換える。まず対象とする現象 x を領域 $C_1 < x < C_2$ で定義され積分値が 1 の関数 $f(x)$ として記述する。ついで R_i が x と dx の間にある確率が $f(x)dx$ を満たすように R_i を定める。 R_i はゼロから 1 までの一樣乱数を R として式(2)で表される。

$$R = \int_{C_1}^{R_i} f(x) dx \quad (2)$$

放射の方向は以下のように乱数に変換する。

(1) フラックス内部からの放射の方向：フラックス内部からの放射は等方的に射出される。Fig. 2 の球の中央に微小なフラックスを置き定義域における積分値を 1 とするため、全放射量を 1 とする。壁面の法線とのなす角 θ の方向に分配される放射の量を考える。球の内面の照射は均一であるから、直径 1 の球を考えると θ 方向の強度 $f(\theta)$ は球面の θ 方向における帯状の $d\theta$ の部分の面積の全球面の面積に対する比を $d\theta$ で割った値となる。したがって

$$f(\theta) = 2\pi \sin \theta d\theta / (4\pi d\theta) = (\sin \theta) / 2 \quad (3)$$

式(2)および(3)に基づいて放射の方向は次式で与えられる乱数 $R_{\theta(m)}$ で表される。

Fig. 2 Sphere to evaluate the distribution of radiation energy from the mold flux and wall to the θ direction.

$$R_{\theta(m)} = \cos^{-1}(1-2R) \quad (4)$$

(2) 壁面からの放射の方向：鋳型および鋳片の表面からは対向する半空間に放射が生じ、その放射量はランベールの余弦法則により $\cos \theta$ に比例する。Fig. 2 の球の中央に微小表面を置く。表面からは上部の半空間にのみ放射が行われるので、球の上半球のみを扱えばよい。この半球面の θ と $d\theta + \theta$ で挟まれる帯状の部分の面積は Fig. 2 から明らかなように $2\pi \sin \theta d\theta$ で表されるから、この部分の放射の積分値は $2\pi \sin \theta \cos \theta d\theta$ で与えられる。半球上の全放射は、この値を $\theta=0$ から $\pi/2$ まで積分し、 2π となる。従って全放射量を 1 とした場合の θ 方向の放射量は次式で与えられる。

$$f(\theta) = \sin \theta \cos \theta \quad (5)$$

式(2)を満足する放射の方向 $R_{\theta(s)}$ は次式で与えられる。

$$R_{\theta(s)} = \cos^{-1} \sqrt{1-R} \quad (6)$$

(3) 吸収および散乱：吸光係数 a の媒体中を強度 I の放射が距離 ds 進行すると $aI ds$ だけ強度が減衰する。

$$-dI = aI ds \quad (7)$$

$s=0$ で強度 1 の放射の距離 s における放射の減衰を表す関数 $f(s)$ を考え、 s と $s+ds$ の間で $f(s)ds$ だけ減衰が起こるとする。放射は最終的に吸収あるいは散乱され強度ゼロとなるから、この関数の定義域における積分値 $\int_0^\infty f(s)ds$ は 1 となる。この放射の距離 s における強度 I_1 は $s=0$ で $I=1$ として式(7)を積分することにより得られる。

$$I_1 = e^{-as} \quad (8)$$

従って距離 s と $s+ds$ の間の放射の減少は式(7)および式(8)から次式で表すことができる。

$$f(s)ds = ae^{-as}ds \quad (9)$$

$f(s) = ae^{-as}$ に式(2)を適用すると、 $s=0$ で放射された粒子が減衰する距離 R_s が次式で与えられる。

$$R_s = -\log(1-R)/a \quad (10)$$

R_s は粒子が吸収も散乱も受けずに到達する距離であり自由行程と呼ぶ。吸収か、散乱かは全減衰に対する散乱の割合を表す散乱アルベド ω により定める。粒子が自由行程 R_s に進行したら乱数 R を発生させ、 $R > \omega$ の場合は吸収、 $R \leq \omega$ の場合は散乱させる。散乱させる場合は再び散乱方向と自由行

程を与える。等方性散乱を仮定し、散乱後の方向および自由行程はそれぞれ式(4)および(10)により求める。

(4) 壁面における反射および吸収：放射した粒子が、Fig. 1 の壁面に到達したら壁面の吸収係数に従って吸収あるいは反射させる。具体的には放射率 ε と吸収係数を等しいとおき、一様乱数 R を発生させ $R \leq \varepsilon$ の場合は吸収、 $R > \varepsilon$ の場合は反射とする。Fig. 1 の向かい合う壁面はともに金属平面であり、平均的には鏡面反射をすると思なすことができる。したがって角度 θ で入射したエネルギー粒子の反射後の方位は θ と考えて良い。また、反射後の自由行程は反射までの行程を全自由行程から引くことにより求める。

2. 3次元と1次元の間の変換および計算の手順

下部の壁面から射出されたエネルギー粒子の自由行程 s は、Fig. 3 の矢印(a)によって表される。エネルギー粒子は壁面のどの位置からも同一の確率で射出されているから、この行程を(b)のように移動することにより、距離 $s \cos \theta$ の1次元の自由行程に置き換えられる。本研究のように、対象とする等方性散乱および鏡面反射を考える系では、壁面における反射、媒体中における放射および散乱に関する放射方向の寄与は自由行程 s に $\cos \theta$ を乗ずることにより検討できる。

Fig. 1(b)に示すようにフラックス相を n_e 個の要素に分割する。吸収比率の空間分布は、離散化された多数の放射(粒子)を発生し、すべての粒子がいずれかの要素に吸収されるまで計算を繰返し、各要素に吸収された粒子の数の分布として求めることができる。具体的には以下の手順で解析を行う。

- (A) 物性値 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, a, \omega$, 面間距離 L , 一つの要素から放射する粒子数 n_p , 要素分割数 n_e を決める。
- (B) 放射を行う要素 n_m を決める。 $n_m=0$ (下部壁面), $1 \leq n_m \leq n_e$ (フラックス内部), $n_m=n_e+1$ (上部壁面)のすべての要素について手順(C)から(I)の計算を行う。
- (C) 粒子を発生させる。1つずつ粒子を発生させ n_p 個の粒子について手順(D)から(H)の計算を行う。
- (D) 粒子を要素 n_m の、どの位置で発生させるかを次の条件で決定する。
 - (i) 放射を行う要素が下部壁面($n_m=0$)の場合は $x=0$ で発生させる。
 - (ii) 上部壁面($n_m=n_e+1$)の場合は $x=L$ で発生させる。
 - (iii) $1 \leq n_m \leq n_e$ (フラックス内部)の場合は一様乱数によ

Fig. 3 Conversion from three-dimensional to one-dimensional radiation.

り要素 n_m 内部のいずれかの位置で等しい確率で発生させる。

(E) 一次元の自由行程を決める．放射を行う要素が下部壁面あるいは上部壁面の場合は式(6)，フラックス内部の場合は式(4)により方向 θ を定める．ついで式(10)により自由行程 s を求め 1 次元の自由行程 $R_s \cos \theta$ を決める．

(F) 粒子の発生位置と 1 次元の自由行程の和として粒子の到達位置を定める．

(G) 到達位置における粒子の挙動を決定する．

(i) 到達位置に達する前に壁面に到達する場合：乱数を発生し壁面に吸収されるか反射されるかを定め、吸収されたら手順(H)を実行する．一方、反射されたら、粒子の新たな到達位置を壁面に対する入射角と自由行程から求め、手順(G)を繰り返す．

(ii) 到達位置がフラックス内部の場合：乱数を発生し吸収されるか散乱されるかを定め、吸収されたら手順(H)を実行し、一方、散乱されたら、乱数を発生し自由行程とその方向を決め、現在の到達位置を粒子の発生位置として手順(F)および(G)を繰り返す．

(H) 粒子の吸収された要素番号 n_n を記録し、1つの粒子に関する計算を終了する．

(I) 要素 n_m から放射され要素 n_n に吸収される粒子数を表す度数分布 $P_{m,n}$ を作成し、要素 n_m からの放射に関する計算を終了する．

本研究では、面間距離 $L=5 \times 10^{-4}$ m, 要素数 $n_e=20$, 上部壁面の放射率 $\varepsilon_1=0.2$, 下部壁面の放射率 $\varepsilon_2=0.5$, 一つの要素からの粒子数 $n_p=1000$ として、吸収係数 κ と散乱アルベド ω を様々に変化させて計算を行い、フラックスの光学的性質により放射の吸収挙動がどのように変化するかを検討した．要素数についてはいくつかの場合について要素数40および60についても計算を行い同一の結果が得られることを確認した．結果の一例として、吸収係数 κ を500とし、散乱アルベド ω をゼロ(散乱のない場合), および0.999とした場合に得られた要素 m から放射され要素 n に吸収される粒子数 $P_{m,n}$ の値を Fig. 4 および, Fig. 5 にそれぞれ示す．

散乱がない Fig. 4 の場合には、フラックス内部で吸収される放射は少なく、どの要素から射出された粒子も多重反射を繰り返し、最終的には多くの部分が両側の壁に吸収される．また、2つの壁面に吸収される比率はほぼ壁面の放射率に比例する．

これに対して散乱の大きい Fig. 5 の場合には、壁面($n=0$ および 21)からの放射が、放射を行った壁面に再び吸収される傾向が認められる．これは、放射がフラックス内部の散乱により酔歩し、フラックスに比べて吸収の大きな壁面に再び到達して吸収される確率が高く、かつ酔歩距離が短い対向する壁面に到達できないことに対応する．また $n=1, 2, 19, 20$ の結果から明らかなように、壁の近傍の媒体からの放射は近接する壁に高い比率で吸収され対向する低温壁に到

Fig. 4 Distribution of particles corresponding to the absorption of radiation $P_{m,n}$ derived by the Monte Carlo method. n_m : emitting element, n_n : absorbing element, $n_p=1000$, $n_e=20$, $\varepsilon_1=0.2$, $\varepsilon_2=0.5$, $\omega=0$, $L=5 \times 10^{-4}$ m, $\kappa=500$ m $^{-1}$.

Fig. 5 Distribution of particles corresponding to the absorption of radiation $P_{m,n}$ for the case of scattering flux derived by the Monte Carlo method. n_m : emitting element, n_n : absorbing element, $n_p=1000$, $n_e=20$, $\varepsilon_1=0.2$, $\varepsilon_2=0.5$, $\omega=0.999$, $L=5 \times 10^{-4}$ m, $\kappa=500$ m $^{-1}$.

達しない．したがって高温壁および高温壁近傍の温度の上昇した融体からの放射熱流束は散乱により大きく減少する．

以下の計算では要素 m から放射され要素 n に吸収された放射 $P_{m,n}$ の全体の放射に対する比率 $p_{m,n}=P_{m,n}/n_p$ を用いる．

3. 総括熱流束の導出

単位面積あたりの伝導と放射による熱移動量(総括熱流束)

を導出する計算に用いた要素を Fig. 6 に示す. 要素の境界 j を通過する伝導熱流束 $q_c[j]$ は, その境界を挟む要素の代表点温度 t_j, t_{j-1} により式(11)~(13)で表すことができる.

$$q_c[1] = -\lambda \frac{t_1 - T_2}{\Delta l/2} \quad (11)$$

$$q_c[j] = -\lambda \frac{t_j - t_{j-1}}{\Delta l} \quad (2 \leq j \leq n_e) \quad (12)$$

$$q_c[n_e+1] = -\lambda \frac{T_1 - t_{n_e}}{\Delta l/2} \quad (13)$$

一方境界 j を通過する放射熱流束 $q_r[j]$ は, 境界 j を右から左に通過する放射と左から右に通過する放射の差とに対応する. 壁面間の複数回の反射を考慮するため解析は散乱のない場合でも一般に煩雑となる⁽⁶⁾が, 吸収比率 $p_{m,n}$ を導入することにより簡潔に表すことができる. 左から右に j を通過する正味の熱流束は, 境界より左側のすべての要素 i ($0 \leq i \leq j-1$) から放射され, 境界 j より右側の要素 k で ($j \leq k \leq n_e+1$) 吸収される量に等しく, 右から左に通過する正味の熱流束は, 境界より右の要素から放射され境界より左の要素に吸収される熱量に等しい. したがって, 要素ゼロおよび n_e+1 (壁面) から放射される熱量は, ステファンボルツマン定数を σ , 要素の絶対温度を T, n をフラックスの屈折率とすれば単位時間単位面積あたり $n^2 \varepsilon \sigma T^4$ で与えられる. 一方, 要素 1, 2, ..., n_e の要素(フラックス)からは要素の厚さを Δl とすると $4n^2 \sigma T^4 \kappa \Delta l$ の熱量が放射されることになる. この結果 $q_r[j]$ は式(14)で表すことができる.

$$q_r[j] = n^2 \sigma \left[\varepsilon_2 T_2^4 \sum_{n=j}^{n_e+1} p_{0,n} + 4\kappa \Delta l \left\{ \sum_{m=1}^{j-1} \left(\sum_{n=j}^{n_e+1} p_{m,n} t_m^4 \right) - \sum_{m=j}^{n_e} \left(\sum_{n=0}^{j-1} p_{m,n} t_m^4 \right) \right\} - \varepsilon_1 T_1^4 \sum_{n=0}^{j-1} p_{n_e+1,n} \right] \quad (14)$$

なお, 境界 1, 2, ..., n_e, n_e+1 における総括熱流束 q が等しい点を考慮すれば, 式(15)が成立する.

$$\begin{pmatrix} 2\lambda/\Delta l & -2\lambda/\Delta l & & 0 \\ & \lambda/\Delta l & -\lambda/\Delta l & \\ & & \ddots & \ddots \\ & & & \lambda/\Delta l & -\lambda/\Delta l \\ 0 & & & & 2\lambda/\Delta l & -2\lambda/\Delta l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_2 \\ t_1 \\ \vdots \\ t_{n_e} \\ T_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} q_r[0] \\ q_r[1] \\ \vdots \\ q_r[n_e] \\ q_r[n_e+1] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q \\ q \\ \vdots \\ q \\ q \end{pmatrix} \quad (15)$$

式(15)は非線型であるから, 以下のように試行的な繰返し計算で解を求める. まず, 仮定的な総括熱流束 $\hat{q}$ と, 温度分布 $\hat{t}_i^0$ ($i=1, \dots, n$) を設定する. ついで, 式(14)を用いてこの温度分布に対する放射熱流束 $\hat{q}_r[i]^0$ ($i=1, \dots, n_e$) を計算する. $\hat{q}_r[i]^0$ と $\hat{q}$ を用いて式(11)から導かれる式(16)で与えられる次のステップの温度 $\hat{t}_1^1$ を求め, 次いで式(12)から導かれる式(17)を用いて順次 $\hat{t}_i^1$ ($i=2, 3, \dots, n_e$) を決定する.

Fig. 6 Schematic diagram of elements.

$$\hat{t}_1^1 = T_2 - \frac{\Delta l (\hat{q} - \hat{q}_r[1]^0)}{2\lambda} \quad (16)$$

$$\hat{t}_j^1 = \hat{t}_{j-1}^1 - \frac{\Delta l (\hat{q} - \hat{q}_r[j]^0)}{2\lambda} \quad (17)$$

得られた温度分布 $\hat{t}_i^1$ を用いて次ステップの放射熱流束 $\hat{q}_r[i]^1$ を再び式(14)を用いて定め, 計算を行う. 温度分布が変化しなくなるまでくり返し計算を行えば, 境界 1, 2, ..., n_e において仮定した総括熱流束 $\hat{q}$ で熱流束一定の条件を満足する温度分布 $\hat{t}_i$ を得ることが可能となる. ただし, 得られた温度分布は, 右端の境界 n_e+1 における熱流束一定の条件を一般には満足しない. したがって, $\hat{q}$ を変化させ上記の計算を行い, 得られた温度分布から境界 n_e+1 における総括熱流束 $q[n_e+1]$ を求める. $\hat{q}$ と $q[n_e+1]$ が等しくなる $\hat{q}$ を求めることにより, 式(15)を満足する温度分布および総括熱流束を算出した. なお, 収束条件は, 式(14), 式(16)および式(17)により温度分布を求める過程においては, 1 ステップの温度差がすべての要素において 0.01 K 以下とした. また, 要素の数 n_e および粒子数 n_p を変化させて計算を行い, いずれの条件でも解は収束することを確認した. 計算時間を考慮し 3 桁の有効精度が得られる $n_e=60, n_p=1000$ で計算を実施した.

4. 界面抵抗を考慮した扱い

中戸ら⁽¹³⁾は実機の鋳型/フラックス間には接触熱伝達係数 1000~3100 W/(m² K) の接触熱抵抗が認められることを報告している. 本研究で開発した手法ではこのような境界における接触熱抵抗を次のように取り込むことができる. Fig. 7 に示すように境界 n_e+1 に接触熱伝達係数 R があり境界の右側と左側の温度が異なっている場合を考える. 境界左側のパウダーの温度を t_{n_e+1} とすれば, この境界の左側の伝導による熱流束 $q_c[n_e+1^{(-)}]$ および右側の伝導による熱流束 $q_c[n_e+1^{(+)})]$ は, 式(18)および式(19)で表すことができる.

$$q_c[n_e+1^{(-)}] = -\lambda \frac{t_{n_e+1} - t_{n_e}}{\Delta l/2} \quad (18)$$

$$q_c[n_e+1^{(+)}] = -R(T_1 - t_{n_e+1}) \quad (19)$$

したがって, 式(11), (12), (18), (19)および式(14)から式(20)の関係が得られる.

$$\begin{pmatrix} 2\lambda/\Delta l & -2\lambda/\Delta l & & 0 \\ & \lambda/\Delta l & -\lambda/\Delta l & \\ & & \ddots & \ddots \\ & & & \lambda/\Delta l & -\lambda/\Delta l \\ 0 & & & & 2\lambda/\Delta l & -2\lambda/\Delta l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_2 \\ t_1 \\ \vdots \\ t_{n_e} \\ T_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} q_r[0] \\ q_r[1] \\ \vdots \\ q_r[n_e] \\ q_r[n_e+1] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q \\ q \\ \vdots \\ q \\ q \end{pmatrix} \quad (20)$$

Fig. 7 Schematic diagram of elements for the case with the contact resistance between mold flux and mold.

$$\begin{pmatrix} T_2 \\ t_1 \\ \vdots \\ t_{n_e} \\ t_{n_e+1} \\ T_1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} q_r[0] \\ q_r[1] \\ \vdots \\ q_r[n_e] \\ q_r[n_e+1] \\ q_r[n_e+1] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q \\ q \\ \vdots \\ q \\ q \\ q \end{pmatrix} \quad (20)$$

式(20)の解は式(15)と同様の手法により求めた。

III. 結晶化に伴う熱流束の変化の算出への応用

本研究で開発した手法の応用例として、著者ら自身で測定したフラックスの物性値⁽⁶⁾を用いて結晶化に伴う熱流束の変化を検討した。

1. 散乱による総括熱流束の減衰

散乱による総括熱流束の減少を検討するため散乱アルベド ω を変化させて計算を行った。計算に必要な数値は実操業における条件を考慮し、面間距離を $L=5 \times 10^{-4}$ m, 高温壁の温度および放射率を $T_2=1673$ K, $\varepsilon_2=0.57$, 低温壁の温度および放射率を $T_1=573$ K, $\varepsilon_1=0.64$, フラックスの熱伝導率を $\lambda=1.0$ W/m²(⁶), 屈折率を $n=1.5$, 吸収係数 κ は鉄を含まないフラックスの値⁽⁶⁾⁽¹⁴⁾ 300 m⁻¹ を用いた。なお2つの壁の放射率は、鋳型については冷間圧延した銅の表面の値⁽¹⁵⁾を用いた。

吸収係数を一定として、鋳型/フラックス間の接触熱抵抗がない場合について散乱アルベドを変化させ総括熱流束を求めた。放射の影響のない場合の熱流束(熱伝導率 λ , 厚さ L のフラックスの両面に T_2-T_1 の温度差がある場合の熱流束に相当する) q_0 で規格化した結果を Fig. 8 に○で示す。放射熱流束は ω の値が0.4以上になると減少をはじめ、0.8を越えると急速に減衰する様子が明瞭に確認できる。

一方、中戸らの報告値⁽¹³⁾を参考に鋳型/フラックス間の接触熱伝達係数を1000および3100 W/(m² K)とした場合の計算結果を Fig. 8 にそれぞれ□および△で示す。放射熱流束は接触熱抵抗の増加による大きな変化は認められないが、総括熱流束は接触熱抵抗の増大により大きく減少する。このため接触熱抵抗がない場合と比較して散乱による総括熱流

Fig. 8 Calculated total heat flux for the mold flux layer as a function of scattering albedo. Heat flux is normalized by heat flux without radiative heat flux and contact resistance between mold flux and mold. $n_p=1000$, $n_e=60$, $T_1=573$ K, $\varepsilon_1=0.64$, $T_2=1673$ K, $\varepsilon_2=0.57$, $L=5 \times 10^{-4}$ m, $\kappa=300$ m⁻¹, $\lambda=1.0$ W/m², $n=1.5$.

束の減衰の割合は相対的に大きくなる。

2. 結晶化した連铸フラックスの散乱アルベドの決定

連铸フラックスが結晶化した状態における散乱アルベドは測定されていないので、本研究では以下の方法により決定し、その値を用いて散乱による総括熱流束の変化を検討した。

散乱アルベドは Fig. 9(a)のような空間的な大きさを持たない光束に対する減衰に対して定義される。しかし実際には測定光が空間的な大きさを持つ場合には Fig. 9(b)に破線で示す迷光が検出される。また、検出器が大きさを持つ場合には Fig. 9(c)に破線で示す付加的な光を計測することになる。このように定義に従った測定により散乱アルベドを決定することは容易ではない。本研究では、逆に空間的に広いルビレーザの平行な光束を用いて Fig. 10 の上の面に垂直に入射する光の減衰を試料表面直下で測定することにより、散乱アルベドの値を決定した。面方向に十分に大きな試料と光源を用いることにより端の効果を押え厚さ方向の一次元挙動を実現できる。この条件に対しては等方性散乱を仮定すれば散乱アルベドと減衰の関係をモンテカルロ法により導出できる。実際の測定では試料表面による効果を相殺するため2つの厚さの異なる同一試料に対して同一強度のレーザーを照射し試料表面で測定される光の強度を測定、その強度比を求め散乱アルベドを決定する。

Fig. 9 Schematic diagram to show the difficulty to obtain scattering albedo by measurement.

Fig. 10 Schematic diagram to obtain scattering albedo of the mold flux by laser beam.

(1) 散乱アルベドの計測実験

融体の熱伝導率の測定を行ったもの⁽⁶⁾と同一組成の試料で結晶化傾向の著しい ZrO_2 および TiO_2 を含む試料について測定を行った。組成は ZrO_2 を含む試料は $35.0\text{SiO}_2\text{-}20.3\text{CaO-}15.2\text{CaF}_2\text{-}9.6\text{Na}_2\text{O-}8.8\text{MgO-}7.2\text{Al}_2\text{O}_3\text{-}4.9\text{ZrO}_2$, TiO_2 を含む試料は $32.5\text{SiO}_2\text{-}19.6\text{CaO-}15.0\text{CaF}_2\text{-}8.7\text{Na}_2\text{O-}8.5\text{MgO-}7.5\text{Al}_2\text{O}_3\text{-}9.6\text{TiO}_2$, いずれも質量%である。試料粉末を混合後、黒鉛坩堝中で 1723 K で溶製し、30分保持した後、空冷、粉碎した。試料の均一化のためこの操作を3回繰り返し、ついで白金のつば中で約 1620 K で溶解した後、約 570 K に保ったステンレス板に流して急冷し厚さ 1 mm 程度のガラス質板状試料を作製した。 773 K で約20分歪み取り焼鈍の後炉冷し、 1073 K で1h熱処理することにより、厚さ 1 mm 程度の結晶化した板状試料を得た。試料の散乱性が高いため、試料厚さを 1 mm より薄くしないと安定した信号が得られないが、試料がもろいため薄片試料の作製は困難であった。そこで、内部をドライカーボンスプレーで黒化した外径 10.5 mm 、内径 8 mm 、高さ 15 mm の真鍮の円筒の端面を鏡面研磨し、この面に直径 10 mm の円板状に成形し4000番まで表面研磨した試料を接着した。測定は試料を真鍮円筒に接着したままでこの円筒を通して試料表面に直径 10 mm のルーペーザーを照射し試料裏面に密着させたシリコン光検出器により透過したレーザーの強度を測定する。試料厚さは真鍮円筒に接着した状態で試料を研磨し調整する。試料表面は4000番まで研磨する。なお、試料前面には必要に応じて減

衰率をあらかじめ求めたフィルターを置き入射光を減衰させ、つねにシリコン光検出器の測定感度の高い領域で測定が実施できるように調節した。 ZrO_2 を含む試料は厚さ 0.76 mm および 0.41 mm まで研磨した段階で測定を行い、透過光の強度比は2.48, TiO_2 を含む試料は 0.57 mm と 0.23 mm に対して強度比は17.7であった。この結果を利用して結晶化したフラックスの散乱アルベドを決定した。

(2) モンテカルロ法による散乱アルベドの推算

裏面に到達する光の強度を導出するためのモデルを Fig. 11 に示す。矢印は粒子の最終到達位置である。 $x=0$ において下方にエネルギー粒子を飛ばし、前節と同様の手法を用いてモンテカルロ法により粒子を吸収、散乱させる。散乱は等方性散乱を仮定する。粒子の位置が L を越えた場合は放射が裏面に透過したとして、また、粒子が $x \leq 0$ に位置した場合は放射が後方に散乱されたとして、その粒子に対する計算を終了する。裏面に透過した粒子数の全発生粒子数に対する比を取ることで強度1の平行光が表面に入射したときの裏面に到達する光の強度が求められる。実際の測定では $x=0$ および $x=L$ で反射による減衰が生ずるが、本解析では界面の反射を考慮しない。これは厚さの異なった試料の透過光の強度比を解析に用いるため、吸収係数の測定において知られているように表面の状態を同一とすれば、表面の反射による減衰が相殺されることを考慮したことによる。また界面における散乱は内部の散乱に比べて十分に小さいとして考慮しなかった。 ω をさまざまに変化させて計算を行い透過粒子数を求める。対象とした試料の散乱傾向が大きいため1000個の粒子を用いた計算では裏面に透過する粒子数が少なく、統計的ばらつきのため、 ω と透過した粒子数の間の相関が悪い。そこで 10^5 個の粒子を発生させ計算を実施する。吸収係数の結晶化による変化は結晶化により生ずる散乱アルベドによる光学特性の変化に比較して小さいと考え、吸収係数は同一組成のガラスの値⁽⁶⁾⁽¹⁴⁾を用いた。実験に用いた2つの試料の厚さに対してモンテカルロ法により得た裏面に到達する光の強度を ω の関数として Fig. 12(a)に示す。得られた値から Fig. 12(b)のように厚い試料と薄い試料に対する裏面の光の強度比を求め、実測された強度比を実現する値として散乱アルベド ω を決定する。この手法により ZrO_2 を含む試料について $\omega=0.955$, TiO_2 を含む試料について0.998が

Fig. 11 Schematic diagram of the model for the Monte Carlo method to obtain scattering albedo.

Fig. 12 (a) Calculated transmissivity for thin sample(0.41 mm) and thick sample(0.76 mm) of mold flux (35.0 mass% SiO_2 -20.3 mass% CaO -15.2 mass% CaF_2 -9.6 mass% Na_2O -8.8 mass% MgO -7.2 mass% Al_2O_3 -4.9 mass% ZrO_2). (b) Procedure to derive scattering albedo from the ratio of transmitted layer intensities through two samples of different thicknesses.

得られた。

この値を用いて Fig. 8 から総括熱流束の算出を試みると、接触熱抵抗のない場合は結晶化に伴って熱流束が8%から14%、接触熱抵抗がある場合は11%から32%の減衰を生ずることが確認できた。この散乱による熱流束の変化に関する定量的情報は本研究において得られた新しい結果の一つである。

IV. 結 言

本研究では、連铸鋳片/鋳型間のフラックス中の伝熱挙動を検討することを目的に、モンテカルロ法を用いる新しい解析手法を開発し、この手法を用いて連铸鋳片/鋳型間の総括熱流束がフラックスの結晶化により8~32%減少することを定量的に確認した。この結果は、Ohmiya ら⁽³⁾山内ら⁽⁴⁾の報告に対して理論的基盤を与えるものである。

なお、本解析では(1)放射挙動の波長依存性を考慮しない。(2)熱伝導率の値および放射に関する物性値はフラックス相内で一定である。(3)固化したフラックス/鋳型間にエアギャッ

プが存在することが知られているが、このエアギャップ/フラックス界面での散乱はフラックス内部の散乱に比べて小さいと考えて無視するという3つの仮定を設定しており、これらの仮定が結果に影響を与える可能性を否定できない。しかし、モンテカルロ法は数値シミュレーションであるため解析的な手法と異なり、これらの因子に関する実験的な情報さえ求めることができれば、その効果を推算に容易に取り込むことができる。言い換えると、本研究では取り込むことのできなかった波長依存性および界面に関する特性を実測し推算の精度を高めることが今後の学術的課題である。一方、本研究で得られた温度分布および放射熱移動量を詳細に検討した結果、(1)30%以上の伝熱が放射によって行われるような条件においても、系の温度分布は熱放射の存在しない場合とほとんど変化が見られない、(2)放射による熱移動は壁面からの放射が支配的であるという興味深い知見が得られている。したがって、これらの点を踏まえ従来の熱移動モデルの解と本手法で得られる解とを比較することによって可能な限り単純な相関関係を求め、実操業の設計管理に有効な指針を得ることが今後の実用的課題である。

文 献

- (1) 中島敬治, 平城 正, 金沢 敬, 村上敏彦: 材料とプロセス, **1**(1992), 1221.
- (2) H. Yasunaka, S. Koyama, H. Matuda and K. Matuo: *Proceedings of the 4th International Conference on Molten Slags and Fluxes*, Sendai, (1992), The Iron and Steel Institute of Japan, 409.
- (3) S. Ohmiya, K.-H. Tacke and K. Schwerdtfeger: *Ironmaking and Steelmaking*, **10**(1983), 24.
- (4) 山内 章, 反町健一, 桜谷敏和, 藤井徹也: 鉄と鋼, **79**(1993), 167.
- (5) H. Ohta, G. Ogura, Y. Waseda and M. Suzuki: *Rev. Sci. Instrum.*, **61**(1990) 2645.
- (6) 太田弘道, 増田 稔, 渡辺啓二, 中島敬治, 柴田浩幸, 早稲田嘉夫: 鉄と鋼, **80**(1994), 463.
- (7) 早稲田嘉夫, 太田弘道, 柴田浩幸, 渡辺啓二, 中島敬治: 高温学会誌, **20**(1994), 104.
- (8) W. J. Paker, R. J. Jenkins, C. P. Butler and G. L. Abbott: *J. Appl. Phys.*, **32**(1961), 1979.
- (9) 太田弘道, 月田達之, 友田 陽, 柴田浩幸, 小倉 岳, 早稲田嘉夫: 日本セラミックス協会学術論文誌, **99**(1991), 483.
- (10) 柴田浩幸, 近藤幸一, 太田弘道, 江見俊彦, 中島敬治, 早稲田嘉夫: 鉄と鋼, **82**(1996), 46.
- (11) たとえば, A. Ono, R. M. Trusty and D. P. Dewitt: *Temperature*, **5**(1982), 541.
- (12) たとえば, 谷口 博, Wen-Jei Yang, 工藤一彦, 黒田明慈, 持田明野: パソコン活用によるモンテカルロ法による放射伝熱解析, コロナ社, (1994).
- (13) 中戸 参, 小沢三千晴, 木下勝雄, 垣生泰弘, 江見俊彦: 鉄と鋼, **67**(1981), 1200.
- (14) H. Ohta, K. Watanabe, K. Nakajima and Y. Waseda: *High Temp. Materials and Processes*, **12**(1993), 139.
- (15) 藤本武助, 佐藤 俊: 伝熱学概論, 文献社, (1956), p. 238.