ファジィ理論による多結晶塑性論の定式化と 体心立方金属の圧延集合組織形成の シミュレーション

関根 和 喜

横浜国立大学工学部物質工学科

J. Japan Inst. Metals, Vol. 61, No. 7 (1997), pp. 561-566

Formulation of Polycrystal Plasticity Based on the Fuzzy Modelling and Simulation of Rolling Texture Evolution in BCC Metals

Kazuyoshi Sekine

*Department of Materials Science and Chemical Engineering, Faculty of Engineering,
Yokohama National University, Yokohama 240*

A concept of fuzzy constraints for grain-interactions modelling in the large deformation polycrystal plasticity is presented. In accordance with this concept, the formulation for a method in the Taylor type framework of polycrystal plasticity has been done as a fuzzy mathematical programming problem (we call the fuzzy-Taylor problem), by introducing the idea of ill-defined or ambiguous constraints of deformation imposed on each grain in polycrystalline aggregate. This fuzzy-Taylor problem can be described as a multiobjective mathematical programming containing fuzzy numbers which are characterized through a triangular type of membership function. A solution method of this problem is provided for calculating the rolling texture of bcc metals deformed by $\langle 111 \rangle$ pencil glide. The predicted rolling texture of bcc metals based on the fuzzy model was distinctly different from ones by the FC and RC models, and it exhibited the presence of the so-called γ -fiber texture, in which the $\{111\}$ planes are parallel to the rolling plane.

(Received January 27, 1997)

Keywords: polycrystal plasticity, fuzzy modelling, rolling texture, bcc metals, Taylor and Bishop-Hill theories, mathematical programming

I. 緒 言

大きな塑性変形によって形成される多結晶金属の変形集合組織の予測モデルに関し、いくつかの基本的なモデル⁽¹⁾⁽²⁾が提案されている。その中で Taylor モデルによる予測法が簡便かつ実用的なものと考えられている⁽²⁾。このモデルによる解析法の基礎をなす理論は、最大外部塑性仕事の原理に基づく Bishop-Hill 理論⁽³⁾と、最小せん断和の原理に基づく Taylor 理論⁽⁴⁾である。これら2つの理論は、数理計画法の双対問題に相当し、両者は等価の関係にあることがすでに数学的に証明されている⁽⁵⁾⁽⁶⁾。大変形を受けた多結晶体の変形集合組織の予測手法としての Taylor モデルには、各結晶粒間での変位の拘束条件と各粒間での力学的相互作用の取扱い方 (grain-interaction modelling) に関し、2つの考え方がある⁽²⁾。その1つは full constraint model (FC モデル、または古典 Taylor モデルとも呼ばれる。) で、もう1つは relaxed constraints model (RC モデル、または緩和 Taylor モデルと

も呼ばれる。) である。

多結晶塑性に関する FC モデルでは、各結晶粒の変形が多結晶全体としてのそれに完全に一致することを仮定する。したがって、結晶体各点の速度勾配成分 L_{ij} または物質ストレッチ成分 D_{ij} (速度勾配テンソルの対称成分) はすべて指定されることになる。それに対し、 L_{ij} (または D_{ij}) 成分のいくつかを全く free にして解析するのが緩和 Taylor モデル (RC モデル) である。しかし、各結晶粒の応力状態 (Bishop-Hill 応力状態) には無関係に、 L_{ij} のいくつかを全く free にすることには問題がある。それは材料全体としての巨視的な速度勾配成分 $\langle L_{ij} \rangle$ (または巨視的な物質ストレッチ $\langle D_{ij} \rangle$) が、ほぼすべて一定なものとして決まっているのに、各結晶粒に生ずる L_{ij} 成分のいくつかを “全く free” にしてしまうという点にある。 L_{ij} (または D_{ij}) のいくつかを完全に free にするのではなく、むしろこれを制約の緩いファジィ集合 (fuzzy set) と考える方がよい⁽⁷⁾⁽⁸⁾。

本研究では、変形集合組織の予測に関するより合理的な手法の確立を目指し、このようなファジィ理論に基づく

“Fuzzy-Taylor モデル” というべきものを提案し、これをファジィ数理計画法の問題として定式化する．さらに、定式化したアルゴリズムに基づき、任意の大変形を受ける多結晶体の変形集合組織を予測するためのコンピュータプログラムを開発する．そして、プログラムの有効性を確認するため、すべり変形する bcc 多結晶金属の圧延集合組織をシミュレートし、その結果と実測データとを対比してモデルの妥当性を検証する．

II. ファジィ理論による Taylor モデルの定式化

結晶塑性に関する Taylor-Bishop-Hill 理論⁽³⁾は、一般的には制約付きの最適化問題として定式化される⁽¹⁾．すなわち、これらの問題は各結晶粒の現在配置(current configuration)における k 番目の結晶すべり系の Schmid 因子テンソルを $m_{ij}^{(k)} (=b_i^{(k)} n_j^{(k)})$ 、ただし $b_i^{(k)}$ と $n_j^{(k)}$ はそれぞれすべり方向とすべり面法線方向の単位ベクトル、その臨界せん断応力を $\tau_c^{(k)}$ 、そして結晶体各点での物質ストレッチ成分 D_{ij} を既知とすると、Cauchy 偏差応力 σ_{ij} 、あるいは各すべり系上でのすべり速度 $\dot{\gamma}^{(k)}$ を変数とし、外部塑性仕事率 $\dot{E}_{BH}(\sigma_{ij})$ または内部仕事率 $\dot{E}_T(\dot{\gamma}^{(k)})$ をそれぞれ最大化(Bishop-Hill 問題)または最小化(Taylor 問題)する問題となる．例えば、最小化問題(Taylor 問題)は以下のように書ける．

目的関数

$$\dot{E}_T(\dot{\gamma}^{(k)}) = \sum_{k=1}^N \tau_c^{(k)} \dot{\gamma}^{(k)} \longrightarrow \min. \quad (1)$$

制約式

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (m_{ij}^{(k)} + m_{ji}^{(k)}) \dot{\gamma}^{(k)} \quad (2)$$

$$\dot{\gamma}^{(k)} \geq 0 \quad (k=1, 2, 3, \dots, N) \quad (3)$$

式(1)～(3)で示される最小化問題において、各結晶粒に指定される D_{ij} のすべての成分に対し、これらが多結晶体全体としての巨視的な物質ストレッチ $\langle D_{ij} \rangle$ に等しいと置くのが、“FC モデル”である．一方、 D_{ij} のいくつかを free にし、例えば式(2)の制約式群から対応する制約式を除き、かつ free にした成分 D_{pq} と同じ添字をもつ応力成分 σ_{pq} を指定して、解析するのが“RC モデル”である．

本研究では、結晶に指定されるべき D_{ij} をクリスプな既知数とみるのではなく、またその一部を全く free にするのではなく、各結晶粒に実現される D_{ij} は“大体 $\langle D_{ij} \rangle$ になっている”という曖昧性を含んだ、いわゆるファジィ数であると解釈することにする．このように考えると、各 D_{ij} 成分には帰属度を意味する、いわゆる membership 関数が割り付けられることになる．membership 関数とは、区間 $[0, 1]$ の値を取り、要素 x_{ij} がファジィ集合 D_{ij} に属する度合いを表す⁽⁹⁾．すなわち、本論文では多結晶体各点での独立の物質ストレッチ D_{ij} は、L 型ファジィ数とし、その membership 関数 $\mu_{D_{ij}}(x_{ij})$ を次のような三角型関数として与えることを提案する．

Fig. 1 Triangular type membership function characterizing the fuzzy numbers of D_{ij} .

Fig. 2 Membership function $\mu_{D_{ij}}(\dot{\gamma}_{ij}^p)$ for the triangular type fuzzy numbers of $\dot{\gamma}_{ij}^p$.

$$\mu_{D_{ij}}(x_{ij}) = \max.(0, 1 - |x_{ij} - \langle D_{ij} \rangle|/a) \quad (a > 0) \quad (4)$$

式(4)で示される三角型の membership 関数を Fig. 1 に示す．

Fig. 1 に示されるように、式(4)中の定数 a はファジィ数 D_{ij} の拡がりや規定するパラメータであり、 $a \rightarrow \infty$ とすれば、要素 x_{ij} の全域で membership 値は 1 を取り、この場合 RC モデルに一致する．一方、 a を十分小さくすると、 $x_{ij} = \langle D_{ij} \rangle$ のとき以外は $\mu_{D_{ij}}(x_{ij})$ は 0 となり、これは FC モデルに一致する．したがって、 a を適当に設定することで、FC モデルと RC モデルの中間的モデルを創成することが可能となる．これが本研究の主張点の 1 つである．さらに式(4)において、 $x_{ij} - \langle D_{ij} \rangle = \dot{\gamma}_{ij}^p$ なる変数変換を行えば、

$$\mu_{D_{ij}}(\dot{\gamma}_{ij}^p) = \max.(0, 1 - |\dot{\gamma}_{ij}^p|/a) \quad (a > 0) \quad (5)$$

なる membership 関数が定義される．これを Fig. 2 に示す．

式(5)で示される $\dot{\gamma}_{ij}^p$ は、変形拘束条件に曖昧性を導入したために生じたもので、これは各結晶粒において $\langle D_{ij} \rangle$ から

偏奇して発生したひずみ速度成分とみなせ、いわゆる“strain rate misfit”⁽¹⁰⁾を意味する。そして、この strain rate misfit は条件内で帰属度すなわち membership 関数ができるだけ大きくなるような形で実現すると考える。このように、各結晶粒に対して指定されるべき D_{ij} がファジィ数と考えられたことによって、式(1)～(3)で示される数理計画法の最小値問題(Taylor 理論)は、次のように書き換えられる。

目的関数

$$\dot{E}_T(\dot{\gamma}^{(k)}) = \sum_{k=1}^N \tau_c^{(k)} \dot{\gamma}^{(k)} \longrightarrow \min. \quad (6)$$

制約式

$$\langle D_{ij} \rangle = \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} (m_{ij}^{(k)} + m_{ji}^{(k)}) \dot{\gamma}^{(k)} - \dot{\gamma}_{ij}^p \quad (7)$$

ただし、

$$\mu_{D_{ij}}(\dot{\gamma}_{ij}^p) = \max. (0, 1 - |\dot{\gamma}_{ij}^p|/a) \quad (a > 0) \quad (8)$$

上記で定義された最適化問題は、式(7)中にファジィ数が含まれるという意味において通常の数理計画法の問題とは異なる。そして、このような問題はファジィ数理計画問題と呼ばれる⁽¹¹⁾。したがって、式(6)～(8)で定義されたものを“ファジィ・Taylor 問題”と呼ぼう。式(6)～(8)のファジィ・Taylor 問題をみると、最適解は、strain rate misfit $\dot{\gamma}_{ij}^p$ がいかなる値をとるかによって変わってくる。当然ながら、 $\dot{\gamma}_{ij}^p = 0$ の場合、すなわち FC モデルに対応する場合の、 $\dot{E}_T$ の最小値 $\dot{E}_T, \min. (\dot{\gamma}_{ij}^p = 0)$ よりも、 $\dot{\gamma}_{ij}^p \neq 0$ における最小値 $\dot{E}_T, \min. (\dot{\gamma}_{ij}^p \neq 0)$ の方がさらに小さい場合もあり得ることを示している。

$\dot{E}_T, \min. (\dot{\gamma}_{ij}^p \neq 0) < \dot{E}_T, \min. (\dot{\gamma}_{ij}^p = 0)$ なる条件下では $\mu_{D_{ij}}(\dot{\gamma}_{ij}^p)$ は 1 より小さくなり、 D_{ij} の帰属度は低下する。このことを数理計画法の問題として言い換えると、式(7)の制約条件を満たしながら、 $\dot{E}_T(\dot{\gamma}^{(k)})$ をできるだけ小さく、かつ帰属度すなわち membership 値 $\mu_{D_{ij}}(\dot{\gamma}_{ij}^p)$ をできるだけ大きくするように現象が実現する、と考えることと等価である。すなわち、式(6)と式(7)で示される単一目的関数を有するファジィ計画問題を拡張し、これに membership 値 $\mu_{D_{ij}}(\dot{\gamma}_{ij}^p)$ を最大、言い換えれば、 $-\mu_{D_{ij}}(\dot{\gamma}_{ij}^p)$ を最小にする条件が追加されたことになる。したがって、式(6)～(8)のファジィ・Taylor 問題は、つぎのような多目的計画法の問題として書き直せる。

目的関数群

$$\dot{E}_T(\dot{\gamma}^{(k)}) = \sum_{k=1}^N \tau_c^{(k)} \dot{\gamma}^{(k)} \longrightarrow \min. \quad (9)$$

$$-\mu_{D_{ij}}(\dot{\gamma}_{ij}^p) \longrightarrow \min. \quad (10)$$

制約式

$$\langle D_{ij} \rangle = \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} (m_{ij}^{(k)} + m_{ji}^{(k)}) \dot{\gamma}^{(k)} - \dot{\gamma}_{ij}^p \quad (11)$$

$$\dot{\gamma}^{(k)} \geq 0 \quad (k=1, 2, 3, \dots, N) \quad (12)$$

以上が、変形拘束に関するファジィ制約条件を Taylor 理論に導入した場合における定式化の結果である。

III. ファジィ・Taylor 問題の解法と結晶回転の追跡法

前節の式(9)～(12)において、多目的計画法として定式化された、いわゆるファジィ・Taylor 問題を解くことによって変形集合組織発達の予測が可能となる。すなわち、式(9)～(12)の問題において、 $\langle D_{ij} \rangle$ ならびに $\tau_c^{(k)}$ を既知数として与え、さらにファジィ数として定義された D_{ij} のいくつかの成分に対する membership 関数について、これを規定するパラメータ a を定めれば、この問題を解くことができる。

多目的計画法の最適解はパレート解(Pareto solution)⁽¹²⁾と呼ばれ、これを求めるには、普通、目的関数群の単一化による“スカラー化手法”がよく用いられる。スカラー化手法とは、各目的関数にいわゆるウェイト(重み)を付与して単一目的関数化するものである⁽⁹⁾。本報でも、スカラー化手法によって解を求めることとした。ただし、式(9)と式(10)のウェイトは等しく取った。設定したパラメータ a に対し、パレート最適解、 $\dot{\gamma}^{0(k)}$ および $\dot{\gamma}_{ij}^{0p}$ が求められれば、これらは各すべり系のすべり速度量となるから、次式

$$\Omega_{ij} = \langle W_{ij} \rangle - \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} (m_{ij}^{(k)} - m_{ji}^{(k)}) \dot{\gamma}^{0(k)} + \dot{\gamma}_{ij}^{0p} \quad (13)$$

より結晶体各点での格子スピン Ω_{ij} が計算できる。その結果、各変形段階での格子回転が追跡できることになる。ただし、式(13)での $\langle W_{ij} \rangle$ は巨視的な全物質スピンと呼ばれ、多結晶体全体に課せられた巨視的な速度勾配 $\langle L_{ij} \rangle$ の反対称成分を意味する。格子スピンから、変形中の格子回転(方位回転)を計算する場合には、有限回転に基づく計算法が必要となる。これについては、著者らによって提案されている厳密な計算方法⁽¹³⁾を採用した。

IV. bcc 金属の圧延集合組織のシミュレーション

本報で提案されたファジィ・Taylor モデルの妥当性を検証するため、 α -Fe などを中心とする bcc 金属多結晶体の圧延集合組織をシミュレートすることにした。

α -Fe 多結晶体において高圧下率で発達する圧延集合組織を構成する方位成分に関しては、古くから多くの研究がなされている。近年になって、結晶方位分布の三次元解析法を利用した詳しい研究がなされるようになり⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾、 α -Fe での圧延集合組織は主として圧延方向に $\langle 110 \rangle$ 軸が配列した繊維組織(R.D.// $\langle 110 \rangle$ fiber texture または α -fiber texture)と圧延面に $\{111\}$ 面が平行に配列した、いわゆる R.P.N.// $\langle 111 \rangle$ fiber texture(γ -fiber texture)の、2つの繊維組織で構成されていることがわかってきた。後者は、いわゆる $\langle 110 \rangle$ 軸が R.D. から 60° 傾いた繊維組織、すなわち“R.D.- $60^\circ \langle 110 \rangle$ fiber texture”に極めて近いものである。また、極低炭素鋼板などの圧延集合組織で γ -fiber を相当量含むものは 70° ～

80%程度の圧下率において発達し、90%以上の圧下率になると{100}<011>方位を主体とする α -fiber textureが優越してくることも認められている⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾。

一方、bcc金属の圧延集合組織形成に関するシミュレーションも多くなされてきている⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾。しかし、一般的に言って、それらは実測のものを完全に説明するものではない。例えば、FCモデルを採用すると、R.D.-60°//<110> fiber textureのみを予測する。また、圧延を平面歪圧縮とし、板面に平行で互いに直交する2つのせん断成分を緩和する、いわゆるpancakeモデルを用いると、それはR.D.//<110> fiber(α -fiber texture)を多く含むような圧延集合組織となる。しかし、いままでのbcc金属の圧延集合組織の理論的研究において、実測の結果に認められる部分的R.P.N.//<111>繊維組織を相当量含むような集合組織を予測した例はなかった。そこで、ファジィ・Taylorモデルを用いて、bcc金属の圧延集合組織を予測することを試みた。

本シミュレーションにおいても、圧延変形のモデルとして平面歪圧縮を基本とする変形様式を採用するが、Fig. 3で示されるように、各結晶粒に指定される速度勾配成分 L_{ij} のうち、圧延面に平行なせん断速度成分のみをファジィ数と考えた。ただし、圧延面に平行なせん断速度勾配成分 L_{13} と L_{23} とを、独立にファジィ数として与えるのではなく、Fig. 3に示されているごとく、

$$(L_{13})^2 + (L_{23})^2 = (L^{(p)})^2 \quad (14)$$

となるような二次形式で規定されるファジィ数 $L^{(p)}$ を導入する。この意味は、圧延面上での任意の方向のせん断速度勾配をすべてファジィ数と考えることに相当する。これを、“修正pancakeモデル”と呼ぶ⁽¹⁾。このとき、ファジィ数 $L^{(p)}$ の拡がり方を規定するパラメータ a を $(1/a)/\tau_c^{(k)}$ なる形の数値で与えて計算を行った。また、可能なすべり系としては<111>ペンシルすべりを採用した。はじめにランダム方位で構成される初期集合組織を計算機に与え、各圧下率での圧延集合組織を計算した。その結果の一例をFig. 4に示す。Fig. 4の各{100}極点図は圧下率80%での計算結果である。Fig. 4(a)はFCモデルすなわち $(1/a \gg \tau_c^{(k)}, a \rightarrow 0)$ に対応する

Fig. 3 Modified pancake model for rolling deformation.

Fig. 4 Calculated {100} pole figures of the rolling textures of bcc metals at a rolling reduction of 80%, by using (a) the FC model, (b) the RC model and (c) the fuzzy model.

Fig. 5 Calculated $\{100\}$ pole figure of rolling texture of bcc metals at a rolling reduction of 80%, by using the fuzzy model.

もので、他の研究者⁽¹⁶⁾と同様に R.D. $-60^\circ//\langle 110 \rangle$ fiber texture のみを予測している。Fig. 4(b)はすなわち $(1/a \ll \tau_c^{(k)}, a \rightarrow \infty)$ なる条件下で得られたもので、いわゆる RC モデルに対応し、これでは強い α -fiber texture が発達している。一方、Fig. 4(c)は FC モデルと RC モデルの中間的な条件下 $((1/a)/\tau_c^{(k)} = 0.3)$ 、すなわちファジィ・モデルによる予測例である。式(9)~(12)で提示されたファジィ・Taylor 問題では、条件内で membership 関数 $\mu_{D_0}(\gamma_{ij}^b)$ を最も大きくする状態、すなわち条件内で $|\gamma_{ij}^b|/a$ を最も小さくする状態、が実現すると解釈した。最小仕事の概念をこれに対応させれば、 $|\gamma_{ij}^b|/a$ は strain rate misfit γ_{ij}^b に対する塑性仕事率で、 $1/a$ はその降伏応力(または降伏せん断応力)としての意味を持つ。降伏せん断応力 $(1/a)$ は、実際の結晶すべり系の臨界せん断応力 $\tau_c^{(k)}$ と等価かそれ以上となると、FC モデルに近いものとなる。したがって、パラメータ $(1/a)/\tau_c^{(k)}$ は実質的に 0 と 1 の間にあるが、ここでは $1/a$ は $\tau_c^{(k)}$ の $1/3$ 程度と見なし、シミュレートしたものが Fig. 4(c)である。Fig. 4(c)では、 α -fiber texture とともに部分的 $\langle 111 \rangle$ //R.P.N. 繊維組織(γ -fiber texture)の形成が認められる。さらに、Fig. 5にはこのファジィ・モデルによって予測された圧延集合組織の $\{110\}$ 極点図を示す。 $\{110\}$ 極点図の円周近傍に沿って $\{110\}$ 極の集積分布が存在し、 γ -fiber texture の存在が裏付けられている。実測データの一例として、Ti 添加 IF 鋼(0.0031 mass% C, 0.049 mass% Ti)の 80% 冷間圧延板の圧延集合組織の $\{100\}$ と $\{110\}$ 極点図をそれぞれ Fig. 6 と Fig. 7 に示す。これらは、 $\{110\}$ 、 $\{200\}$ 、 $\{211\}$ の 3 つの結晶面からの実測不完全極点図を用いて、井上の方法⁽¹⁸⁾で三次元結晶方位分布関数(ODF)を求め、これから再構成した完全極点図である。極の集積度について若干の相違があるが、実測データは、それぞれ Fig. 4(c)と Fig. 5 のファジィ・モデルによる予測結果と良く対応していることがわかる。

Fig. 6 Reconstructed $\{100\}$ pole figure from the ODF of the measured rolling texture in IF steel rolled at 80% reduction.

Fig. 7 Reconstructed $\{110\}$ pole figure from the ODF of the measured rolling texture in IF steel rolled at 80% reduction.

V. 結 論

多結晶体の塑性変形モデルとして、各結晶粒に指定されるべき物質ストレッチ成分 D_{ij} (ひずみ速度成分) は固定されたクリスプな数としてみるのではなく、かつそのいくつかを全く緩和してしまうのでもなく、それらは材料全体としての巨視的なストレッチ成分 $\langle D_{ij} \rangle$ に“大体等しくなっている”と考えた。すなわち、各結晶粒に指定される D_{ij} は制約の緩いファジィ数と解釈し、結晶塑性に関する Taylor モデルにファジィ制約の概念を導入した。その結果として、多結晶塑性に

関して、いわゆるファジィ・Taylor モデルというべきものを提案した。そして、これをファジィ数理計画法の問題として定式化した。さらに、定式化したアルゴリズムに基づき、大変形を受けた後に発達する多結晶体の変形集合組織を予測するための計算機プログラムを開発し、これを、bcc 金属の圧延集合組織の予測の問題に適用した。計算の結果は、実測データを説明するものであった。

最後に、本研究を遂行することにおいて、日本石油化学株式会社樹脂研究所・石田 大氏と横浜国立大学大学院学生・王 軍および鄭 京煥の両君に多方面にわたり御協力をいただいた。付記して謝意を表したい。

文 献

- (1) 関根和喜：日本金属学会セミナー「多結晶の結晶方位分布の制御と材料特性」テキスト，日本金属学会，(1992)，13.
- (2) P. Van Houtte: Proc. ICOTOM 7, Ed. by C. M. Brakman, P. Jongenburger and E. J. Mittemeijer, Netherlands Society for Materials Science, (1984), 7.
- (3) J. F. W. Bishop and R. Hill: Phil. Mag., Ser. 7, **42**(1951), 414 and 1298.
- (4) G. I. Taylor: J. Inst. Metals, **62**(1938), 307.
- (5) 大久保忠恒：塑性と加工，**9**(1968)，681.
- (6) G. Y. Chin and W. L. Mammel: Trans. Met. Soc. AIME, **245**(1969)，1211.
- (7) K. Sekine and J. Wang: Proc. 5th Int. Symp. on Plasticity and Its Current Applications, Ed. by S. Tanimura and A. Kahan, Gordon and Breach Publishers, (1995), 313.
- (8) 王 軍，鄭 京煥，関根和喜：速度依存型結晶塑性論のファジィ・モデリングによる定式化，日本金属学会第3回「集合組織と材料特性研究会」資料，(1995)，京都市，23.
- (9) 田中英夫：ファジィモデリングとその応用，朝倉書店，(1993)，14.
- (10) P. Van Houtte: Acta Met., **43**(1995)，2859.
- (11) たとえば，坂和正敏：ファジィ理論の基礎と応用，森北出版社，東京，(1990)，106.
- (12) 石倉 久，石川真澄：社会システム工学，朝倉書店，(1992)，112.
- (13) 関根和喜，鄭 京煥：日本金属学会誌，**59**(1995)，356.
- (14) H. Inagaki: Z. Metallkde, **Bd.78**(1987)，431.
- (15) L. Seidal, M. Holscher and K. Lücke: Textures and Microstruct., **11**(1989)，171.
- (16) J. L. Raphanel and P. Van Houtte: Acta Metall., **33**(1985)，1481.
- (17) L. S. Toth, J. J. Jonas, D. Daniel and R. K. Ray: Met. Trans., **21A**(1990)，2985.
- (18) 井上博史，稲数直次：日本金属学会誌，**58**(1994)，892.