ポルトヴァン-ルシャトリエ効果のための加工軟化モデルに基づいた構成方程式

小野寺龍太 森川龍哉

九州大学工学部材料工学科

J. Japan Inst. Metals, Vol. 64, No. 12 (2000), pp. 1172-1180
© 2000 The Japan Institute of Metals

A New Constitutive Equation for the Portevin-LeChatelier Effect Based on Work-Softening Model

Ryuta Onodera and Tatsuya Morikawa

Department of Material Science and Engineering, Faculty of Engineering, Kyushu University, Fukuoka 812-8581

A new constitutive equation for the Portevin-LeChatelier effect has been proposed. A main feature of the equation is the introduction of an internal stress Y_{ir} which is supposed to be decreased with strain (work softening) and increased with time (age hardening). Y_{ir} is introduced in order to explain the negative rate sensitivity (n.r.s) of the flow stress. Another feature of the theory is that all the parameters used in the equation can be obtained by macroscopic experiments. The results of computer simulation based on the theory showed that the simulated values of the Luders strain, the strain rate, the stress drop and its rate agree quantitatively with the experimental data. Moreover, the simulation could explain the peculiar behavior of Luders deformation, namely, the fast and slow deformation, which was observed in the tensile test carried out at the moderate tensile speed of $3 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$.

(Received April 21, 2000; Accepted October 6, 2000)

Keywords: Portevin-LeChatelier effect, serrated flow, phenomenological theory, constitutive equation, computer simulation, Luders stain, Luders strain rate, stress drop

1. 緒 言

前の論文¹⁾で我々は、Al合金のP-L効果に関する種々の特性値の精密な測定結果を示した。その特性値とはリューダース帯内の歪や歪速度、あるいは応力降下の量やその速度などである。そして従来の理論ではこれらの結果を説明できないことを述べた。本論文では新しい理論を提出し(不十分な形では文献²⁾に公表されている)、これらの実験結果を数値シミュレーションによって定量的に予測することを試みる。

この新理論はいわゆる現象論で、用いられるほとんどのパラメーターは巨視的実験によって得る事ができる。例えば、加工硬化率、歪速度を急変したときの応力の増加量、応力の歪速度依存性が負である歪速度領域などであり、これらは前の論文で述べたセレーション変形の様相を調べる実験とは全く異なる実験から求めることができる巨視的の量である。従来の、転位論に基づく不均一変形の理論(Cottrell³⁾, van den Beukel⁴⁾, Johnston-Gilman⁵⁾)は微視的機構から演繹される理論であり、用いられるパラメーターは可動転位密度、転位速度、空孔密度、拡散速度、転位と溶質原子の相互作用力などの微視的の量である。しかしながら、これらの量の正確な値を与えることはほとんど不可能で、従来の研究では、理論値を実験値と一致させるようにこれらの量を決めてきた。即ち

ある結果を説明するためにその結果を用いたもので、真の理論とは言い難い。本理論はそのような欠点を有しない。

本理論は、加工硬化や、有効応力と歪速度の関係など常識的と思われる概念以外に、ただ一つ、時効硬化し加工軟化する内部応力が存在するということを仮定する。本論文では、この内部応力 Y_{ir} の導入によってリューダース変形の様相を精確に説明できることを示すが、この理論を用いれば、(1) P-L効果の開始歪、(2)歪時効現象、あるいは、(3)鉄鋼の降伏点現象など不均一変形の多くの現象を統一的に理解することができる(これらは後の論文で示す予定である)。

2. 現象論的モデルと定式化

2.1 構成方程式

P-L効果(セレーション変形)が起こる場合、変形応力の歪速度依存性が負となることは広く受け入れられている実験事実である。しかし歪速度依存性が負であってもP-L効果が起こらない場合もある。本理論の中心課題はこの応力の歪速度逆依存性(Negative strain Rate Sensitivity of flow stress, 以下NRSと略す)とそのP-L効果との関連を明快に説明できるような構成方程式を作ることである。以下では、読者の理解が得られやすいように、理論を先に述べ、これを引張速度急変試験の実験結果と対応させて、その無矛盾性を示すという説明方法を採用するつもりである。

本論文では、歪速度を決定する応力を有効応力 Y_e と呼び、両者の関係は

$$Y_e = f \ln(1 + \dot{\epsilon}/B) \text{ または } \dot{\epsilon} = B \{ \exp(Y_e/f) - 1 \} \quad (1)$$

で表現できるとした ($\dot{\epsilon} = B Y_e^m$ のような形にも書ける). ここで、括弧中の数値 1 は $Y_e = 0$ のとき、歪速度が零になるようにするために導入されたものである. 定数 B は、その値が平均歪速度より十分小さければ、シミュレーションの結果にほとんど影響を与えない. B の値を一桁下げれば、流動応力 (flow stress) が $2.3f$ MPa 上がるが、これは単に応力歪曲線上での応力の平行移動を結果するだけで、変形のシミュレーション自体には全く変化を与えなかった. そこでシミュレーションでは 10^{-7} s^{-1} という値を用いた. B の値をこのようにとり、 10^{-5} s^{-1} 以上の歪速度範囲を考えると、式 (1) は $2.3f$ MPa だけ応力を上げれば歪速度が 10 倍になることを意味する. またシミュレーションでの f の値は後に述べるように 1 MPa とした.

有効応力は外力 σ と次のような関係にあるとする.

$$Y_e = \sigma - (Y_0 + h\epsilon + Y_{ir}) \quad (2)$$

式 (2) の右辺の括弧中の応力を本論文では内部応力と呼ぶ. Y_0 は (与えられた歪において、 $Y_{ir} = 0$ の時の) 非常に小さい歪速度に対する降伏応力であるが、 Y_0 はシミュレーションの式の中に入らないのでこの値を知る必要はない. h は (その歪の時の) 加工硬化率 ($= d\sigma/d\epsilon$) であり、 ϵ はその歪状態から測られる. Y_{ir} は本理論の骨子で、「時効硬化し、加工 (歪) 軟化する」一種の内部応力である. 以下 Y_{ir} について説明する.

2.2 時効硬化し、加工軟化する内部応力 Y_{ir}

論述の一貫性を保つために、 Y_{ir} を生み出す微視的機構の推測はここでは行わず第 4.2 節で考察するに止めるが、以下に述べる Y_{ir} の定式化が必ずしも微視的根拠を欠くものではないことは、その考察を読んで頂ければ分かると思う. さて、 Y_{ir} の時間変化は次式のように記述できるとした.

$$dY_{ir}/dt = -a\dot{\epsilon}Y_{ir} + b[\exp\{(Y_{ir}^M - Y_{ir})/g\} - 1] \quad (3)$$

ここで、右辺第一項は加工軟化 ($dY_{ir}/d\epsilon = -aY_{ir}$) を意味し、 a は軟化速度を規定するパラメータである. Y_{ir} を右辺に入れた理由は、 Y_{ir} の値が零に近づけば、その減少速度も小さくなるだろうと考えたためである. 右辺第二項は時効硬化を意味するが、式 (3) のような数学的形を仮定した理由を以下に述べる.

数学的に見れば式 (3) は、 $\dot{\epsilon}$ が大きい時 (右辺第一項が大きいので) Y_{ir} が減少し、小さい時 (第二項が大きいので) 増加する事を意味する. よって一定の $\dot{\epsilon}$ の下では、 Y_{ir} の値は時間の経過とともに、時効硬化速度と歪軟化速度が平衡するある値に収束する (以後、これを平衡状態と呼ぶ. その時 $dY_{ir}/dt = 0$ である). 平衡状態では次式が成立する.

$$-a\dot{\epsilon}Y_{ir} + b[\exp\{(Y_{ir}^M - Y_{ir})/g\} - 1] = 0 \quad (4)$$

幾つかの g と Y_{ir}^M の値に対して Y_{ir} の平衡値を $\dot{\epsilon}$ の関数として Fig. 1(a) に示した. Fig. 1(a) は、歪速度が大きくなるにつれて内部応力 Y_{ir} の値が $\log(\dot{\epsilon})$ に対してほぼ直線的に下がるという Y_{ir} の歪速度逆依存性 (NRS) を意味し、その勾配は g の値によって決まる. 即ち、 $\dot{\epsilon}$ が 10 倍になれば Y_{ir}

Fig. 1 Relation between Y_{ir} and strain rate $\dot{\epsilon}$ at the equilibrium state (a), and the schematic figure of (a), (b).

の値は $2.3g$ 位下がる事を示している. Y_{ir}^M の値は歪速度が小さいところでの飽和値を意味し、歪速度が大きいくところでは Y_{ir} の値は零に収束する. Fig. 1(a) を、単純化した形で Fig. 1(b) に示した. 式にすると次のように書ける.

$$\begin{aligned} Y_{ir} &= Y_{ir}^M & (\dot{\epsilon} < \dot{\epsilon}_L) \\ Y_{ir} &= Y_{ir}^M - g \ln(\dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_L) & (\dot{\epsilon}_L < \dot{\epsilon} < \dot{\epsilon}_H) \\ Y_{ir} &= 0 & (\dot{\epsilon} > \dot{\epsilon}_H) \end{aligned} \quad (5)$$

但し、 $\dot{\epsilon}_H = \dot{\epsilon}_L \exp(Y_{ir}^M/g)$

ここで $\dot{\epsilon}_L$ は Y_{ir} がほぼ Y_{ir}^M になる歪速度、 $\dot{\epsilon}_H$ は Y_{ir} が零になる歪速度である. Y_{ir} が NRS 状態にある領域の広さ、即ち、対数歪速度幅 $Rnrs$ は次式のように定義される.

$$Rnrs = \log_{10}\{\dot{\epsilon}_H\} - \log_{10}\{\dot{\epsilon}_L\} = Y_{ir}^M / (2.3 * g) \quad (6)$$

後のシミュレーションで用いる値、 $g = 2$ MPa, $Y_{ir}^M = 20$ MPa なら $Rnrs$ は約 4.4 となる (Fig. 1(a) 中の太線). Fig. 1(a) の横軸は a/b の値によって水平方向にずれる. 即ち、 $Rnrs$ は g と Y_{ir}^M で決まるが、 a/b の値が小さくなると NRS の領域は大きい歪速度側に移行する. シミュレーションで用いる、 $a/b = 10^4$ ($a = 600$, $b = 0.06$ MPa/s) の場合、 $\dot{\epsilon}_H$ は 10^{-1} s^{-1} 強、 $\dot{\epsilon}_L$ は 10^{-5} s^{-1} 弱である.

式 (3) のような関数を仮定した理由は、それが、上に述べた平衡状態での直線的 NRS 関係を与えるからである.

式 (3) を $\dot{\epsilon} = 0$ という条件 (変形停止状態) の下で積分すると、 Y_{ir} の時効硬化式が得られる.

$$Y_{ir} = Y_{ir}^M + g \ln[1 - \{w/(1+w)\} \exp(-bt/g)] \quad (7)$$

但し、 $w = \exp\{(Y_{ir}^M - Y_{ir0})/g\}$

ここで、 Y_{ir0} は Y_{ir} の初期値である. Fig. 2 に $Y_{ir0} = 0$ の場合の時効硬化曲線を示した (Fig. 1 と同じパラメータを用いた). 図は、 Y_{ir} の値は時間の対数とともに直線的に上昇

Fig. 2 Aging curve of Y_{ir} . The initial value of Y_{ir} is supposed to be zero.

し、その傾きは g の値によって決まること、またその直線的に増加している時間の対数幅は $Y_{ir}^M / (2.3g)$ 程度であることを示している。また、横軸をパラメーター b の三通りの値について書いた。 b が小さければ Y_{ir} は長い時間でゆっくり上昇するが、 b が大きいと短時間で飽和する。 b は拡散速度に関連する定数で $\exp(-E/kT)$ の項を含むと思われる。後述するように、時効の飽和時間が分かれば b の値を大雑把に定めることができる(例えば飽和時間が 10^2 s なら $b = 0.06$ 位)。

2.3 応力の歪速度依存性に関する実験と定数の決定

以下に、Fig. 1 に示した平衡状態での $Y_{ir}-\dot{\epsilon}$ 関係が応力の歪速度依存性の実験結果と矛盾しないことを示し、またその結果を利用してパラメータの値を決定する。引張速度急変試験の結果の一例を Fig. 3 に示した。Fig. 3(a) は実験結果、(b) は模式図である。Fig. 3 で用いた試料は時効した Al-4.5Cu 合金で、この材料は NRS 状態でも容易に P-L 効果を起こさない性質を持っており、歪速度依存性を考える材料の実例として適しているのここ示した(我々は、この合金で P-L 効果が起こり難い理由は式(3)中の定数 a の値が小さいためと考えている。詳細は後の論文で公表するが、構成方程式(1)-(3)は「NRS 状態でも P-L 効果が起こり難い材料があること」を簡単に説明できる)。本論文は炉冷した Al-4Cu-0.5Mg-0.5Mn 合金の P-L 効果のシミュレーションを目的としており、この場合は、セレーションが起こるので f や後に述べる c の値の測定には誤差が大きい、この場合でも歪速度急変試験によって同様にパラメーターの値を決定することができる。著者の一人が昔行った実験⁶⁾を参照されたい。

Fig. 3 は次のようなことを示している。まず、引張速度急増後、応力は一旦急激に上昇する。これは試験片の変形速度とクロスヘッド速度とが釣り合うまで、外力が増加するためであり、この上昇量(Fig. 3(b)の $\Delta\sigma_{init}$)は簡単に実測できる。その実験から、 $\Delta\sigma_{init}$ はかなり広い歪速度範囲で、ほぼ $\ln(\dot{\epsilon}_2/\dot{\epsilon}_1)$ に比例するという結果が得られた。ここで $\dot{\epsilon}_1, \dot{\epsilon}_2$ は引張速度急変前後の歪速度である。この急増を構成方程式

Fig. 3 Two examples of stress-strain curve in the test in which the tensile speed is abruptly changed (a) and a schematic figure of (a), (b). The test piece is made of aged Al-4.5Cu alloy.

(1)-(3)で説明すると次のようになる。式(3)に示したように Y_{ir} は時間と共に変化する量であり、外力が瞬間的に変わっても瞬間的には変化しない。このことは式(2)中の $h\epsilon$ についても言えるから、 $\Delta\sigma_{init}$ は有効応力に関係づけられなければならない(この点はほとんどの研究者が一致して認めている)。よって次式が成り立つ。ここで f の値は炉冷した Al-4Cu-0.5Mg-0.5Mn 合金の実測値⁶⁾である。

$$\Delta\sigma_{init} = \Delta Y_e = f \ln(\dot{\epsilon}_2/\dot{\epsilon}_1) \quad f = 1-2 \text{ MPa} \quad (8)$$

Fig. 3 で、応力は急増後ほぼ一定値を保ち、ある歪を経過した(遷移状態)後、通常の応力歪曲線に戻る。遷移状態は軟鋼の降伏点現象と同じく、リュースダース帯が試験片中を伝播している状態で、通常状態は試験片全体が均一歪速度で変形している状態である。通常状態は Fig. 1 に関して述べた平衡状態と対応するものである。以後平衡状態と呼ぶ。Fig. 3 ではこの平衡状態における応力が引張速度急増前の応力(の外挿値)より低い。これが応力の歪速度逆依存性であり、二つの歪速度での応力の差 $\Delta\sigma_{ex}$ の実験値も次のような対数的関係で表現できた⁶⁾。

$$\Delta\sigma_{ex} = \sigma_2 - \sigma_1 = -c \ln(\dot{\epsilon}_2/\dot{\epsilon}_1) \quad c = 1-2 \text{ MPa} \quad (9)$$

ここで、 c の値 1-2 MPa は炉冷した Al-4Cu-0.5Mg-0.5Mn 合金の実測値⁶⁾である。

式(1), (2), (5)の理論式では、平衡状態において、

$$\Delta\sigma_{theo} = \Delta Y_e + \Delta Y_{ir} = f \ln(\dot{\epsilon}_2/\dot{\epsilon}_1) - g \ln(\dot{\epsilon}_2/\dot{\epsilon}_1) \quad (10)$$

が成立するから、 $\Delta\sigma_{ex} = \Delta\sigma_{theo}$ とおけば g の値は実測された f と c の値から次式で決定することができる。

$$g = f + c \quad g = 2-4 \text{ MPa} \quad (11)$$

式(9)のような実験結果は歪速度が $10^{-(6-5)}$ から $10^{-(1-0)}$ s^{-1} まで、即ち対数歪速度幅 $Rnrs$ で 5 ($= \log\{10^{-0}/10^{-5}\}$) というかなり広い歪速度範囲で起こる(炉冷した Al-4Cu-0.5Mg-0.5Mn 合金では NRS の領域と P-L 効果の出現する歪速度領域とはほぼ一致すると考えられ、その範囲は上に述べたようなものである)。そこで式(6)の $Rnrs$ に 5 を代入し、 $g = 2$ MPa とすると、 $Y_{ir}^M = 23$ MPa が得られる。また

a/b の値は, Fig. 1 を参照して, $10^{-(6-5)}$ から $10^{-(1-0)} \text{ s}^{-1}$ という歪速度範囲が NRS の領域 (P-L 効果が起こる歪速度範囲) となるようにすると, ほぼ 10^4 s/MPa となる.

以上要するに, 平衡状態における構成方程式 (1), (2) および (4) (あるいは (5)) は歪速度急変試験で得られる NRS 関係を矛盾なく説明することができ, 式で用いられるパラメータはその実験結果から推定する事ができる. 炉冷した Al-4Cu-0.5Mg-0.5Mn 合金では, $f = 1 \text{ MPa}$, $g = 2 \text{ MPa}$, $Y_{ir}^M = 20 \text{ MPa}$, $a/b = 10^4 \text{ s/MPa}$ 程度と考えてよいと思われる.

b の値は歪時効実験によって決定できる. 実験の詳細については別の論文に譲るが, Al 合金の常温では 100 s 程度で時効が完了する (時効後の応力増加量が飽和する) から, Fig. 2 を参照して b は 0.01 と 0.1 MPa/s の間にあると思われる. 本シミュレーションでは 0.06 MPa/s を用いた. a/b と b が決まれば a の値は決定でき, $a = 600$ が得られる. 別の方法として, a の値は P-L 効果の開始歪 (critical strain) から推定することもできる. これについては後の論文で公表するが, その結果からも $a = 600$ という値は適当なものであった.

2.4 引張試験の定式化

引張試験は Fig. 4 のように定式化した. シミュレーションでは, 前報の実験と対応して, 試験片の長さ $L = 30 \text{ mm}$, 幅 8 mm , 厚さ 2 mm とした. 試験片を長手方向に $n = 15$ の要素に分割し, 各要素の長さを $l = 2 \text{ mm}$ (板厚に等しい) とした. そしてこの要素の中での変形は均一と仮定した. このような分割方法を採用した理由は, リューダース変形は, 上下の非変形域の拘束のため, ほぼ板厚程度の領域で起こると考

えたからである. また実際, 前報で示したように, リューダース帯の長さの実測値は $2-4 \text{ mm}$ であった. 各要素の初期断面積を次式のように僅かつつ変えた. 以下で添字 0 は初期値 (定数) を意味する.

$$S_0(k) = S_0\{1 + 0.001(k-1)\} \quad S_0 = 16 \text{ mm}^2 \quad (12)$$

ここで $k = 1, 2 \dots 15$ は要素番号を意味する. このように断面積を変えた理由は全ての要素が全く同一の変形をするのを防ぐためである. 断面積を変えずに, 式 (2) 中の Y_0 や h あるいは Y_{ir} の初期値などを要素毎に変えても同様のシミュレーション結果を得ることができる. これらのどの初期値を変えても, シミュレーションで得られるリューダース変形の本質には全く影響を及ぼさない. なぜなら各要素がリューダース変形を始めた後のある瞬間では, 各要素の断面積や歪などはバラバラの値をとるからである.

K を試験機と試験片の合成された剛性 (実験に用いた試験機では, $K = 15000 \text{ MPa/mm}$ である) とすれば, k 番目の要素に作用する外力 (試験機が及ぼす応力) は, 正しくは $\sigma(k) = K\{ut - \Sigma \epsilon(n)\} / S(k)$ であるが, 変形とともに断面積は, $S = S_0(1 - \epsilon)$ のように変化するから, 近似的に次式のように書ける.

$$\sigma(k) = K\{ut - \Sigma \epsilon(n)\} / S_0(k) + \sigma(k)\epsilon(k) \quad (13)$$

ここで u はクロスヘッドの移動速度, 歪 ϵ は $t = 0$ から測られ, Σ は全ての要素 15 についてとられる. 式 (2) と (13) から, $A(k)$ を定数として, 次式が得られる.

$$Y_e(k) = K\{ut - \Sigma \epsilon(n)\} / S_0(k) - (h - \sigma)\epsilon(k) - \{Y_{ir}(k) - A(k)\} \quad (14)$$

ここで $h - \sigma$ の値はどの要素でも同じとし, 炉冷した Al-4Cu-0.5Mg-0.5Mn 合金の $\epsilon = 9\%$ の時の値として, シミュレーションでは $h - \sigma = 600 \text{ MPa}$ を用いた. これについては前報¹⁾ の第 2 節を参照されたい.

初期条件は, $t = 0$, $\epsilon(k) = 0$ において, (1) 全ての要素が同じ歪速度で変形しつつあり, 試験片全体の伸び速度は引張速度と釣り合っている, (2) その時の各要素の Y_{ir} の値は歪速度と平衡状態にある (式 (4) が成立している) という二つを用いた. この二つの条件を満足するように初期値 $\dot{\epsilon}_0(k)$ ($Y_{e0}(k)$) および $Y_{ir0}(k)$ を決めると次のようになる (下の式で $\dot{\epsilon}_0$, Y_{e0} , Y_{ir0} は定数である).

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_0(k) &= \dot{\epsilon}_0 = Ku / \{KL + S_0(h - \sigma)\}, \\ Y_{e0}(k) &= Y_{e0} = f \ln(1 + \dot{\epsilon}_0/B) \quad k = 1, 15 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} (a/b)\dot{\epsilon}_0 Y_{ir0} &= [\exp\{(Y_{ir}^M - Y_{ir0})/g\} - 1], \\ Y_{ir0}(k) &= Y_{ir0} \quad k = 1, 15 \end{aligned} \quad (16)$$

上の定数を用いて, 要素の有効応力, および歪と Y_{ir} の時間微分は次式で表現される.

$$Y_e(k) = Y_{e0} + K\{ut - \Sigma \epsilon(n)\} / S_0(k) - (h - \sigma)\epsilon(k) - \{Y_{ir}(k) - Y_{ir0}\} \quad (17)$$

$$d\epsilon(k)/dt = (\dot{\epsilon}(k)) = B\{\exp(Y_e(k)/f) - 1\} \quad (18)$$

$$dY_{ir}(k)/dt = -a\dot{\epsilon}(k)Y_{ir}(k) + b[\exp\{(Y_{ir}^M - Y_{ir}(k))/g\} - 1] \quad (19)$$

式 (17) - (19) を解くに当たって, 計算にはルンゲ-クッタ法とグレゴリー-ニュートンの外挿公式を用いた. 定数の数値のみ示すと, $K = 15000$, $n = 15$, $l = 2$ ($L = 30$), $S_0(k) = 16\{1 + 0.001(k-1)\}$, $h - \sigma = 600$, $B = 10^{-7}$, $f = 1$, $a = 600$, $b = 0.06$,

Fig. 4 Model of the specimen supposed in the simulation.

$Yir^M=20$, $g=2$ である. 引張速度 u は 0.0018 , 0.009 , 0.09 , 0.9 mm/s (平均歪速度 6×10^{-5} , 3×10^{-4} , 3×10^{-3} , 3×10^{-2} s^{-1} に対応する) の四種類を用いた.

3. シミュレーション結果

四種類の引張速度に対する, 歪速度, 歪および応力の時間変化のグラフを Fig. 5-8 に示した. Fig. 5, 6 の図(b)はそれぞれ図(a)の拡大図である. 初期状態($t=0$)からのグラフは Fig. 6(a)のみであり, 他の図は全て変形がかなり進んだ後の状態を示している. Fig. 6(a)で横軸(変位)が 0.1 mm の所まで歪や応力増加が直線であるのは初期条件(式(15), (16))を平衡状態にとったからである. 図で, 全ての要素の歪速度はほぼ $3 \times 10^{-4} s^{-1}$ であり, 応力は 22.2 s 後に約 4 MPa 増加しているが, これは均一変形での応力上昇値 $(h-\sigma) \dot{\epsilon} t = 600 \times 3 \times 10^{-4} \times 22.2 = 4$ に対応する. しかし要素毎に僅かに断面積が違う(式(12))ので変形が段々不均一になり, セレーションが現れるようになる. 即ち, ある要素の歪速度が他の要素のそれより少し大きくなると, その要素の Yir が下がり(式(19))その結果その要素の Ye の値(式(17))および歪速度(式(18))は増加する. このことはますますその要素の歪速度を増加させ, その結果外力が下がり, 他の要素の変形は事実上止められるのである.

Fig. 6(a)において, 不均一変形は歪とともに激しくなり, 変位が 0.3 mm を越すと似たようなセレーション変形が続くようになる. Fig. 6(a)以外の図は全て, セレーションの振幅がほぼ一定となった後の状況を示している. なお, Fig. 6(a)のセレーションが発生する歪はいわゆる開始歪(critical strain)とは関係がない(初期条件を変えれば $t=0$ からセレーションを起こさせることができる. 別の論文で示すように, $h-\sigma$ の値を大きくすれば, 全くセレーションは起こらなくなり, このことから開始歪を決定することができる). 以下に前の論文に示した実験結果と比較して Fig. 5-8 のシミュレーション結果を評価する.

3.1 遅い引張速度(平均歪速度 6×10^{-5} , $3 \times 10^{-4} s^{-1}$)の場合

Fig. 5 や Fig. 6(歪速度 6×10^{-5} , $3 \times 10^{-4} s^{-1}$)で一つの要素は続けて $2, 3$ 回のリュードス変形を行っている. 一回目の変形の最大歪速度は $10^0 s^{-1}$ に近く, リュードス歪は 0.4% 位, 荷重降下量は 100 N, 降下速度は $(1-2) \times 10^4$ N/s 程度である. また total のリュードス歪は $0.7-1.2\%$ である (Fig. 5(a)の要素 1 や, Fig. 6(a)参照). これらの値は前報¹⁾の Table 1(a)に示した実験データと極めてよく一致している. また前報の Fig. 2(c)と Fig. 5(b)の曲線の形状も非常によく似ている.

Fig. 5 Examples of the result of simulation: the changes in the strain rate $\dot{\epsilon}$, the strain ϵ and the flow stress $\Delta\sigma$ with time (or the crosshead displacement) in the low speed test (the average strain rate is $6 \times 10^{-5} s^{-1}$). Fig. (b) is the enlarged graph of the serration A in Fig. (a).

Fig. 6 Examples of the result of simulation in the low speed test (the average strain rate is $3 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$). Fig. (b) is the enlarged graph of the part of Fig. (a).

Table 1 Comparison of the characteristics obtained by the simulation with those by the experiment. The listed values are the typical ones (there were some exceptions besides).

	Av. strain rate s^{-1}		ΔP N	$\dot{P}$ kN/s	$\Delta \varepsilon$ (total) %	$\Delta \varepsilon$ (large) %	$\Delta \varepsilon$ (small) %	$\dot{\varepsilon}_{\max}$ s^{-1}
Low speed test	6×10^{-5}	exp.	-(50-110)	-(5-10)	0.6-1.0	0.3-0.6	0-0.3	0.2-0.6
	3×10^{-4}	sim.	-(50-110)	-(10-20)	0.7-1.1	0.4 ^b	0.2-0.3 ^b	0.4-0.9
Moderate speed test	3×10^{-3}	exp.	-(20-50)	-(1-2)	0.9-1.3	0.25-0.45 ^c	0.3-0.6 ^c	0.07-0.12
		sim.	-(60-80)	-6	0.8-1.1	0.3 ^c	0.7 ^c	0.4-0.7
High speed test	3×10^{-2}	exp.	-(0-10) ^a	-(0-0.5) ^a	1.7-2.5			0.3-0.6
		sim.	-16	-5	0.7			0.6

^a Larger values were measured, but they were rare.

^b The values of the first (the left-hand side) and of the second deformation (the right).

^c The values of the fast 1 deformation (the left) and of the subsequent deformation (the right).

シミュレーション結果と実験データの相違は次の二点である。(1)シミュレーションではリューダース変形が隣の要素に順々に伝播しない(Fig. 6(b)では要素15の後要素9が変形している)。(2)実験では一回のリューダース変形において変形はまず主要部での速い変形に始まり、次いで周辺部で遅い変形が続いた。そしてどのリューダース変形も似たものであった。しかし、シミュレーションでは同じ要素が断続的に二、三回繰り返して変形し、一回目の変形が顕著で、以後の変形では応力降下量などが小さい。これらの状況を Fig. 9 に模式的に示した。これらの相違の原因が試験片の分割と各要素の独立の変形という仮定にあることは明らかである。これについては後に簡単に考察する。

3.2 中位の引張速度(平均歪速度 $3 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$)の場合

Fig. 7 は歪速度 $3 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ に対するシミュレーションの結果である。このグラフは特異な形をしている。即ち、ある要素は一旦高速変形した(応力は急減する)後、それより一桁程小さい歪速度でかなり長時間、変形が続き、この間応力はゆっくり上昇する。そしてこの要素の変形は別の要素の急速変形によって終わりを告げる。この特異な二段階変形は、前報¹⁾の Fig. 4(c), (d)で示した急速-緩慢変形と非常によく似ている。ただシミュレーションでの歪速度 $5 \times 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ や荷重下降速度 -6400 N/s は実験値(前報 Table 1(b)中の Spec. No. 3-1 Band No. 4では、前者は $1 \times 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ 、後者は

Fig. 7 Examples of the result of simulation in the moderate speed test (the average strain rate is $3 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$).

Fig. 8 Examples of the result of simulation in the high speed test (the average strain rate is $3 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$).

−1800 N/s)に比べやや大きい(この原因はシミュレーションにおいてリュースダース帯長さ l を2 mmと仮定したことにある。実験結果では l の値はもう少し大きく、シミュレーションでも $l=3$ とすればもっと実験結果と近くなる)。応力降下量やtotalのリュースダース歪量はシミュレーション値、実験値(前報¹⁾のTable 1(b))とも同程度(50–60 N, 1%)である。実験では振動型の変形(前報¹⁾のFig. 4(c))が見られたが、これは歪速度 $3 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ のシミュレーション(Fig. 6(b))とFig. 7との中間の状態と考えられる。

ここに述べた急速-緩慢変形をシミュレーションによって再現できたことは、本理論の正しさを示すものと我々は考えている。以下に緩慢変形を理論的に説明する。緩慢変形は、ある要素のみがクロスヘッドの移動速度と釣り合う一定の歪速度で変形し、その間 Y_{ir} がその歪速度と平衡状態にあるという一種の定常状態であると考えられる。即ち

$$u = l\dot{\epsilon} + S_0(h - \sigma)\dot{\epsilon}/K(\dot{\epsilon} = Ku/\{Kl + S_0(h - \sigma)\}),$$

$$(a/b)\dot{\epsilon}Y_{ir} = [\exp\{(Y_{ir}^M - Y_{ir})/g\} - 1] \quad (20)$$

が同時に成立している。この式に定数を代入すると $\dot{\epsilon} = 0.034 \text{ s}^{-1}$, $Y_{ir} = 5.4 \text{ MPa}$ が得られ、応力増加速度は $\dot{\sigma} = (h - \sigma)\dot{\epsilon}$ から20 MPa/s($\dot{P} = 320 \text{ N/s}$)となる。これらの数値はFig. 7のグラフから読みとれる値と一致している。実際の試験片は要素に分割されているわけではなく、変形域(リュースダース帯)には隣接部があるのでリュースダース帯の長さ

Fig. 9 Schematic representation of the Luders band propagation in the low speed test, showing the difference between the experiment and the simulation.

は変化する。これによって帯内の歪速度も変化するの、応力が振動するのであろうが、基本的には急速-緩慢変形は本シミュレーションによって説明されたと考えてよいであろう。

3.3 速い引張速度(平均歪速度 $3 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$)の場合

Fig. 8は歪速度 $3 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ の場合のシミュレーション結果である。図のように応力は振動するがその振幅は小さく

Fig. 10 Two examples of the change in the value of Y_{ir} with time (or the crosshead displacement), obtained by the simulation. Fig. (a) and (b) is corresponding to Fig. 6(a) and Fig. 8, respectively.

(16 N 位), ある要素の歪速度が十分高い (10^{-1} s^{-1} 以上) うちに別の要素が高速変形を始めている。即ち, リューダース帯の連続伝播に近い状況になっている。前報¹⁾の Fig. 6 や Table 1(c) に示した特性値の値と比較すると, シミュレーションでは応力降下が大いこと, リューダース歪が 1% 弱であること (実験値は信頼性がやや欠けるが 0.5%–2.5%) など実験値と一致しないところがあるが, 歪速度が 0.5 s^{-1} 位であることでは両者は一致している。

Fig. 10 に Fig. 6(a) と Fig. 8 に対応する場合の Y_{ir} の変化を示した。歪速度の増加と Y_{ir} の減少が同時に起こっているのが判る。Table 1 に, 色々な引張速度での試験によって得られた特性値の代表的なデータ (前報¹⁾の Table 1) とシミュレーションの結果との大雑把な比較を示した。幾つかの点を除いて両者の一致はかなりよい。

4. 考 察

4.1 シミュレーションの欠点

本シミュレーションの最大の欠点は, 試験片を $l=2 \text{ mm}$ の要素に分割し, それらが互いに独立に均一変形をすると仮定したことである。この仮定は遅い引張速度の時には本論文で述べたようにかなり良いシミュレーション結果を与えるが, 速い引張速度の場合には不適当な仮定である。荷重一定という条件下で, 一定の長さのリューダース帯が一定の速さで試料中を伝播するというシミュレーションを行う事もでき, これは速い引張速度のシミュレーションとしては試験片分割法より良いと思われる。これについては別の論文で行う

予定である。

より良いシミュレーション法は, 変形を始めた領域の歪速度の時間的変化と, その変形域が空間的に広がっていく速度とをともに方程式中に取り入れることである。我々は別の論文 (「鉄と鋼」投稿中) で, 不十分ながらこのことを試みた。即ち, ある領域が変形すればそれに隣接した領域が変形し易くなるという考えを組み込んで, 鉄鋼の降伏点現象のシミュレーションを行って, ほぼ満足すべき結果を得たが, その方法にも問題があり, もっと良いやり方を模索している。

4.2 Y_{ir} の微視的機構

前報¹⁾で批判したように, 転位と溶質原子の微視的相互作用から出発して, 応力を歪速度と直接結びつけたペニング理論⁷⁾は, 実験結果を説明できなかった。これに対し, 巨視的状态量間の関係を仮定することから出発した本シミュレーションはセレーション変形に関する実験結果, 即ち, リューダース歪, 歪速度, 応力降下, およびこれらに対する引張速度の影響を定量的に説明することができた。就中, $3 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ の平均歪速度の場合の複雑な二段階変形も予測することができた。また後の論文で示すが, この理論は開始歪もほとんど完全に説明することができる。以上の事は, 本理論の骨子たる「加工軟化し, 時効硬化する内部応力」 Y_{ir} が実際に存在することを示唆していると我々は考えている。もしこの考えが正しいなら, 次になすべき事はこの Y_{ir} の微視的起源を解明することである。

多くの研究者はそれをコットレル雰囲気と考えるであろうし, そうかもしれない。しかしその場合には, コットレル雰囲気起因する転位引き留め力が歪とともに減少する機構を示すべきである。我々はその起源は非常に小さな析出物 (クラスター) であり, Y_{ir} の発生機構は次のように考えるといいのではないかと考えている。即ち, クラスターは時間とともに生成, 成長するが, その成長には限界がある (温度が低いのでオストワルド成長できない)。またこれらは転位運動の妨害にはなるが, 転位によって切られるので, 歪の進行とともに小さくなり, 極限では「溶けて」しまう, と考えるのである。こう考えれば Y_{ir} の時間変化が式 (3) のような加工軟化と時効硬化の形をとることが理解できると思われる。

以上に述べたクラスター仮説に金属学的な根拠がない訳ではない。第一の根拠は, 析出線から遠く離れた完全に単相と思われる状態では P-L 効果は多くの場合発生しないという事実である。例えば, Cu-Al, Cu-Zn, Ni-Cr 系では 5 at% 以下の溶質濃度では P-L 効果は発生しない⁸⁾。これらの合金でも 5% 以上では短範囲規則度領域ができ, これが転位運動への障害として働くと思われる。また, Al 合金には珍しく, 大きい固溶度をもつ Al-Li 系でも 5 at% 位でセレーションが現れるが, これについては多くの研究者が析出がセレーションの原因であると考えている⁹⁻¹²⁾。第二の根拠は, Al-Ag 合金は両元素の原子直径が等しく, コットレル雰囲気はできにくいと考えられるのに, 銀が析出すれば, P-L 効果が出現する^{13,14)} ということである。最後に, 未発表であるが我々は Al-Zn 系では析出と P-L 効果の間に強い相関があることを見いだしている (Cu-Al 系, Al-Zn 系については近日

中に公表予定)。

5. 結 言

本論文では、前論文で報告したリュウダース変形に関する測定値を、新しい理論によって説明することを試みた。この新理論は「加工軟化し、時効硬化する内部応力が存在する」と言うことを基本にし、リュウダース変形とは別の巨視的実験で測定しうるパラメータのみを用いて構成方程式を立てたものである。この構成式を用いた計算機シミュレーションの結果はほぼ満足すべきものであった。即ち、計算で得られたリュウダース帯内の歪速度、歪、応力降下量、及び降下速度などの変形特性値が実験データと定量的に一致したのみでなく、中位の引張速度での急速-緩慢変形のような特異な変形の様相まで計算によって再現することができた。

文 献

- 1) R. Onodera, M. Nonomura and M. Aramaki: J. Japan Inst. Metals, **64**(2000), 1162-1171.
- 2) R. Onodera, K. Higashida and T. Morikawa: Mater. Sci. Eng. A, **A234-236**(1997), 533-536.
- 3) A. H. Cottrell: Phil. Mag., **44**(1953), 829-832.
- 4) A. van den Beukel: Physica Status Solidi (a), **30**(1975), 197-206.
- 5) W. G. Johnston and J. J. Gilman: J. Appl. Phys., **30**(1959), 129-144.
- 6) R. Onodera, M. Shimizu and M. Koga: J. Japan Inst. Metals, **47**(1983), 10-16.
- 7) P. Penning: Acta Metall., **20**(1972), 1169-1175.
- 8) R. Onodera, T. Ishibashi, M. Koga and M. Shimizu: Acta Metall., **31**(1983), 535-540.
- 9) N. Behnood and J. T. Evans: Acta Metall., **37**(1989), 687-695.
- 10) S. J. Zambo and J. A. Wert: Acta Metall. Mater., **29**(1993), 1532-1528.
- 11) Y. Brechet and Y. Estrin: Scripta Metall. Mater., **31**(1994), 185-190.
- 12) S. Kumar and E. Pink: Acta Mater., **45**(1997), 5295-5301.
- 13) R. Onodera, H. Era, T. Ishibashi and M. Shimizu: Acta Metall., **31**(1983), 1589-1593.
- 14) T. Kanadani and A. Umada: Phys. Status Solidi (a), **148**(1995), K23 and 151, K29.