スパースモデリングを用いた形状影響係数の決定法

正会員 岡 畑 豪* 正会員 藪 下 和 樹*

A Technique Determining Form Factor by Means of Sparse Modeling

by Go Okahata, *Member* Kazuki Yabushita, *Member*

Summary

We present a new technique determining the form factor from resistance test results by using the sparse modeling. In the present method, the total resistance coefficient is approximated by a straight line and a high-order polynomial expression. The straight line and the high-order polynomial expression represent a viscous resistance and a wave-making resistance, respectively. The inclination of the straight line is only a function of the form factor. We determine the inclination and coefficients of the polynomial expression by means of sparse modeling. The present method is applied to some SR resistance test data under full load and ballast conditions, and the obtained form factors are in agreement with the values presented in the SR reports.

1. 緒 言

模型船による抵抗試験から実船の抵抗を推定する際、模型船の全抵抗係数 C_T を粘性抵抗係数 C_V と造波抵抗係数 C_W に分けて考え、特に肥大船に対しては、平板の摩擦抵抗係数 C_F と形状影響係数 K を用いて $C_T = C_V + C_W = (1 + K)C_F + C_W^{(1)}$ として扱われることが多い。この K を抵抗試験結果から決定する方法は種々提案されており、多くの方法では、低速域における造波抵抗係数 C_W とフルード数 Fr の関係を基に外挿によって K を決定している。これらの方法は、 C_W を Fr の何乗で近似するかによって分類され、4 乗で近似した Prohaska の方法²⁾をはじめとして、 n 乗近似したもの³⁾、4,5,6 乗の多項式近似したもの⁴⁾、4,8,12,16 乗の多項式近似したもの⁵⁾、1,2 乗の多項式近似したもの⁶⁾、などが挙げられる。また、低速接線法⁷⁾では、極低速で C_W をゼロとみなし、 $C_T/C_F = 1 + K$ の関係式から K を外挿して決定する。一方、著者らは、傾きが K の関数となる比例関係で粘性抵抗を表し、多項式で造波抵抗成分を表した近似関数を、計測された C_T に線形最小二乗法でフィッティングすることによって係数を求め、 K を決定する方法を提案した⁸⁾⁹⁾。しかし、上述の多くの方法では、バラスト状態における抵抗試験結果に対して明らかにおかしい K を推定する場合があることが知られている。著者らの提案した方法も例外ではない。また、バラスト状態の抵抗試験結果に対する K の決定法に関して言及している文献もほとんどない。

一方近年において、Mallat and Zhang (1993 年) によるマッティング追跡法¹⁰⁾、Tibshirani (1996 年) による LASSO¹¹⁾、Chen, Donohon and Saunders (1998) による基底追跡法¹²⁾、などの発表をきっかけに、情報学、地球物理学、統計学、AI 分野など多種多様な分野においてスパースモデリングが発展してきている^{13) 14)}。様々なスパースモデリングのアイデアの中で、方程式の数より未知数が多い連立方程式に対し、ゼロとなる未知数が多いという条件（スパース性）を仮定することによって最適解を求める方法に注目した。

本論文では、スパースモデリングで用いられる一手法である反復 s-スパースアルゴリズム^{14) 15)}を用い、形状影響係数 K を抵抗試験結果から決定する方法を提案する。本手法では、過去に著者らが提案した方法⁸⁾⁹⁾と同様に、 C_F の式を変形して C_V を比例関係で表し、この比例式に造波抵抗の影響を表す高次の多項式を加えた近似関数で抵抗試験から得た C_T を近似する。このとき、スパースモデリングを適用し、反復 s-スパースアルゴリズムによって最適解を求めることによって K を決定する。なお、公開されている満載状態のみで無く、バラスト状態での抵抗試験結果^{16) 17) 18)}に対しても、本手法を適用した結果を示す。

2. 全抵抗係数 C_T の近似関数

本手法では、著者らの方法⁸⁾⁹⁾と同様、平板の摩擦抵抗係数 C_F の式を変形することによって粘性抵抗係数 C_V を表す比例式を導き、これに造波抵抗の影響を表す項を加えることによって全抵抗係数 C_T を表す近似関数を求める。この時、 C_F が次式の形で表される式を採用した場合と、カルマン・シェーンヘル¹⁹⁾の式を採用した場合に分けて考える必要がある。

* 防衛大学校機械システム工学科

$$C_F = \frac{\alpha}{(\log_{10} Re - \beta)^\gamma} \quad (1)$$

ここで、 Re はレイノルズ数、 α, β, γ は定数を表す。ITTC57 の式²⁰⁾の場合、 $\alpha = 0.075, \beta = 2, \gamma = 2$ 、Hughes の式¹⁾の場合、 $\alpha = 0.066, \beta = 2.03, \gamma = 2$ 、Conn の式²¹⁾の場合、 $\alpha = 0.463, \beta = 0, \gamma = 2.6$ となる。

なお、カルマン・シェーンヘルの式は Lambert の W 関数²²⁾²³⁾を用いると次式で表される²⁴⁾⁹⁾。

$$C_F = \frac{\frac{\kappa^2}{2}}{W\left(\sqrt{\frac{\kappa^2}{2}} Re\right)^2} \quad (2)$$

ここで、 κ はカルマン定数で $\kappa \approx 0.394$ である。

$C_V = (1 + K)C_F$ の仮定の下、(1),(2)式をそれぞれ変形することによって次式の比例関係が得られる⁸⁾⁹⁾。

$$Y = AX \quad (3)$$

ここで X, Y, A は、(1)式に対する場合は、

$$X = \log_{10} Re - \beta \quad (4)$$

$$Y = \left(\frac{\alpha}{C_V}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (5)$$

$$A = \left(\frac{1}{1 + K}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (6)$$

となり、(2)式に対する場合は、

$$X = W\left(\sqrt{\frac{\kappa^2}{2}} Re\right) \quad (7)$$

$$Y = \frac{\kappa}{\sqrt{2C_V}} \quad (8)$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{1 + K}} \quad (9)$$

となる。ここで、(5)、(8)式中の C_V を C_T に置き換え、改めて Y を次式とする。

$$Y = \left(\frac{\alpha}{C_T}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (10)$$

$$Y = \frac{\kappa}{\sqrt{2C_T}} \quad (11)$$

(10)および(11)式はそれぞれ(1)および(2)式に対応している。

(4)、(6)、(10)式もしくは、(7)、(9)、(11)式で表される X, A, Y を用いて、抵抗試験から得られた C_T に対する近似関数を次式とする。

$$Y = AX + F(X) \quad (12)$$

ここで、 $F(X)$ は造波抵抗の影響を表す項で、次式の多項式で表す。

$$F(X) = \sum_{i=2}^N a_i X^i \quad (13)$$

a_i は未定係数を表す。また、 N は近似関数のべき数の最大

値で、今回は $N = 100$ とした。

速度が小さくなるに従って造波抵抗の影響が小さくなり、 $F(X)$ はゼロに近づき、 C_T は C_V に近づくことより、速度の低下に伴い、(12)式は(3)式に近づいていくことになる。よって、速度が小さく、理想的に造波抵抗が無い領域では次式が成り立つ。

$$F(X) = 0 \quad (14)$$

$$F'(X) = 0 \quad (15)$$

ここで、プライム記号は X に関する微分を表す。

3. 形状影響係数 K の決定手順

3.1 定式化

まず、抵抗試験により得られた速度と抵抗値のデータから 2 章で示した (X, Y) のデータセットを作る。 m 個の計測データからは、速度が小さい方から順番に $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_m, Y_m)$ の m 個のデータセットが得られる。これらのデータを(12)式に代入し、 $a_1 = A$ と表すと、次式で表される m 個の方程式を得る。

$$Y_k = \sum_{i=1}^N a_i X_k^i \quad (k = 1, 2, \dots, m) \quad (16)$$

次に、速度が最も小さい計測値 (X_1, Y_1) より小さい速度域に、理想的な仮想データセットを人工的に作成する。これは、原点と計測データの間では全抵抗係数は粘性抵抗係数を表す直線上に分布するという情報を与えるためである。この領域では造波抵抗の影響が無視できるとし、 $0 \leq X \leq X_1$ を等分割した $X = x_1, x_2, \dots, x_n$ を(14)、(15)式に代入し、次式で表される $2n$ 個の方程式を得る。

$$0 = \sum_{i=2}^N a_i x_k^i \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (17)$$

$$0 = \sum_{i=2}^N i a_i x_k^{i-1} \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (18)$$

(18)式、(17)式、(16)式の順番で $2n + m$ 個の方程式を並べ、まとめると次式となる。

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{a} \quad (19)$$

ここで、 $\mathbf{y}, \Phi, \mathbf{a}$ は次式で表される。

$$\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_{2n+m})^T \quad (20)$$

$$\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_N)^T \quad (21)$$

$$\Phi = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_N] \quad (22)$$

$$\phi_j = (\phi_{j,1}, \phi_{j,2}, \dots, \phi_{j,2n+m})^T \quad (23)$$

ここで、

$$y_k = \begin{cases} 0 & (1 \leq k \leq 2n) \\ Y_{k-2n} & (2n+1 \leq k \leq 2n+m) \end{cases} \quad (24)$$

$$\phi_{j,k} = \begin{cases} 0 & (1 \leq k \leq 2n) \\ X_{k-2n} & (2n+1 \leq k \leq 2n+m) \end{cases} \quad (j = 1) \quad (25)$$

$$\varphi_{j,k} = \begin{cases} jx_k^{j-1} & (1 \leq k \leq n) \\ x_{k-n}^j & (n+1 \leq k \leq 2n) \\ x_{k-2n}^j & (2n+1 \leq k \leq 2n+m) \end{cases} \quad (j \geq 2) \quad (26)$$

なお、太文字はベクトルを表し、 $(\dots)^T$ の記号はベクトルの転置を意味する。

さらに、最適化問題として(19)式を解く準備として規格化を行うために、(21)式および(23)式の代わりにそれぞれ次式を用いる。

$$\mathbf{a} = (l_1 a_1, l_2 a_2, \dots, l_N a_N)^T \quad (27)$$

$$\boldsymbol{\phi}_j = \left(\frac{\varphi_{j,1}}{l_j}, \frac{\varphi_{j,2}}{l_j}, \dots, \frac{\varphi_{j,2n+m}}{l_j} \right)^T \quad (28)$$

ここで、 l_j は次式で表される。

$$l_j = \sqrt{(\varphi_{j,1})^2 + (\varphi_{j,2})^2 + \dots + (\varphi_{j,2n+m})^2} \quad (29)$$

3.2 スパースモデリング

抵抗試験によって得られる計測データは十数点であるのに対して、 $N=100$ のような高次近似を考えると、仮想的なデータを加えても、多くの場合、方程式の数が未知数の数より少くなり、通常は (19) 式から未知ベクトル $\mathbf{a}$ を決定することはできない。そこで本論文では、 $m+2n < N$ の場合に対しても未知ベクトルを決定することができる、スパースモデリングを適用する。スパースモデリングでは、未知数の多くの要素がゼロであること（スパース性）を仮定し、この条件を考慮した目的関数を用いて最適化問題を解く。本論文では次式の目的関数 $f(\mathbf{a})$ を最小化する最適化問題として未知ベクトル $\mathbf{a}$ を決定する。

$$f(\mathbf{a}) = \|\Phi \mathbf{a} - \mathbf{y}\|_2^2 \quad (30)$$

ただし、 $\mathbf{a}$ は次式を満たす。

$$\|\mathbf{a}\|_0 \leq s \quad (31)$$

ここで、 $\|\cdot\|_2, \|\cdot\|_0$ はそれぞれ l^2, l^0 ノルムを意味する。 l^2 ノルムはユークリッドノルムを表し、 l^0 ノルムはベクトルの非ゼロ要素の数を表す。また、 s は Lagrange の未定乗数に相当するパラメータである。

この最適化問題に対して、本手法では反復 s - スパースアルゴリズム（反復ハードしきい値アルゴリズム）¹⁴⁾¹⁵⁾を用いて計算する。具体的には、 $\mathbf{a}$ に初期値 $\mathbf{a}^{[0]}$ を与え、次式の変換を $k=1, 2, \dots$ と繰り返し行う。

$$\mathbf{a}^{[k+1]} = H_s \left(\mathbf{a}^{[k]} - \gamma \Phi^T (\Phi \mathbf{a}^{[k]} - \mathbf{y}) \right) \quad (32)$$

ここで H_s は s - スパース作用素と呼ばれ、 $\mathbf{v}$ ベクトルの各要素 v_i に対して次式で定義される変換を行う。

$$H_s(\mathbf{v}) \equiv \begin{cases} v_i & |v_i| \geq |\lambda_s| \\ 0 & |v_i| < |\lambda_s| \end{cases} \quad (33)$$

ここで、 λ_s は $\mathbf{v}$ ベクトルの要素の中で s 番目に絶対値が大きい要素を意味する。また、次式を満たす γ を与えることによって(32)式の計算は収束する¹⁴⁾¹⁵⁾。

$$\gamma < \frac{1}{\Lambda_{\max}(\Phi^T \Phi)} \quad (34)$$

ここで、 $\Lambda_{\max}(\Phi^T \Phi)$ は $\Phi^T \Phi$ の固有値で最大のものを表す。本論文では $\gamma = 0.9/\Lambda_{\max}(\Phi^T \Phi)$ とした。

3.3 K の決定

(19)式に対して 3.2 節の方法で計算することによって未知ベクトル $\mathbf{a}$ が求まり、 $\mathbf{a}_1 = A$ より、(6)もしくは(9)式から K を決定することができる。この時、仮想データ数 n と非ゼロ要素数 s がパラメータとなる。本論文では、 $s=30$ として n を 10 から 100 まで変化させた計算結果に対して、次式で定義される残差 R が最小となる n を決定し、その時の K の値を採用した。

$$R = \frac{1}{X_m} \left[\int_0^{X_1} (Y(X) - AX)^2 dX + \sum_{i=2}^m \frac{1}{2} \{ (Y(X_{i-1}) - Y_{i-1})^2 + (Y(X_i) - Y_i)^2 \} (X_i - X_{i-1}) \right] \quad (35)$$

なお、上式の第 1 項は、仮想点を配置した領域において、近似関数 $Y(X)$ と粘性抵抗 AX を表す比例式との差の二乗を解析的に積分した。第 2 項は、計測点が存在する領域において、近似関数 $Y(X)$ と計測点 Y_i との差の二乗を台形積分した。

4. 適用例

満載状態およびバラスト状態の抵抗試験結果が公開されている SR61 船型¹⁶⁾、SR174 船型¹⁷⁾、SR196B 船型¹⁸⁾の 3 種類に対し、それぞれの 2 状態の抵抗試験結果に本手法を適用した。Table 1 に各船型の主要目を示す。なお、近年ウェブに公開されている SR の報告書¹⁶⁾¹⁷⁾¹⁸⁾のグラフを読み取って実験データを得た。

また、SR61 船型および SR174 船型においては、SR の報告書に Hughes の式をベースラインとして求めた形状影響係数 K が記されているため、本論文においても C_F に Hughes の式を採用した。よって、 X, A, Y には、(4)、(6)、(10)式を用い、 $\alpha = 0.066$, $\beta = 2.03$, $\gamma = 2$ として計算している。一方、SR196B 船型においては、カルマン・シェーンヘルの式をベースラインとした K の値が報告書に記されているため、本論文においても C_F にカルマン・シェーンヘルの式を採用し、 X, A, Y は、(7)、(9)、(11)式を用いて計算している。

4.1 SR61 船型 (満載状態)

SR61 船型の満載状態の抵抗試験結果に本手法を適用した結果を示す。

まず, 仮想データ点数 n の変化に対する残差 R と形状影響係数 K の変化を Fig.1 に示す. $n = 18$ で R が最小となり, $n < 18$ で n の減少と共に急激に R が増加し, K も比較的大きく変化する. 一方 $n > 18$ では R が n の増加と共に徐々に増加していくが, K の変化量は最大 0.014 と非常

に小さい. Fig.1 より $n = 18$ の場合を採用し, その結果 $K = 0.495$ と求まった.

次に, $n = 18$ の場合において, 本手法によって得られた (12) 式の近似関数を計測データおよび仮想データと共に Fig.2 に示す. さらに, 計測点付近の拡大図を Fig.3 に示す. 得られた近似関数は, 原点を通り, 仮想点の領域ではほぼ直線で仮想点を通過し, 計測点の領域では計測点を通るよう急激かつ滑らかに曲がっている様子がわかる. なお, C_T を縦

Table 1 Principal dimensions of application cases

	SR61		SR174		SR196B	
M.S.No.	3330		3522		-	
L_{pps} [m]	240.0		192.0		320.0	
L_{ppm} [m]	7.000		6.000		4.000	
L/B	6.000		6.000		6.004	
$B/d_{\square}$	2.7601	5.8924	2.761	5.896	2.762	5.213
$d(\text{F.P.})$ [m]	0.4227	0.1280	0.3622	0.1096	0.2413	0.0978
$d(\square)$ [m]		0.1980		0.1696		0.1278
$d(\text{A.P.})$ [m]		0.2680		0.2296		0.1578
Trim [% L_{pp}]	0	2.0	0	2.0	0	1.5
C_b	0.8017	0.7533	0.802	0.753	0.8027	0.7576
l_{CB} [% L_{pp}]	-1.4802	2.1349	-1.489	2.135	-2.53	-0.64
$\nabla/\nabla_{\text{Full}}$	100.0	44.0	100.0	44.0	100.0	50.0
Condition	Full	Ballast	Full	Ballast	Full	Ballast
K	0.49	0.48	0.49	0.48	0.27	0.28

Fig. 1 Variation of R and K with n for SR61 under full load condition.

Fig. 2 Comparison between measured, artificial data and fitting function for SR61 under full load condition.

軸にとった通常の造波抵抗のグラフとは異なり、造波抵抗が大きくなるに従って図中でグラフが下向きに曲がるのは、(10)式に示すように C_T が縦軸の分母にあるためである。

次に、抵抗試験結果の整理によく用いられる、横軸にフルード数 Fr をとり、縦軸に抵抗係数をとったグラフを Fig.4 に示す。図中のシンボルは、 C_T の計測データを示し、黒塗りのシンボルは SR の報告書に書かれている K を決定する際に除外したと考えられるデータを示している。ただし、報告書には K の決定方法に関しては一切書かれていないため、あくまで勝手に推定したものである。また、一点鎖線はベースラインとしている C_F 曲線、実線は SR の報告書に書かれている K を用いて描いた $(1+K)C_F$ 曲線、破線および点線は本手法によって得られた K を用いて描いた $(1+K)C_F$ 曲線である。破線は図中の黒塗りおよび白抜きで表されるすべての計測データから K を推定した結果で、点線は白抜きのシンボルで表される計測データのみから K を推定した結果を示す。Fig.4 より、すべての計測データから推定した場合は、信頼性が低い低速域でのデータが影響し、報告書の値と比較して大きい値を推定しているが、取捨選択したデータから推定した場合は、報告書とほぼ等しい K を推定できていることがわかる。

次に、 $n = 18$ とし、非ゼロ要素数 s を変化させた時の形状影響係数 K の変化と残差 R の変化を Fig.5 に示す。 $s \geq 5$ では、 R も K もほとんど変化しておらず、特に $s \geq 5$ での K の変化量は最大 0.004 となり、非常に小さい。つまり、 $s \geq 5$ では、 K は s に依らずほぼ一定値であることが確認できる。

なお Fig.1~3 および Fig.5 は、Fig.4 中の黒塗りのシンボルを除外し、白抜きのシンボルのみから計算された図である。

4.2 SR61 船型 (バラスト状態)

SR61 船型のバラスト状態の抵抗試験結果に本手法を適用した結果を示す。

まず、仮想データ点数 n を変化させたときの残差 R と形状影響係数 K の変化を Fig.6 に示す。Fig.1 と同様の傾向を示していることがわかる。 $n = 17$ で R が最小となるため、 $n = 17$ の場合を採用した。その結果、 $K = 0.487$ と求まった。この時の近似関数と仮想データおよび計測データを

Fig. 4 C_F and $(1+K)C_F$ curves with measured C_T for SR61 under full load condition.

Fig. 3 Enlarged view of Fig. 2.

Fig. 5 Variation of K and R with s for SR61 under full load condition.

Fig.7 に示す. Fig.3 同様, 近似関数が滑らかに仮想点および計測点を通過している様子がわかる.

次に横軸にフルード数 Fr を取り, 縦軸に抵抗係数をとったグラフを Fig.8 に示す. 実線で表した SR の報告書の $(1+K)C_F$ 曲線と, 破線で表した本手法の $(1+K)C_F$ 曲線がほぼ一致しており, データの取捨選択をしなくとも, 本手法によって SR の報告書に書かれている K とほぼ等しい値を推定することができる.

次に, $n = 17$ とし, 非ゼロ要素数 s を変化させた時の形状影響係数 K の変化と残差 R の変化を Fig.9 に示す. Fig.5 同様, $s \geq 6$ では, R も K もほぼ一定値となっており, K の変化量は最大でも 0.002 となり, 非常に小さく, K は s

の依存性が小さいことがわかる.

4.3 SR174 船型 (満載状態)

SR174 船型の満載状態の抵抗試験結果に本手法を適用した結果を示す.

仮想データ点数 n を変化させたときの残差 R と形状影響係数 K の変化を Fig.10 に示す. Fig.1 および Fig.6 と同様の傾向を示しているが, R および K の変化が Fig.1 および Fig.6 より少し大きい. また, $n = 42$ で R が最小となり, 比較的仮想データ点数が大きいところで残差が最小となる. Fig.10 より, $n = 42$ の場合を採用し, その結果 $K = 0.493$ と求まった. この時の近似関数と仮想データおよび計測データを Fig.11 に示す. 仮想データ点が比較的多く, 近似関数が計

Fig. 6 Variation of R and K with n for SR61 under ballast condition.

Fig. 8 C_F and $(1+K)C_F$ curves with measured C_T for SR61 under ballast condition.

Fig. 7 Comparison between measured, artificial data and fitting function for SR61 under ballast condition.

Fig. 9 Variation of K and R with s for SR61 under ballast condition.

測点の近くまではほぼ直線で、計測点の領域で急激に曲がっている様子がわかる。

次に横軸にフルード数 Fr を取り、縦軸に抵抗係数をとったグラフを Fig.12 に示す。SR の報告書の値を示す実線の $(1+K)C_F$ 曲線と、取捨選択を行ったデータに対して本手法を適用して得た点線の $(1+K)C_F$ 曲線がほぼ一致している上に、すべての計測データから本手法を適用して得た破線の $(1+K)C_F$ 曲線も近い値を示していることがわかる。

次に、 $n = 42$ とし、非ゼロ要素数 s を変化させた時の形状影響係数 K の変化と残差 R の変化を Fig.13 に示す。 $s \geq 13$ では、 R も K もほぼ一定の値となっており、 K の変化量は最大でも 0.001 と非常に小さいことが確認できた。

Fig. 10 Variation of R and K with n for SR174 under full load condition.

この K がほぼ一定となる s の値は、Fig.5 および Fig.9 と比較して少し大きい値となっている。

なお Fig.10,11 および Fig.13 は、Fig.12 中の黒塗りのシンボルを除外し、白抜きのシンボルのみから計算された図である。

4.4 SR174 船型 (バラスト状態)

SR174 船型のバラスト状態の抵抗試験結果に本手法を適用した結果を示す。

仮想データ点数 n を変化させたときの残差 R と形状影響係数 K の変化を Fig.14 に示す。Fig.1,6 および Fig.10 と同様の傾向を示しているが、 R および K の変化が、比較的

Fig. 12 C_F and $(1+K)C_F$ curves with measured C_T for SR174 under full load condition.

Fig. 11 Comparison between measured, artificial data and fitting function for SR174 under full load condition.

Fig. 13 Variation of K and R with s for SR174 under full load condition.

変化の大きい Fig.10 よりもさらに大きい. R が最小となる $n = 23$ の場合を採用し, $K = 0.489$ と求めた. この時の近似関数と仮想データおよび計測データを Fig.15 に示す. 近似曲線の仮想点を通る直線部分から計測点を通る曲線への変化が急なため, 最も速度が小さい計測点が近似関数から少し外れていることがわかる.

次に横軸にフルード数 Fr を取り, 縦軸に抵抗係数をとったグラフを Fig.16 に示す. SR の報告書の値を示す実線の $(1+K)C_F$ 曲線と, 取捨選択を行ったデータに対して本手法を適用して得た点線の $(1+K)C_F$ 曲線はほぼ一致している. 一方, すべての計測データから本手法を適用して得た破線の $(1+K)C_F$ 曲線は, 実線の $(1+K)C_F$ 曲線とは全く異なっている. しかし, 仮に図中の黒塗りのシンボルで表され

ている排除した点を有効な点と考えた場合, 本手法で求めた点線の $(1+K)C_F$ 曲線は計測点に滑らかに接続しているように見える.

次に, $n = 23$ とし, 非ゼロ要素数 s を変化させた時の形状影響係数 K の変化と残差 R の変化を Fig.17 に示す. $s \geq 17$ では, R も K もほぼ一定の値となっており, K の変化量は最大でも 0.005 と小さいことが確認できた. K がほぼ一定となる s の値は, Fig.13 同様, Fig.5 および Fig.9 の場合と比較して少し大きい値となっている.

なお Fig.14,15 および Fig.17 は, Fig.16 中の黒塗りのシンボルを除外し, 白抜きのシンボルのみから計算された図である.

Fig. 14 Variation of R and K with n for SR174 under ballast condition.

Fig. 16 C_F and $(1+K)C_F$ curves with measured C_T for SR174 under ballast condition.

Fig. 15 Comparison between measured, artificial data and fitting function for SR174 under ballast condition.

Fig. 17 Variation of K and R with s for SR174 under ballast condition.

4.5 SR196B 船型 (満載状態)

SR196B 船型の満載状態の抵抗試験結果に本手法を適用した結果を示す。

仮想データ点数 n を変化させたときの残差 R と形状影響係数 K の変化を Fig.18 に示す。これまでの例とは傾向が異なり, R は $n = 20$ 付近で最も大きく, n の増加と共に少しずつ減少していくが, 極小値は表れない. K の値の変化は R の変化とほぼ同じ傾向となっている. この傾向の違いは, 今回調べた船型の中では SR196B 船型のみが船首バルブを有する船型であることより, 船首バルブの影響の可能性がある. また, $80 \leq n \leq 100$ での K の値の変化量は最大0.001と非常に小さく, K はほぼ一定の値となっている. $n = 82$ で R が最小となったので, $n = 82$ の場合を採用し, $K = 0.275$ と求まった. この時の近似関数と仮想データおよび計測デー

Fig. 18 Variation of R and K with n for SR196B under full load condition.

Fig. 19 Comparison between measured, artificial data and fitting function for SR196B under full load condition.

タを Fig.19 に示す。仮想点の領域では, 仮想点数が多く, また近似曲線の直線部分は仮想点を通っている. しかし, 計測点の領域では計測点から近似曲線が離れている箇所が多く, 造波抵抗のハンプとフォローには追従できていないことがわかる. これは, 本手法は造波抵抗に関して造波抵抗理論により導かれた関係式を用いずに近似していることと, 詳細な変動には追従しない特性を持つスパースモデリングを用いていることによると考えられる. しかし, 本手法により求まった $K = 0.275$ は SR の報告書に示されている $K = 0.27$ に非常に近い値となっていることより, 造波抵抗の詳細な変動を近似できない場合でも適切に K を推定できていることがわかる.

次に横軸にフルード数 Fr を取り, 縦軸に抵抗係数をとったグラフを Fig.20 に示す. SR の報告書の値を示す実線の

Fig. 20 C_F and $(1+K)C_F$ curves with measured C_T for SR196B under full load condition.

Fig. 21 Variation of K and R with s for SR196B under full load condition.

$(1+K)C_F$ 曲線と、すべての計測データから本手法を適用して得た破線の $(1+K)C_F$ 曲線がほぼ一致していることがわかる。

次に、 $n = 82$ とし、非ゼロ要素数 s を変化させた時の形状影響係数 K の変化と残差 R の変化を Fig.21 に示す。 $s \geq 7$ では、 R も K もほぼ一定の値となっており、 K の変化量は最大でも 0.005 と小さいことが確認でき、 K の s 依存性が小さいことがわかった。

4.6 SR196B 船型 (バラスト状態)

SR196B 船型のバラスト状態の抵抗試験結果に本手法を適用した結果を示す。

仮想データ点数 n を変化させたときの残差 R と形状影響係数 K の変化を Fig.22 に示す。Fig.14 と同様の傾向を示

Fig. 22 Variation of R and K with n for SR196B under ballast condition.

Fig. 23 Comparison between measured, artificial data and fitting function for SR196B under ballast condition.

しており、 R および K の変化は大きい。 R が最小となる $n = 26$ の場合を採用し、 $K = 0.290$ と求めた。この時の近似関数と仮想データおよび計測データを Fig.23 に示す。Fig.15 同様、速度が小さい計測点が近似関数から少し外れていることがわかる。

次に横軸にフルード数 Fr を取り、縦軸に抵抗係数をとったグラフを Fig.24 に示す。すべての計測データから本手法を適用して得た破線の $(1+K)C_F$ 曲線は、低速域でのデータの影響のため、SR の報告書の値を示す実線の $(1+K)C_F$ 曲線よりも小さいが、取捨選択を行ったデータに対して本手法を適用して得た点線の $(1+K)C_F$ 曲線は、実線で表されている SR の報告書の $(1+K)C_F$ 曲線とほぼ一致していることがわかる。

次に、 $n = 26$ とし、非ゼロ要素数 s を変化させた時の形

Fig. 24 C_F and $(1+K)C_F$ curves with measured C_T for SR196B under ballast condition.

Fig. 25 Variation of K and R with s for SR196B under ballast condition.

形状影響係数 K の変化と残差 R の変化を Fig.25 に示す. $s \geq 21$ では, R も K もほぼ一定の値となっており, K の変化量は最大でも 0.003 と非常に小さいことが確認できた. K がほぼ一定となる s の値は今回調べた例の中で最も大きい値となった.

なお Fig.22,23 および Fig.25 は, Fig.24 中の黒塗りのシンボルを除外し, 白抜きシンボルのみから計算された図である.

4.7 パラメータ s, n

本手法では, 4.1~4.6 節で示した様に s を $s = 30$ と固定し, n のみ変化させて残差 R が最小となる最適値を求めた. 本来なら s に関しても最適値を求める必要があるが, 実用性を考え, s は比較的大きな値で固定することによって簡略化した. Fig.5, 9, 13, 17, 21, 25 からわかる通り, s がある程度大きい場合, 形状影響係数 K の s 依存性はほとんど無く, さらに R も小さいことより, この簡略化の妥当性が確認できる. なお, n に関しては, Fig.1, 6, 10, 14, 22 からわかる通り, R が小さいところで K の変化が大きいため, n の最適値を求める手順は省略できない.

5. 結 言

本論文では, 粘性抵抗係数 C_V を傾きが K の関数となる比例式で表し, 造波抵抗成分を高次多項式で表すことによって全抵抗係数 C_T に対する近似関数を作成し, スパースモデリングの手法を適用することによって, 近似関数の傾きと係数を求め, K を決定する方法を示した.

また, SR の報告書で公開されている, 3 船型の満載状態だけでなく, バラスト状態の抵抗試験結果に対しても, 本手法を適用した. その結果, 本手法を用いることによって, SR の報告書に記されている K とほぼ同等の K を推定できることを示した. バラスト状態の抵抗試験結果に対しても適切に K を推定することができたのは, ①近似関数の多項化によって近似関数の自由度が高くなり, 造波抵抗の近似精度が上がったことと, ②計測点が無い低速域において造波抵抗の影響が無いという条件を仮想データセットで与えることによって, 粘性抵抗の近似精度が上がったことによると考えられる.

参 考 文 献

- 1) Hughes, G.: Friction and form resistance in turbulent flow and a proposed formulation for use in model and ship correlation, Trans. R.I.N.A., Vol.96, pp.314-376, 1954.
- 2) Prohaska, C. W.: A Simple Method for the Evaluation of the Form Factor and the Low Speed wave resistance, ITTC Resistance Session Brief Summary of Written Contributions,

- pp.65-66, 1966.
- 3) ITTC Report of Powering Performance Committee, pp.359-404, 1978.
- 4) Shirosé, Y., Hirano, S.: A Method to Determine Form Factors of Ship Models from Resistance Tests, IHI Engineering Review, Vol.15, No. 3, pp.9- 13, 1982.
- 5) Toki, N.: Investigation on Correlation Lines through the Analyses of Geosim Model Test Result, J. of the Japan Soc. of Naval Architects and Ocean Engineers, Vol.8, pp.71- 79, 2008.
- 6) Min, K. S., Kang S. H.: Study on the form factor and full-scale ship resistance prediction method, J. Mar. Sci. Technol., Vol.15, No.2, pp.108- 118, 2010.
- 7) Larsson, L., Raven H. C.: Ship Resistance and Flow, The Society of Naval Architects and Marine Engineers, 2010.
- 8) 岡畑豪, 薮下和樹: 形状影響係数の一決定法, 日本船舶海洋工学会論文集, 26 号, pp.17- 25, 2017.
- 9) 薮下和樹, 岡畑豪: カルマン・シェーンヘルの式から導出された比例関係を用いた形状影響係数の決定, 日本船舶海洋工学会論文集, 27 号, pp.23- 30, 2018.
- 10) Mallat, S. and Zhang, Z.: Matching Pursuits with time-frequency dictionaries, IEEE Transactions on Signal Processing, Vol.41, No.12, pp.3397- 3415, 1993.
- 11) Tibshirani, R.: Regression shrinkage and selection via the LASSO, J. R. Statist. Soc. Ser. B, Vol.58, No.1, pp.267- 288, 1996.
- 12) Chen, S. S., Donoho, D. L. and Saunders, M. A.: Atomic Decomposition by Basis Pursuit, SIAM Journal on Scientific Computing, Vol.20, No.1, pp.36- 61, 1998.
- 13) 笠井裕之: スパースコーディングの研究動向, 情報処理学会研究報告, 2014-AVM-84 巻, 8 号, pp.1- 10, 2014.
- 14) 永原正章: スパースモデリング, コロナ社, 2017.
- 15) Blumensath, T. and Davies M. E.: Iterative thresholding for sparse approximations, Journal of Fourier Analysis and Applications, Vol.14, No.5, pp.629- 654, 2008.
- 16) 社団法人日本造船研究会: 第 159 研究部会新経済船型開発のための肥大船船尾まわり流場に関する研究報告書, 1976, <http://www.jstra.jp/html/PDF/SR159-5103.pdf>.
- 17) 社団法人日本造船研究会: 第 174 研究部会馬力節減を目的とした 1 軸中型船の船尾形状の開発に関する研究報告書, 1978, <http://www.jstra.jp/html/PDF/SR174-5303.pdf>.
- 18) 社団法人日本造船研究会: 第 196 研究部会船尾形状設計法 (粘性流場) に関する研究報告書, 1987, <http://www.jstra.jp/html/PDF/SR196-6203.pdf>.
- 19) Schoenherr, K. E.: Resistance of Flat Surface Moving Through a Fluid, Trans. Soci. of Naval Architects and Marine Engineers, Vol.40, pp.279- 313, 1932.
- 20) Subjects 2 and 4: Skin Friction and Turbulence Stimulation, 8th Inter. Towing Tank Conf., pp.71- 227, 1957
- 21) Conn, J. F. C. et al. : B. S. R. A. Resistance Experiments on

- the LUCY ASHTON, Part II - The Ship-Model Correlation for the Naked Hull Conditions, T.I.N.A., vol. 95, pp.350-436, 1953
- 22) Lambert, J. H. : Observations Variae in Mathesin Puram, Acta Helvetica, Physico-Mathematico-Anatomico-Botanico-Medica 3, pp.128-168, 1758.
- 23) Corless, R. M. et al. : On the Lambert W Function, Adv. Comput. Math. 5, pp.329-359, 1996.
- 24) Goudar, C. T. and Sonnad, J. R. : Explicit Friction Factor Correlation for Turbulent Flow in Smooth Pipes. Industrial & Engineering Chemistry Research, 42(12), pp.2878-2880, 2003.