外圧を受けるリング補強円筒殻の全体座屈強度推定式に関する研究

学生会員 塩 満 大 祐* 正会員 和 泉 徳 喜**
 正会員 藤 公 博*** 正会員 柳 原 大 輔***
 正会員 吉 川 孝 男***

A Study on Formula for Overall Buckling Strength of Ring-stiffened Cylindrical Shells under External Pressure

by Daisuke Shiomitsu, *Student Member* Naruyoshi Izumi, *Member*
 Kimihiro Toh, *Member* Daisuke Yanagihara, *Member*
 Takao Yoshikawa, *Member*

Summary

Ring-stiffened cylindrical shells are used in offshore and submersible structures which are exposed to the external pressure. There are two cases where the ring stiffener is attached inside or outside to the cylindrical shell. At the stage of initial design, several formulas have been used to estimate the shell buckling strength and the overall buckling strength of ring-stiffened cylindrical shells. However, as for the overall buckling strength, these formulas give smaller buckling strength of the inside ring-stiffened cylindrical shell and larger buckling strength of the outside ring-stiffened cylindrical shell than the calculation result obtained by FE analysis. In this paper, a new formula for estimating the elastic overall buckling strength of ring-stiffened cylindrical shells is derived and proposed based on the equilibrium of the circumferential force and the moment considering the change of the circumferential bending rigidity due to the effect of the curved member as well as the shearing deformation. Moreover, the accuracy of the proposed formula is verified by comparing with the calculation results by FE analysis.

1. 結 言

海洋構造物や潜水船等においては、その主要構造部材としてリング補強円筒殻が広く用いられているが、その強度設計を行う際には、外圧作用下での座屈強度を精度良く推定することが重要となる。外圧を受けるリング補強円筒殻の座屈モードは、主に次の4つに分類できる。①補強リング間の胴板の座屈（胴板座屈）、②リング補強円筒殻の全長にわたる座屈（全体座屈）、③補強リングの横倒れ座屈、④補強リングのウェブあるいはフランジの座屈（局部座屈）である。リング補強円筒殻を設計する際に、これまでは胴板座屈が先行するように隔壁間長、補強リング、および胴板の板厚などの各寸法が決定されている。

近年、リング補強円筒殻の重量を低減させるために、隔壁間長をより長くしたいとの要望がある。この場合、全体座屈強度が相対的に低下するため、補強リングの寸法を比較的大きくすることでこれを防ぐことが考えられる。その際、補強

リングが胴板の内側に配置された場合（内リング補強方式）と、外側に配置された場合（外リング補強方式）では全体座屈強度の違いが大きくなるが、この原因は完全には解明されていない。さらに、現在、リング補強円筒殻の初期設計において補強リング寸法などを決定する際に用いられる全体座屈強度推定式は、内リング補強方式においてFEM計算結果より小さく推定し、外リング補強方式においてFEM計算結果より大きく推定することが確認されている。

そこで、本研究では、外圧作用下の内外リング補強円筒殻の弾性域における新たな全体座屈強度推定式を提案することを目的として、まず、座屈前変形時の胴板および補強リングそれぞれの周方向応力を精度良く推定できる算定式を導出した。そして、それらを用いて導出した等価板厚を面内力およびモーメントの計算式において考慮し、これらを用いた力のつり合い式から弾性域における新たな全体座屈強度推定式を導出した。胴板と補強リングそれぞれの等価板厚を導出した理由については、従来式における現状を踏まえて2.1節において詳細を記す。一方、補強リングの寸法が大きくなると非軸対称座屈が生じた際、補強リングの曲げ変形に対する曲り梁効果が大きくなり双曲線的な曲げ応力分布となる。また、ウェブ高さが高くなるとせん断変形の影響を無視できなくなる。そこで、補強リングの断面2次モーメント算出においてこれらの影響を組み込む手法を提案し、新たに導出した全体座屈強度推定式に、この等価断面2次モーメントを適

* 九州大学大学院工学府
 ** 川崎重工業(株)技術研究所
 *** 九州大学大学院工学研究院

用することを提案した。最後に、その提案式の精度を FEM 計算結果と比較検討することによって検証した。

2. 全体座屈強度推定式と胴板有効幅の従来研究

2.1 全体座屈強度推定式について

リング補強円筒殻の全体座屈強度推定式については、徳川¹⁾が初めて分離剛性(座屈強度における胴板の寄与分とリングの寄与分をそれぞれ求め、それらの合計を座屈強度とする考え方)に基づいた推定式を提案している。また、Bryant は、徳川の式とほぼ一致した式(1)を提案している。ただし、式(1)は、内外リング補強方式で異なる補強リングの中性軸位置までの半径を考慮した修正式である²⁾。

$$p_c = \frac{Et}{R_{STC}} \frac{\lambda^4}{(n^2 + \lambda^2/2 - 1)(n^2 + \lambda^2)^2} + \frac{EI_1(n^2 - 1)}{RR_S^2 L}, \quad (1)$$

ここで、 $\lambda = \pi R_{STC}/l$ 、 l は円筒殻の全長、 L は補強リング間長、 R_{STC} は胴板板厚中心半径、 R は胴板の外半径、 R_S は胴板の有効幅(以降、胴板有効幅と表記)を含めた補強リングの中性軸位置までの半径、 E はヤング率、 t は胴板板厚、 n は周方向座屈波数、 I_1 は胴板有効幅を含めた補強リングの断面 2 次モーメントである。式(1)を周方向座屈波数ごとに求め、最も小さくなる値が全体座屈強度の推定値となる。また、式(1)において I の算出の際に必要な胴板有効幅 b_e を正確に評価できれば推定式の精度が高まることから、胴板有効幅に関する数々の先行研究が行われてきた。具体的な内容については、2.2 節に記す。

本研究において、新たに提案する全体座屈強度推定式の精度を比較するための従来式として、式(1)より精度の高い式(2)³⁾を用いる。この推定式は、胴板の寄与分として von Mises の無補強円筒殻の座屈強度推定式を用いている。

$$p_c = \frac{Et}{R_{STC}} \frac{\lambda^4}{(n^2 + \lambda^2/2 - 1)(n^2 + \lambda^2)^2} + \frac{E}{12(1 - \nu^2)} \frac{t^3}{R_{STC}^3} \frac{(n^2 + \lambda^2 - 1)^2}{n^2 + \lambda^2/2 - 1} + \frac{EI_2(n^2 - 1)}{RR_S^2 L}, \quad (2)$$

ここで、 ν はポアソン比、 I_2 は胴板有効幅を含めた補強リングの断面 2 次モーメントから胴板有効幅分の胴板の板としての断面 2 次モーメント(セルフ I)を減じたものである。

補強リングが存在するとき、座屈前変形時に胴板に生じる周方向応力は、補強リングがその一部を受け持つため無補強円筒殻の場合とは異なる。しかしながら、式(1)および式(2)の胴板の寄与分を表す項は、無補強円筒殻の座屈強度推定式であるため、周方向応力を正しく評価できていないのが現状である。したがって、このことが内外リング補強方式の違いに対応できていない原因の 1 つとして考えられ、外圧を受けるリング補強円筒殻の座屈前変形時の周方向応力を、胴板と

補強リングで正しく評価した推定式を再構築する必要がある。

そこで、本研究では、胴板と補強リングそれぞれの周方向応力に対応した等価板厚を導出し、これを面内力とモーメントの計算式に用いることにより、胴板の寄与分と補強リングの寄与分を一体化した推定式を導出することでこの問題に対処する。具体的な等価板厚の導入方法は第 3 章に記し、等価板厚の導出方法については第 4 章にて詳細を記す。

2.2 胴板有効幅について

胴板有効幅 b_e について寺田ら⁴⁾は、数多くのリング補強円筒殻模型に対する圧壊試験を実施し、そこで得た全体座屈強度と一致するように胴板有効幅 b_e を逆算することで $1t \sim 3t$ という胴板有効幅を得ている。しかし、この胴板有効幅は、模型に生じる初期不整が座屈強度に及ぼす影響を内包した値であることから、この胴板有効幅を用いて得られた I をそのまま式(2)に用いた場合、全体座屈強度を小さめに推定する結果となる。また、初期不整が座屈強度に及ぼす影響は別途検討すべきであり、胴板有効幅にその影響を含めるべきではないと考える。

Pulos ら⁵⁾は、外圧を受けるリング補強円筒殻の変形が軸対称の一樣線荷重を受ける円筒殻の変形状と相似になることを用いて、胴板有効幅として式(3)を提案している。

$$b_e = \frac{2\sqrt{R_{STC}t}}{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}} \left(\frac{\cosh \theta - \cos \theta}{\sinh \theta + \sin \theta} \right), \quad (3)$$

ここで、 $\theta = \sqrt[4]{3(1-\nu^2)} \left(L/\sqrt{R_{STC}t} \right)$ である。式(3)を用いると、補強リングの寸法が大きくなるにつれ座屈強度を大きく推定してしまうことが確認されている。

大坪ら⁶⁾は、補強リングの断面形状を考慮した胴板有効幅の近似式として $b_e = L(1 - 1.2\sqrt{I_s/A_s}/\sqrt{R_{STC}t})$ を提案している。しかしながら、補強リングの寸法次第では Pulos の提案する胴板有効幅より大きくなることが確認されている。

著者らの一人は、座屈前の軸対称変形における胴板有効幅と、座屈時の非軸対称変形におけるそれが異なることを確認している。そこで、軸対称変形における胴板有効幅を表す Pulos らの胴板有効幅に非軸対称座屈モード波数から算出される曲げの有効幅を考慮した胴板有効幅を提案している³⁾。ただしその際、式(3)を簡略化した式を用いているため、本研究では、式(3)に著者らの一人が提案した手法を適用した胴板有効幅を従来式と提案式において用いている。

3. 新たな全体座屈強度推定式の提案

外圧を受けるリング補強円筒殻の座屈前変形時における、胴板および補強リングの周方向応力を適切に評価した新たな全体座屈強度推定式を導出する。まず、側圧と軸圧を受ける無補強円筒殻の座屈前変形状態から座屈が生じる際の力

のつり合い式を, Fig. 1 に示す座標系のもと Timoshenko らが導出している.

Fig. 1 Cylindrical coordinate system.

$$\left. \begin{aligned} R_{STC} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{yx}}{\partial \theta} - N_{y0} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) &= 0, \\ \frac{\partial N_y}{\partial \theta} + R_{STC} \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + R_{STC} N_{x0} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - \frac{1}{R_{STC}} \frac{\partial M_y}{\partial \theta} &= 0, \\ R_{STC} N_{x0} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y + \frac{N_{y0}}{R_{STC}} \left(w + \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \\ + R_{STC} \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_{yx}}{\partial x \partial \theta} + \frac{1}{R_{STC}} \frac{\partial^2 M_y}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial \theta} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここで, u は長手方向変位, v は周方向変位, w は半径方向変位, N_{y0} は座屈前変形時の周方向面内力, N_{x0} は座屈前変形時の長手方向面内力である. 式(4)は, 無補強円筒殻における力のつり合い式であるので, これをリング補強円筒殻に対応させるため, Timoshenko らが導出した無補強円筒殻の周方向面内力 N_y と長手方向軸周りのモーメント M_y に補強リングの項を追加する修正を行った. 修正したものを含む, すべての面内力とモーメントを式(5)に示す.

$$\left. \begin{aligned} N_x &= \frac{Et}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\nu}{R_{STC}} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} - w \right) \right], \\ N_y &= \frac{Et}{1-\nu^2} \left[\frac{1}{R_{STC}} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} - w \right) + \nu \frac{\partial u}{\partial x} \right] \\ &\quad + \frac{Et_2}{1-\nu^2} \left[\frac{1}{r'} \left(\frac{\partial v_1}{\partial \theta} - w \right) \right] \pm \frac{EI'}{R_{STC} r^2 L} \left(\frac{\partial v_2}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right), \\ N_{xy} = N_{yx} &= \frac{Et}{2(1+\nu)} \left(\frac{1}{R_{STC}} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \\ M_x &= -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\nu}{R_{STC}^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \right], \\ M_y &= -D \left[\frac{1}{R_{STC}^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] - \frac{EI'}{r^2 L} \left(\frac{\partial v_2}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right), \\ M_{xy} = -M_{yx} &= \frac{D(1-\nu)}{R_{STC}} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} \right), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここで, D は板の曲げ剛性, r' は曲り梁効果を含む補強リング単独の中性軸位置までの半径, r は曲り梁効果および胴板有効幅を含む中性軸位置までの半径, I' は曲り梁効果,

せん断変形の影響および胴板有効幅を含めた補強リングの等価断面 2 次モーメントである. ただし, 胴板有効幅分の胴板の板としての断面 2 次モーメント (セルフ I) を減じている. 曲り梁効果およびせん断変形の影響については, 第 5 章にて詳細を記す. 周方向面内力 N_y の式に新たに追加した第 2 項と第 3 項はそれぞれ, 補強リングの断面を長手方向に均して板厚 t_2 の板とみなしたときの面内力と, 胴板有効幅を含めた補強リングの曲げによって胴板位置に生じる面内力である. また, 第 3 項の $+$ は外リング補強方式を表し, $-$ は内リング補強方式を表す. 長手方向軸周りのモーメント M_y の式に新たに追加した第 2 項は, 補強リングに生じる曲げモーメントの項である. 今回, N_y の第 2 項による胴板位置に生じる偏心曲げは無視している. さらに, 周方向面内力 N_y の式の第 1 項と第 2 項において用いている等価板厚 t_1 と t_2 は, リング補強円筒殻に外圧が作用し胴板が局部変形した際の周方向応力に対応した等価板厚と, 補強リングの周方向応力に対応した等価板厚である. 等価板厚 t_1 および t_2 の導出方法については第 4 章において詳細を記す.

変位関数は, 両端支持を仮定し, 補強リング間の局部変形を無視した式(6)を用いる. ただし, 周方向面内力 N_y の第 2 項と第 3 項, および長手方向軸周りのモーメント M_y の第 2 項の周方向変位は, 補強リングと胴板の変位の連続性を考慮して v_1 と v_2 で仮定する.

$$\left. \begin{aligned} u &= A \sin n\theta \cos \frac{m\pi x}{l}, \\ v &= B \cos n\theta \sin \frac{m\pi x}{l}, \\ w &= C \sin n\theta \sin \frac{m\pi x}{l}, \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} v_1 &= v + (r' - R_{STC}) \frac{\partial w}{R_{STC} \partial \theta}, \\ v_2 &= v + (r - R_{STC}) \frac{\partial w}{R_{STC} \partial \theta}, \end{aligned} \quad (6)$$

ここで, m は長手方向座屈半波数である. 式(5)と式(6)を式(4)に代入し行列式を解き, 2 乗項は微小として無視することです式(7)が導出できる. ただし, 引張りが正である.

$$C_1 + C_2 \alpha + C_3 \alpha_1 = C_4 \phi_1 + C_5 \phi_2, \quad (7)$$

ここで,

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{t^2}{12 R_{STC}^2}, \quad \phi_1 = -\frac{N_{y0}(1-\nu^2)}{Et}, \quad N_{y0} = -pR, \\ \alpha_1 &= \frac{I'(1-\nu^2)}{tr^2 L}, \quad \phi_2 = -\frac{N_{x0}(1-\nu^2)}{Et}, \quad N_{x0} = -\frac{pR}{2} \left(\frac{R}{R_{STC}} \right), \end{aligned} \right\}$$

$C_1 \sim C_5$ の詳細は付録に示す. また, 力のつり合い式は胴板板厚中心において導出しており, 外圧によって生じる N_{y0} と N_{x0} に関しては, 実際に圧力が作用する胴板の外半径 R の位置との差を考慮し補正を行っている. したがって, 式(7)を作用圧力 p に関して整理すると, 新たなリング補強円筒殻の全体座屈強度推定式を表す式(8)を導出できる.

$$p_c = \frac{Et}{R(1-\nu^2)} \frac{C_1 + C_2 \alpha + C_3 \alpha_1}{C_4 + (RC_5/2R_{STC})}. \quad (8)$$

4. 胴板および補強リングの周方向応力に対する等価板厚の導出

本章では、第 3 章にて周方向内力と長手方向軸周りのモーメントにおいて適用した等価板厚 t_1 および t_2 の導出について示す。導出の流れとしては、初めに、外圧を受ける座屈変形前の内外リング補強円筒殻を胴板、ウェブおよびフランジに分解して考え、側圧および軸圧作用下での胴板単独の半径方向変位を求めた後、それぞれの変位を結合位置で適合させるために Fig. 2 に示す内力 F_1 と F_2 を作用させることを考えた。ここで、 F_1 と F_2 は一様線荷重であり、Fig. 2 は内リング補強方式の場合を例として示している。すなわち、 F_1 を考慮した胴板の半径方向変位と周方向応力を求めた後、 F_1 と F_2 が作用するウェブと F_2 が作用するフランジに生じる半径方向変位と周方向応力を求める。そして、胴板とウェブ、およびウェブとフランジそれぞれの結合位置における半径方向変位の連続性より F_1 と F_2 を求める。次に、周方向応力分布から平均周方向応力を求め、胴板の補強リングとの結合位置における周方向応力や補強リング単独の中性軸位置における周方向応力との比を求めることで各部材の断面積から等価板厚 t_1 と t_2 を導出する。導出過程の詳細を 4.1 節から 4.3 節に示す。なお、この一連の導出方法は、Pulos らの胴板有効幅の導出方法⁵⁾を参考にして拡張させたものである。

また、新たな周方向応力算定式を導出する理由としては、既存の算定式、例えば、Det Norske Veritas AS⁸⁾の算定式は、内外リング補強方式の違いに対応しておらず、決して精度が良いとは言えないためである。新たに導出した算定式の精度を示すため、胴板の補強リングとの結合位置、胴板の補強リング間中央位置（スパン中央）およびフランジにおける周方向応力値と FEM 計算結果を比較した図を付録に示す。

Fig. 2 Inside ring-stiffened cylindrical shell under external pressure.

4.1 胴板の周方向応力算定式

Fig. 2 の状態における胴板の周方向応力算定式を導出する

ため、まず、半径方向の力のつり合い式を考える。胴板における力のつり合い式は式(9)のように表される⁵⁾。ただし、大たわみ項は無視しており、また、外圧が胴板の板厚中央ではなく外表面に作用することを考慮した補正を行っている。

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 4\beta^4 w = -\frac{p}{D} \left[\left(\frac{R}{R_{STC}} \right) - \frac{\nu}{2} \left(\frac{R}{R_{STC}} \right)^2 \right], \quad (9)$$

ここで、

$$\beta = \frac{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}{\sqrt{R_{STC}t}}.$$

式(9)の一般解は式(10)のようになる。

$$w(x) = -\frac{pR_{STC}^2}{Et} \left[\left(\frac{R}{R_{STC}} \right) - \frac{\nu}{2} \left(\frac{R}{R_{STC}} \right)^2 \right] + e^{\beta x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) + e^{-\beta x} (C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x), \quad (10)$$

ここで、 $C_1 \sim C_4$ は任意定数である。このとき、補強リング間中央を原点とし境界条件を考えると $x = L/2, -L/2$ の位置（補強リング位置）でたわみは等しいので、任意定数は $C_1 = C_3, C_2 = -C_4$ となる。したがって、式(10)は式(11)のように整理できる。

$$w(x) = -\frac{pR_{STC}^2}{Et} \left[\left(\frac{R}{R_{STC}} \right) - \frac{\nu}{2} \left(\frac{R}{R_{STC}} \right)^2 \right] + A \cos \beta x \cosh \beta x + B \sin \beta x \sinh \beta x, \quad (11)$$

ここで、 A, B は任意定数である。さらに、 $x = L/2$ でたわみ角は 0 という境界条件より、任意定数 A, B の関係式を表す式(12)を導出できる。

$$B = \frac{\sin(\beta L/2) \cosh(\beta L/2) - \cos(\beta L/2) \sinh(\beta L/2)}{\sin(\beta L/2) \cosh(\beta L/2) + \cos(\beta L/2) \sinh(\beta L/2)} A. \quad (12)$$

この時、側圧と軸圧の作用下で、胴板とウェブの結合位置に生じる単位周長あたりの一様線荷重 F_1 (Fig. 2 と Fig. 3 を参照) によって胴板に生じるせん断力は、 $x = -L/2$ の位置（補強リング位置）で $F = -F_1/2$ となる⁷⁾。また、胴板のせん断力は式(13)のように表される。

$$F = -D \frac{\partial^3 w}{\partial x^3}. \quad (13)$$

$x = -L/2$ で $F = -F_1/2$ であることを用いて、式(11)、式(12)および式(13)から任意定数 A, B を求めると式(14)のようになる。

$$A = \frac{\beta R_{STC}^2 F_1}{Et} A', \quad B = \frac{\beta R_{STC}^2 F_1}{Et} B', \quad (14)$$

ここで、

$$A' = \frac{\sin(\beta L/2) \cosh(\beta L/2) + \cos(\beta L/2) \sinh(\beta L/2)}{\cosh \beta L - \cos \beta L},$$

$$B' = \frac{\sin(\beta L/2) \cosh(\beta L/2) - \cos(\beta L/2) \sinh(\beta L/2)}{\cosh \beta L - \cos \beta L}.$$

さらに、胴板の周方向応力は式(15)のように表される⁵⁾。

$$\sigma_\theta = E \frac{w}{R_{STC}} + \nu \frac{N_{x0}}{t}. \quad (15)$$

式(15)に、式(14)を代入した半径方向変位を表す式(11)と式(7)にて用いた N_{x0} を代入することで、新たな胴板の周方向応力算定式を表す式(16)を導出することができる。ただし、引張りが正である。

$$\sigma_\theta = -\frac{pR}{t} + \frac{\beta R_{STC} F_1}{t} (A' \cos \beta x \cosh \beta x + B' \sin \beta x \sinh \beta x). \quad (16)$$

なお、式(16)を用いて胴板有効幅を導出すると、Pulos らの胴板有効幅（式(3)）と一致することを確認している。そして、単位周長あたりの一様線荷重 F_1 と F_2 については、4.2.3 項にて導出する。

Fig. 3 Coordinate system at midway between two ring stiffeners.

4.2 補強リングの周方向応力算定式

4.2.1 ウェブの周方向応力算定式

Fig. 2 に示すように、ウェブには、胴板とウェブの結合位置において単位周長あたりの一様線荷重 F_1 と、ウェブとフランジの結合位置において単位周長あたりの一様線荷重 F_2 が作用する。本項では、 F_1 と F_2 が作用したときの胴板とウェブの結合位置およびウェブとフランジの結合位置におけるウェブの周方向応力を求め、その後、 F_1 と F_2 の導出のために用いる半径方向変位を導出する。

Fig. 4 に内外リング補強方式の一様線荷重が作用するウェブのイメージを示す。ここで、半径方向の変形は円筒の軸に関して対称と仮定し、また、断面において奥行き方向のひずみは一定とし、平面応力状態を仮定している。このような場合、任意の半径方向位置 η における半径方向応力と周方向応力は式(17)のように表される⁹⁾。ただし、引張りが正である。

$$\sigma_{rw} = \pm \frac{1}{t_w R_1} \left[\left(1 - \frac{R_f^2}{\eta^2} \right) R_{STC}^2 F_1 - \left(1 - \frac{R_{STC}^2}{\eta^2} \right) R_f^2 F_2 \right],$$

$$\sigma_{\theta w} = \pm \frac{1}{t_w R_1} \left[\left(1 + \frac{R_f^2}{\eta^2} \right) R_{STC}^2 F_1 - \left(1 + \frac{R_{STC}^2}{\eta^2} \right) R_f^2 F_2 \right], \quad (17)$$

ここで、 $R_1 = R_{STC}^2 - R_f^2$ であり、 t_w はウェブの板厚、 R_f はフランジ板厚中心までの半径、さらに $\pm$ は、+ が外リング補強方式、- が内リング補強方式を表す。

(a) Inside ring stiffener (b) Outside ring stiffener

Fig. 4 Web on which distributed load acts.

次に、胴板とウェブの結合位置でのウェブの半径方向変位を求めるため、この位置でのウェブの半径方向応力と周方向応力を求める。式(17)に $\eta = R_{STC}$ を代入すると式(18)のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{rw} &= \pm \frac{F_1}{t_w}, \\ \sigma_{\theta w} &= \pm \frac{1}{t_w R_1} (R_2 F_1 - 2 R_f^2 F_2), \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

ここで、 $R_2 = R_{STC}^2 + R_f^2$ である。続いて、周方向ひずみは式(19)のように表される。

$$\varepsilon_{\theta w} = \frac{1}{E} (\sigma_{\theta w} - \nu \sigma_{rw}). \quad (19)$$

式(19)に式(18)を代入すると、

$$\varepsilon_{\theta w} = \pm \frac{1}{E t_w} \left[\left(\frac{R_2}{R_1} - \nu \right) F_1 - \left(\frac{2 R_f^2}{R_1} \right) F_2 \right], \quad (20)$$

となる。さらに、胴板とウェブの結合位置でのウェブの半径方向変位を w_{STC} とすると、周方向ひずみは式(21)のように表される。

$$\varepsilon_{\theta w} = \frac{w_{STC}}{R_{STC}}. \quad (21)$$

したがって、式(20)と式(21)が等しいとすることで、胴板とウェブの結合位置でのウェブの半径方向変位を表す式(22)を導出できる。

$$w_{STC} = \pm \frac{R_{STC}}{E t_w} \left[\left(\frac{R_2}{R_1} - \nu \right) F_1 - \left(\frac{2 R_f^2}{R_1} \right) F_2 \right], \quad (22)$$

ここで、+ は外リング補強方式、- は内リング補強方式を表す。同様に、ウェブとフランジの結合位置における半径方向変位について、式(17)に $\eta = R_f$ を代入し求めた半径方向応力と周方向応力を式(19)に代入し、周方向ひずみを求め

る. それと周方向ひずみ $\varepsilon_{\theta w} = w_f/R_f$ が等しいとすることで, ウェブとフランジの結合位置における半径方向変位を表す式(23)を導出できる.

$$w_f = \pm \frac{R_f}{Et_w} \left[\left(\frac{2R_{STC}^2}{R_1} \right) F_1 - \left(\frac{R_2}{R_1} + \nu \right) F_2 \right], \quad (23)$$

ここで, + が外リング補強方式, - が内リング補強方式を表す.

4.2.2 フランジの周方向応力算定式

本項では, Fig. 5 に示すような単位周長あたりの一様線荷重 F_2 が作用するフランジの周方向応力を求め, 半径方向変位を導出する. まず, 周方向応力は式(24)のように表せる.

$$\sigma_{\theta f} = E \frac{w_f}{R_f}, \quad (24)$$

ここで, w_f はフランジの半径方向変位である. フランジの断面変形が生じないと仮定すると, Fig. 5 における力のつり合い式は式(25)のように表される. ただし, 引張りが正である.

$$2\sigma_{\theta f} A_f + 2R_f F_2 = 0, \quad (25)$$

ここで, A_f はフランジの断面積である. したがって, 式(25)に式(24)を代入することにより, フランジの半径方向変位を表す式(26)を導出できる.

$$w_f = -\frac{R_f^2 F_2}{E A_f}. \quad (26)$$

Fig. 5 Flange on which distributed load acts.

4.2.3 単位周長あたりの一様線荷重 F_1 と F_2 の定式化

単位周長あたりの一様線荷重 F_1 と F_2 を導出する. まず, ウェブとフランジの結合位置における半径方向変位を表す式(23)と式(26)が等しいとすることで, F_1 と F_2 の関係式を表す式(27)を導出できる.

$$F_2 = \frac{2R_{STC}^2 A_f}{\mp t_w R_f R_1 + A_f (R_2 + \nu R_1)} F_1, \quad (27)$$

ここで, 分母第 1 項の $\mp$ は, - が外リング補強方式, + が内リング補強方式を表す.

続いて, 胴板とウェブの結合位置における半径方向変位を表す式(11)と式(22)が等しいとすることで, F_1 に関する式(28)を導出できる. ただし, 式(11)は, $x = L/2$ の位置 (補強

リング位置) における半径方向変位である.

$$F_1 = \frac{p R_{STC} R_1 \left(\frac{t_w}{t} \right) \left[\left(\frac{R}{R_{STC}} \right) - \frac{\nu}{2} \left(\frac{R}{R_{STC}} \right)^2 \right]}{R_{STC} R_1 \left(\frac{t_w}{t} \right) \beta \gamma - \kappa \mp (R_2 + \nu R_1)}, \quad (28)$$

ここで,

$$\gamma = \frac{1}{2} \frac{\sinh \beta L + \sin \beta L}{\cosh \beta L - \cos \beta L},$$

$$\kappa = \frac{4 R_{STC}^2 R_f^2 A_f}{t_w R_f R_1 \mp A_f (R_2 + \nu R_1)}.$$

最後に, 式(28)を式(27)に代入することで F_2 が求まる.

4.3 等価板厚の導出

4.3.1 胴板の等価板厚 t_1 について

第 3 章にて示した, 周方向面内力において用いている等価板厚 t_1 を導出する.

Fig. 6 Circumferential stress distribution.

まず, Fig. 6 に示すように, 座屈前変形時に補強リングの存在により低下した胴板の周方向応力分布 σ'_θ は式(29)のように表される.

$$\sigma'_\theta = \frac{\beta R_{STC} F_1}{t} (A' \cos \beta x \cosh \beta x + B' \sin \beta x \sinh \beta x). \quad (29)$$

式(29)を補強リング間長において積分し胴板板厚 t を掛けた力と, 補強リング位置における胴板の周方向応力 σ''_θ に補強リング間長 L と等価板厚 t_1 を掛けた力が等しいとすることで, 次のような等価板厚 t_1 の式を導出できる.

$$t_1 = \frac{2 \int_0^{L/2} \sigma'_\theta t dx}{\sigma''_\theta L}. \quad (30)$$

これを解くと,

$$t_1 = \frac{t}{\beta \gamma L}, \quad (31)$$

となる.

4.3.2 補強リングの等価板厚 t_2 について

第 3 章にて示した, 周方向面内力にて用いている補強リン

グの等価板厚 t_2 を導出する. 第 3 章では補強リングを補強リング間長に均して板として取り扱っているため, 実際の補強リングの形状における周方向応力を算出し, 板として取り扱った際でもその周方向応力を正しく受け持つように適切な板厚を用いる必要がある.

まず, ウェブとフランジに作用する周方向の力を算出する. ウェブの周方向の力は, 4.2.1 項で示したウェブに単位周長あたりの一様線荷重 F_1 および F_2 が作用する際の周方向応力を表す式(17)の第 2 式を半径方向に積分することで求まる. フランジの周方向の力は式(25)より求まる. これらを合計した力と, 式(17)から算出できる補強リング単独の中性軸位置における周方向応力に補強リング間長 L と等価板厚 t_2 を掛けた力が等しいとすることで, 式(32)のような等価板厚 t_2 の式を導出できる.

$$t_2 = \frac{\int_{R_f}^{R_{STC}} (\sigma_{\theta w} - \nu \sigma_{rw}) t_w d\eta - R_f F_2}{(\sigma_{\theta wS} - \nu \sigma_{rwS}) L}. \quad (32)$$

式(32)は内リング補強方式に関する式である. これを解くと,

$$t_2 = \mp \frac{t_w R_S'^2 \left\{ R_{STC} (R_1 - \nu R_2) - \nu R_f \left[\mu (R_{STC} - R_f)^2 - 2 R_{STC}^2 \right] \right\}}{(R_3 R_{STC}^2 - \mu R_4 R_f^2) L}, \quad (33)$$

となり, ここで,

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{2 R_{STC}^2 A_f}{\mp t_w R_f R_1 + A_f (R_2 + \nu R_1)}, \\ R_3 &= (1 - \nu) R_S'^2 + (1 + \nu) R_f^2, \\ R_4 &= (1 - \nu) R_S'^2 + (1 + \nu) R_{STC}^2, \end{aligned}$$

R_S' は補強リング単独の中性軸位置までの半径である. ただし, 式(33)は外リング補強方式も含み, $\mp$ の-が外リング補強方式, $+$ が内リング補強方式を表す.

5. 曲り梁効果およびせん断変形の影響を考慮した補強リングの曲げ剛性の評価

5.1 曲り梁効果の影響

補強リングの寸法が大きくなると補強リングの曲げ変形に対する曲り梁効果が大きくなる. 曲り梁効果とは, 曲り梁が曲げモーメントを受けるとき, 曲げ応力は真直梁の場合の直線的な応力分布とは異なり, Fig. 7 の曲り梁のイメージに示すように双曲線的な応力分布となり中性軸位置が変化することを指す. そのため, 全体座屈強度推定式における補強リングの曲げ剛性においては, リング補強円筒殻が全体座屈したときの補強リングの中性軸位置の変化を考慮する必要があると考えられる.

そこで, 本研究では, 曲り梁が曲げ変形する際の中性軸位置における, 双曲線的な曲げ応力分布に合うような断面 2

次モーメント算定式を用いる. 曲げモーメントを受ける曲り梁の曲げ応力は式(34)のように表される⁹⁾.

$$\sigma = - \frac{E y \Delta d \phi}{(r - y) d \phi}. \quad (34)$$

梁の軸方向に外力の作用はないため, 断面に作用する応力の総和は 0 でなければならない. この条件より式(35)が導き出される.

$$\int_A \frac{r - \eta}{\eta} dA = 0, \quad (35)$$

ここで, r は曲り梁が曲げ変形する際の中性軸位置までの半径, η は中心から微小部分までの距離である. Fig. 8 に示す断面形状 (外リング補強方式) に対し式(35)を解くことにより, 曲り梁効果により変化した中性軸位置までの半径を表す式(36)が導出できる.

$$r = \frac{A}{b_e \log \frac{a' + t}{a'} + t_w \log \frac{a'' - t_f}{a' + t} + B_f \log \frac{a''}{a'' - t_f}}, \quad (36)$$

ここで, A は胴板有効幅を含めた補強リングの断面積である. また, 前述したように曲げ応力は双曲線的な分布となることから, 式(36)にて得られた中性軸位置における断面 2 次モーメントは, 双曲線的な応力分布に対応した式(37)を用いて算出する⁹⁾.

$$I = \int_A \frac{r}{r - y} y^2 dA \equiv A e r, \quad (37)$$

ここで, $e = R_S - r$ である.

Fig. 7 Curved member.

Fig. 8 Radius to neutral axis of curved member on which bending moment acts.

5.2 セン断変形の影響

Fig. 8 に示す断面形状の補強リングに対し、重量増を抑えつつ断面 2 次モーメントを大きくする場合、補強リングのウェブを高くすることが効率的である。しかしながら、半径に対してウェブが高くなるにつれて、せん断変形の影響を無視できなくなる。そこで、全体座屈強度推定式の精度を向上させるために、補強リングの断面 2 次モーメントにせん断変形の影響を考慮する手法を提案する。

まず、胴板有効幅分の胴板を含む 1 リングの座屈時の半径方向変位が、式(38)のような曲げ変形とせん断変形の合計で表すことができるとする。

$$w = w_b + w_s. \quad (38)$$

これをせん断変形に関して整理し、1 リングの半径方向変位を $w = A \sin n\theta$ 、曲げ変形を $w_b = B \sin n\theta$ と仮定することで、せん断変形は式(39)のように表すことができる。

$$w_s = (A - B) \sin n\theta. \quad (39)$$

また、1 リングの曲げモーメントは式(40)のように表される。

$$M = -\frac{EI}{r^2} \left(\frac{\partial^2 w_b}{\partial \theta^2} + w_b \right), \quad (40)$$

ここで、 I は曲り梁効果と胴板有効幅を含む補強リングの断面 2 次モーメント、 r は曲り梁効果と胴板有効幅を含む中性軸位置までの半径である。続いて、せん断力は式(41)のように表される。

$$F = \frac{GA_w}{r} \frac{\partial w_s}{\partial \theta}, \quad (41)$$

ここで、 G はせん断弾性係数、 A_w はウェブの断面積である。また、せん断力と曲げモーメントの関係は式(42)のように表される。

$$F = \frac{\partial M}{r \partial \theta}. \quad (42)$$

よって、式(42)に式(40)と式(41)を代入し、仮定した変位関数を代入することで式(43)に示すような係数 A, B の関係式を導出できる。

$$A = \left[1 + \frac{(n^2 - 1)EI}{r^2 GA_w} \right] B. \quad (43)$$

したがって、曲げ変形とトータルの変形の比 w_b/w 分だけ断面 2 次モーメントが低下すると考えることで、せん断変形の影響を考慮した断面 2 次モーメントは式(44)のようになる。

$$I' = \left\{ 1 / \left[1 + \frac{(n^2 - 1)EI}{r^2 GA_w} \right] \right\} I. \quad (44)$$

式(44)を、新たに導出した全体座屈強度推定式である式(8)

の曲げ剛性に適用することで、補強リングの曲り梁効果とせん断変形の影響を考慮した全体座屈強度を求めることができる。本研究では、これらの影響を適用した式(8)を提案式とする。ただし、式(44)から胴板有効幅分の胴板の板としての断面 2 次モーメント（セルフ I ）を減じている。

6. 提案式と FEM 計算結果の比較検証

新たに提案した全体座屈強度推定式（式(8)）の精度を、FEM 計算結果と比較検証することにより確認する。近年、経済性および機能性の観点から隔壁間長を長くしたいという要望があり、それに伴い補強リング寸法は大型化しているため、今回は、リング補強円筒殻の全長とウェブ高さを変化させたシリーズ計算を実施した。

6.1 検証対象

検証対象のリング補強円筒殻寸法として、山本らの研究¹⁰⁾にて用いられたリング補強円筒殻の圧壊試験模型を参考に検討対象寸法を設定した。ただし、山本らの研究では、補強リングの形状はすべて I 型となっているが、本研究において、より実構造に近づけるべく、和泉らの研究¹¹⁾を参考に補強リングはすべて T 型として検討を実施した。

検討対象のイメージを Fig. 9 に、基本寸法を Table 1 にそれぞれ示す。さらに、Table 1 に示す寸法をもとに、全長およびウェブ高さを変化させたシリーズ計算を実施した。シリーズ計算に用いた各寸法を Table 2 に示す。

Fig. 9 Analysis model. ¹⁰⁾

Table 1 Principal dimensions of analysis model.

	Notation	Value (mm)	Notes
Outer Diameter	d	980.0	
Shell Thickness	t	9.0	
Frame Space	L	163.0	
Web Height	H_w	40.0	Parameter
Web Thickness	t_w	3.0	
Flange Breadth	B_f	20.0	
Flange Thickness	t_f	6.0	
Length of Cylinder	l	2445.0	Parameter

Table 2 Parameter and analysis cases.

Parameter	Case	l (mm) (l/d)	H_w (mm)
Base	1-1	2445.0 (2.5)	40.0
	1-2	1467.0 (1.5)	↓
	1-3	1956.0 (2.0)	↓
Length of Cylinder (l)	1-4	2934.0 (3.0)	↓
	1-5	3423.0 (3.5)	↓
	1-6	3912.0 (4.0)	↓
Web Height (H_w)	2-1	2445.0 (2.5)	30.0
	2-2	↓	45.0
	2-3	↓	50.0
	2-4	↓	55.0

6.2 FEM 計算

本研究では、著者らの一人が開発した、座屈前の非線形挙動を追跡できる軸対称殻の非軸対称座屈解析プログラム Axis-BUCK¹²⁾ を用いて弾性座屈固有値計算を実施した。なお、Axis-BUCK の精度については、実験結果と比較検証して十分な精度を有していることを確認している^{10), 13)}。胴板は補強リング間を 10 要素とし、補強リングのウェブは 5 要素、フランジは 2 要素とした。端部のふさぎ板はモデル化から除外した。

荷重条件は、胴板表面に対して圧力荷重を、胴板端部（変形計算において長手方向変位を拘束していない側）に対して円筒殻の長手方向にふさぎ板の表面に作用する圧力荷重相当の圧縮荷重を付与した。拘束条件は次のように設定した。

A) 変形計算

片端の半径方向、周方向および長手方向変位を拘束。
反対側の端部の半径方向および周方向変位を拘束。

B) 座屈計算

両端とも半径方向および周方向変位を拘束。

6.3 提案式と FEM 計算結果の比較

内外リング補強方式それぞれにおける全体座屈強度および周方向座屈波数の値の比較を Fig. 10, Table 3 に示す。さらに、本研究にて新たに考慮した①周方向応力を適切に分担した等価板厚、②曲り梁効果、③せん断変形の影響が、提案式の全体座屈強度推定値をどのように変化させているか調査した結果を Table 4 に示す。そして Fig. 10 においては、ウェブ高さが変化しない $l/d=1.5\sim 4.0$ の範囲における内リング補強方式と外リング補強方式の値をそれぞれ示している。ただし、提案式（式(8)）と従来式（式(2)）の値は、FEM 計算結果の値で無次元化している。Table 4 は、上記すべての影響を考慮した提案式（式(8)）より算出した全体座屈強度推定値に対して、3つの影響をそれぞれ考慮しない場合の値と比較している。ただし、等価板厚 t_1 と t_2 を考慮しない場合については、 t_1 は通常の胴板板厚 t とし、 t_2 は補強リング単

独の断面積を補強リング間長で除した A_R/L としている。また、曲り梁効果を考慮しない場合については、通常の中性軸位置および断面 2 次モーメントを用いている。

Table 3 より、周方向座屈波数が $n=3$ となるような寸法の場合、内リング補強方式において提案式の精度が低下することが分かる。例えば、case1-2, 1-3 の場合、外リング補強方式においては FEM 計算結果に対してどちらも誤差 2%程度であるが、内リング補強方式においては、case1-2 で 8.1%低く推定し、case1-3 で 9.6%低く推定している。また、基本寸法に対しウェブ高さを小さくし、波数が $n=3$ となる case2-1 においても同様に、外リング補強方式においては誤差 1.3%であるのに対し、内リング補強方式において 9.5%低く推定している。

Table 3 Comparison of overall buckling pressure and circumferential buckling wave number between proposed formula and FEM results.

(a) Inside ring stiffener					
Case	Overall buckling pressure (p_c)		Circumferential wave number (n)		
	Eq.(8) / FEM	Eq.(2) / FEM	Eq.(8)	Eq.(2)	FEM
1-1	1.003	0.984	2	2	2
1-2	0.919	1.029	3	3	3
1-3	0.905	1.013	3	3	3
1-4	0.987	0.956	2	2	2
1-5	0.974	0.941	2	2	2
1-6	0.963	0.933	2	2	2
2-1	0.905	0.982	3	3	3
2-2	0.992	0.983	2	2	2
2-3	0.986	0.984	2	2	2
2-4	0.981	0.986	2	2	2

(b) Outside ring stiffener					
Case	Overall buckling pressure (p_c)		Circumferential wave number (n)		
	Eq.(8) / FEM	Eq.(2) / FEM	Eq.(8)	Eq.(2)	FEM
1-1	1.010	1.195	2	2	2
1-2	1.017	1.335	3	3	3
1-3	1.022	1.351	3	3	3
1-4	1.003	1.222	2	2	2
1-5	1.000	1.232	2	2	2
1-6	1.000	1.231	2	2	2
2-1	0.987	1.239	3	3	3
2-2	1.008	1.225	2	2	2
2-3	1.012	1.256	2	2	2
2-4	1.019	1.289	2	2	2

Table 4 より、提案式に等価板厚と曲り梁効果を考慮すると内リング補強方式において全体座屈強度推定値は増加し、

外リング補強方式においては減少することが分かる. 等価板厚により推定値が増減する理由としては, まず, 内外リング補強方式どちらにおいても胴板の周方向応力の方が補強リングのそれより大きく, そして, 外リング補強方式の方が内リング補強方式より胴板の周方向応力が大きくなるため, 座屈強度は外リング補強方式の方が小さくなる. 提案式においては, 等価板厚を用いて周方向応力を正しく評価できたことにより, 内リング補強方式では推定値が増加し, 外リング補強方式では減少する効果が生まれたものと考えられる. 次に, 曲り梁効果により推定値が増減する理由としては, 中性軸位置がシフトすることにより, 等価な断面 2 次モーメントが内リング補強方式においては通常の中性軸位置における断面 2 次モーメントより大きくなり, 反対に外リング補強方式においては小さくなるためである. また, セン断変形の影響を考慮すると内外リング補強方式どちらにおいても推定値は減少することが分かる. この理由としては, 式(44)の定式化の際でも述べたように等価な断面 2 次モーメントが低下するためである. ただし, 波数が変化するとこの影響が大きくなり, 推定値を大きく減少させているため過大に評価している可能性がある. まとめて, 等価板厚と曲り梁効果は, 内外リング補強方式で異なる影響であるのに対し, セン断変形の影響は, 同程度の影響であることが言える.

Table 4 Effect of each factor introduced in this paper (Deviation between buckling pressure of proposed formula without considering each factor and that with considering all factors).

Inside ring stiffener			
Case	Effect of ① %*	Effect of ② %	Effect of ③ %
1-1	-2.9	-2.1	3.2
1-2	-2.1	-3.2	14.9
1-6	-2.9	-3.9	6.0
2-1	-1.7	-3.0	14.0
Outside ring stiffener			
1-1	2.3	2.0	2.8
1-2	1.9	3.2	13.5
1-6	3.2	4.1	5.8
2-1	1.9	3.1	13.3

*Note: [(Eq. (8) without①– Eq. (8)) / Eq. (8)]×100
 ①: Equivalent thickness of cylindrical shell and ring stiffener respectively
 ②: Curved member
 ③: Shearing deformation

Fig. 10 より, $l/d=2.5\sim4.0$ の範囲において提案式は, 内リング補強方式と外リング補強方式のどちらにおいても従来式より精度が向上していることが分かる. ただし, 内リング補強方式において l/d が大きくなると精度が落ちていく傾向が見られ, $l/d=4.0$ のとき, 提案式は FEM 計算結果より 3.7% 低く推定している.

(a) Inside ring stiffener

(b) Outside ring stiffener

Fig. 10 Comparison of overall buckling pressure between proposed formula and FEM results.

7. 結 言

外圧を受ける内外リング補強円筒殻の全体座屈について, 座屈前変形時の胴板および補強リングに生じる周方向応力を精度良く推定し, これをもとに, 力のつり合い式から弾性域における新たな全体座屈強度推定式を導出した. さらに, 補強リングの曲げ剛性に関して, 曲り梁効果とセン断変形の影響を考慮する手法を提案した. 提案式の値と FEM 計算結果の値を比較検証し, 得られた知見は次の通りである.

- (1) 従来の全体座屈強度推定式は, 正解と考えられる FEM 計算結果と比較して, 内リング補強方式の場合過小に推定し, 外リング補強方式の場合過大に推定していたが, 本研究の提案式は, 対象とした大抵の寸法において FEM 計算結果と良く一致することを確認した.
- (2) $l/d=2.5\sim4.0$ の範囲において, 内外リング補強方式どちらにおいても従来式より精度が向上し, 特に従来式では精度の低かった外リング補強方式の場合において, 大幅に向上することが確認できた.

- (3) 全体座屈強度推定において、等価板厚および曲り梁効果は内外リング補強方式で異なる影響を示すのに対して、せん断変形の影響は同程度の影響であった。

なお、内リング補強方式において、波数 $n=3$ となるとき提案式の精度が低下する結果となった。波数が増加するとせん断変形の影響が非常に大きくなることから、この影響を過大に評価している可能性があり、今後さらなる検討が必要と考えている。

参考文献

- 1) Tokugawa, T.: Model Experiments on the Elastic Stability of Closed and Cross-Stiffened Circular Cylinders under Uniform External Pressure, Proc. World Engineering Congress, Tokyo, Vol.29, 1929.
- 2) Johnston, B.G. (edited by): Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, Third Edition, A Wiley-Interscience Publication, 1976.
- 3) 吉川孝男, 吉村健司: 外圧を受けるリング補強円筒殻の全体圧壊強度と有効幅に関する研究, 日本船舶海洋工学論文集, 第3号, pp. 253-259, 2006.
- 4) 寺田明, 島本参之助: 補強材を有する薄肉円筒殻の圧壊に関する研究, 造船協会論文集, 第108号, pp. 199-210, 1960.
- 5) Pulos, J.G. and Salerno, V.L.: Axisymmetric Elastic Deformations and Stresses in a Ring-Stiffened, Perfectly Circular Cylindrical Shell under External Hydrostatic Pressure, David Taylor Model Basin, Report 1497, 1961.
- 6) 大坪英臣, 吉田二郎: 補強円筒殻の全体圧壊と有効幅の検討, 日本造船学会論文集, 第164号, pp. 420-425, 1989.
- 7) Timoshenko, S.P. and Gere, J.M.: Theory of Elastic Stability, Second Edition, McGraw-Hill, 1936.
- 8) Det Norske Veritas AS.: Buckling Strength of Shells, Recommended Practice DNV-RP-C202, 2013.
- 9) 寺沢一雄, 松浦義一: 材料力学 (上巻), 海文堂出版, 1966.
- 10) Yamamoto, Y., Homma, Y., Oshima, K., Mishiro, Y., Terada, H., Yoshikawa, T., Morihana, H., Yamauchi, Y. and Takenaka, M.: General Instability of Ring-Stiffened Cylindrical Shells under External Pressure, Marine Structures 2, pp. 133-149, 1989.
- 11) 和泉徳喜, 佐野敦司, 伊藤豪敏, 藤久保昌彦, 吉川孝男: 外圧を受けるリング補強円筒殻の胴板座屈強度および補強リングの横倒れ座屈強度に関する研究, 日本船舶海洋工学論文集, 第21号, pp. 55-62, 2015.
- 12) 安川度, 川上肇, 吉川孝男: 初期不整を有する球殻の圧壊強度解析, 日本造船学会論文集, 第151号, pp. 197-207, 1982.
- 13) 吉川孝男, 平川長, 横山弘善, 古和田明, 山田信男: 大きな形状不整を持つ円筒殻の軸圧縮座屈強度について, 鋼構造論文集, 第4巻第15号, pp. 71-80, 1997.

付 録

A.1 新たな全体座屈強度推定式で用いる $C_1 \sim C_5$ について

第3章にて導出した、新たな全体座屈強度推定式 (式(8)) で用いる $C_1 \sim C_5$ を式(A.1)に示す。

$$\begin{aligned}
 C_1 &= \gamma_1(\gamma_7\gamma_{18} - \gamma_{11}\gamma_{15}) \\
 &\quad + \gamma_2(\gamma_{11}\gamma_{14} - \gamma_6\gamma_{18}) + \gamma_4(\gamma_6\gamma_{15} - \gamma_7\gamma_{14}), \\
 C_2 &= \gamma_1(\gamma_7\gamma_{19} + \gamma_8\gamma_{18} - \gamma_{11}\gamma_{16} - \gamma_{12}\gamma_{15}) \\
 &\quad + \gamma_2(\gamma_{12}\gamma_{14} - \gamma_6\gamma_{19}) + \gamma_4(\gamma_6\gamma_{16} - \gamma_8\gamma_{14}), \\
 C_3 &= \gamma_1(\gamma_7\gamma_{20} + \gamma_9\gamma_{18} - \gamma_{11}\gamma_{17} - \gamma_{13}\gamma_{15}) \\
 &\quad + \gamma_2(\gamma_{13}\gamma_{14} - \gamma_6\gamma_{20}) + \gamma_4(\gamma_6\gamma_{17} - \gamma_9\gamma_{14}), \\
 C_4 &= \gamma_1\gamma_7\gamma_{21} - \gamma_2\gamma_6\gamma_{21} \\
 &\quad + \gamma_3(\gamma_{11}\gamma_{14} - \gamma_6\gamma_{18}) + \gamma_5(\gamma_6\gamma_{15} - \gamma_7\gamma_{14}) \\
 &\quad + [\gamma_1\gamma_8\gamma_{21} + \gamma_3(\gamma_{12}\gamma_{14} - \gamma_6\gamma_{19}) + \gamma_5(\gamma_6\gamma_{16} - \gamma_8\gamma_{14})]\alpha \\
 &\quad + [\gamma_1\gamma_9\gamma_{21} + \gamma_3(\gamma_{13}\gamma_{14} - \gamma_6\gamma_{20}) + \gamma_5(\gamma_6\gamma_{17} - \gamma_9\gamma_{14})]\alpha_1, \\
 C_5 &= \gamma_1(\gamma_7\gamma_{22} + \gamma_{10}\gamma_{18}) - \gamma_2\gamma_6\gamma_{22} - \gamma_4\gamma_{10}\gamma_{14} \\
 &\quad + \gamma_1(\gamma_8\gamma_{22} + \gamma_{10}\gamma_{19})\alpha + \gamma_1(\gamma_9\gamma_{22} + \gamma_{10}\gamma_{20})\alpha_1,
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

ここで、 $\gamma_1 \sim \gamma_{22}$ は、

$$\begin{aligned}
 \gamma_1 &= \lambda^2 + \frac{1-\nu}{2}n^2, \quad \gamma_2 = \frac{1+\nu}{2}n\lambda, \quad \gamma_3 = -n\lambda, \quad \gamma_4 = \nu\lambda, \\
 \gamma_5 &= -\lambda, \quad \gamma_6 = \left(\nu S + \frac{1-\nu}{2}\right)n\lambda, \quad \gamma_7 = \frac{1-\nu}{2}\lambda^2 + n^2(S + S'), \\
 \gamma_8 &= n^2 + (1-\nu)\lambda^2, \quad \gamma_9 = n^2(1 \pm 1), \quad \gamma_{10} = \lambda^2, \\
 \gamma_{11} &= n \left[(S + S') + n^2 \left(\frac{r'}{R_{STC}} - 1 \right) S' \right], \quad \gamma_{12} = n(n^2 + \lambda^2), \\
 \gamma_{13} &= n^3 \left(\frac{r}{R_{STC}} \right) (1 \pm 1), \quad \gamma_{14} = \nu\lambda S, \quad \gamma_{15} = n(S + S'), \\
 \gamma_{16} &= n[n^2 + (2-\nu)\lambda^2], \quad \gamma_{17} = n(n^2 \pm 1), \\
 \gamma_{18} &= S + S' \left[n^2 \left(\frac{r'}{R_{STC}} - 1 \right) + 1 \right], \quad \gamma_{19} = (n^2 + \lambda^2)^2, \\
 \gamma_{20} &= n^2 \left(\frac{r}{R_{STC}} \right) (n^2 \pm 1), \quad \gamma_{21} = n^2 - 1, \quad \gamma_{22} = \lambda^2.
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

ここで、 $\lambda = \pi R_{STC}/l$, $S = t_1/t$, $S' = (t_2/t)(R_{STC}/r')$ であり、 $\pm$ は、 $+$ が外リング補強方式、 $-$ が内リング補強方式を表す。

A.2 新たな周方向応力算定式の精度について

第4章で導出した胴板の周方向応力算定式 (式(16)) とフランジの算定式 (式(25)) を FEM 計算結果と比較検証し精度を確認した。FEM 計算は 6.2 節における条件において実

施し、側圧および軸圧が作用するリング補強円筒殻が、作用圧力 1.0(MPa)で座屈前変形した際の周方向応力を求めた。また、従来式として Det Norske Veritas AS⁸⁾の補強リング位置および補強リング間中央における胴板の周方向応力算定式を表す式(A.3)および式(A.4)とフランジの周方向応力算定式を表す式(A.5)を用いた。

$$\sigma_{\theta} = \frac{pR_{STC}}{t} \left(\frac{1-\nu/2}{\alpha+1} + \frac{\nu}{2} \right), \quad (A.3)$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{pR_{STC}}{t} \left[1 - \frac{\alpha(1-\nu/2)\zeta}{\alpha+1} \right], \quad (A.4)$$

$$\sigma_{\theta f} = \frac{pR_{STC}}{t} \left(\frac{1-\nu/2}{\alpha+1} \right) \frac{R_{STC}}{R_f}, \quad (A.5)$$

ここで、

$$\zeta = 2 \frac{\sinh \beta \cos \beta + \cosh \beta \sin \beta}{\sinh 2\beta + \sin 2\beta}, \quad \text{but} \quad \zeta \geq 0$$

$$\beta = \frac{L}{1.56\sqrt{R_{STC}t}}, \quad \alpha = \frac{A_R}{b_e t}, \quad b_e = \frac{L}{\beta} \left(\frac{\cosh 2\beta - \cos 2\beta}{\sinh 2\beta + \sin 2\beta} \right),$$

A_R は補強リング単独の断面積である。精度検証結果を Fig. A.1, Fig. A.2 および Fig. A.3 に示す。ただし、すべて FEM 計算結果で除することにより無次元化している。

(a) Inside ring stiffener

(b) Outside ring stiffener

Fig. A.1 Comparison of circumferential membrane stress between proposed formula and FEM results (At junction of cylindrical shell and ring stiffener).

(a) Inside ring stiffener

(b) Outside ring stiffener

Fig. A.2 Comparison of circumferential membrane stress between proposed formula and FEM results (At midway between two ring stiffeners).

(a) Inside ring stiffener

(b) Outside ring stiffener

Fig. A.3 Comparison of circumferential membrane stress between proposed formula and FEM results (At flange).